

PARA DU PHANJAS, F.

vol 4

THÉORIE

DES ÊTRES SENSIBLES,

OU

COURS COMPLET

DE PHYSIQUE.

THÉORIE
DES ÊTRES SENSIBLES,
O U
COURS COMPLET
DE PHYSIQUE,

SPÉCULATIVE, EXPÉRIMENTALE, SYSTÉMATIQUE ET GÉOMÉTRIQUE,

MISE A LA PORTÉE DE TOUT LE MONDE:

AVEC une Table alphabétique des matieres, qui fait de tout cet Ouvrage un vrai DICTIONNAIRE DE PHYSIQUE.

Par M. l'Abbé PARA *DU* PHANJAS.

TOME QUATRIEME.
THÉORIE DU CIEL, OU ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE ET ASTRONOMIE PHYSIQUE.



A PARIS, RUE DAUPHINE,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, pere, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. LXXII.

Avec Approbation, & Privilége du Roi.


WELLCOME
LIBRARY
INSTITUTE



THÉORIE
DES ÊTRES SENSIBLES, OU COURS COMPLET DE PHYSIQUE.

SEPTIEME TRAITÉ.
THÉORIE DU CIEL OU L'ASTRONOMIE.

1108. DÉFINITION I. L'ASTRONOMIE eſt la ſcience des Corps céleſtes, opaques & lumineux. Nous la diviſerons en *aſtronomie géométrique* ou ſpéculative, qui aura pour objet la théorie des phénomenes; & en *aſtronomie phyſique*, qui aura pour objet la théorie des cauſes. Dans la premiere, nous nous attacherons à faire connoître le mouvement, l'arrangement, la grandeur, la figure, la diſtance des aſtres. Dans la ſeconde,

nous examinerons quelle cauſe phyſique donne le branle à l'univers, & produit les grands phénomenes que nous y obſervons.

S'il n'eſt donné qu'à un très-petit nombre de génies ſupérieurs, de pénétrer toutes les profondeurs de l'aſtronomie ; nous oſons aſſurer auſſi que les connoiſſances intéreſſantes auxquelles nous allons borner ce traité, n'excede la portée d'aucune perſonne éclairée & capable d'une attention philoſophique.

Corps céleſtes, opaques & lumineux.

1109. DÉFINITION II. Abſtraction faite du ſoleil, qui ſemble faire un aſtre à part, on diviſe les aſtres en étoiles fixes, en planetes, en cometes.

I°. On nomme *étoiles fixes*, les aſtres qui ſont lumineux par eux-mêmes, & qui conſervent toujours entre eux un même rapport de diſtance. Un groupe ou un certain nombre d'étoiles, s'appelle *conſtellation.*

II°. On nomme *planetes*, certains aſtres opaques, qu'on voit errer conſtamment dans la région du ciel, tantôt s'approchant & tantôt s'éloignant de différentes étoiles fixes : delà le nom de planetes, du mot grec πλανητης, qui ſignifie errant : *aſtra errantia.*

III°. On nomme *cometes*, certains aſtres opaques, comme les planetes, qui paroiſſent dans le ciel pendant un tems plus ou moins conſidérable, & qui diſparoiſſent enſuite pendant un tems beaucoup plus long, pour reparoître encore & diſparoître ſelon l'exigence de leur révolution réguliere & périodique autour du ſoleil.

Ces aſtres, qui ne ſont pas toujours viſibles comme les planetes, traînent communément dans le ciel une grande queue en forme de chevelure, qui leur a fait donner le nom de cometes: de κομητης, *cometa*: aſtre à chevelure. *Aſtra comata.*

Plan & axe d'un cercle.

1110. DÉFINITION III. Comme nous aurons ſouvent à parler dans tout ce traité, & de l'axe & du plan d'un cercle, il eſt important d'en donner auparavant une idée exacte & lumineuſe, qu'on puiſſe facilement concevoir & retenir.

I°. On nomme *plan d'un cercle*, ſa double ſurface, plane & ſans profondeur. Une ligne ou un point eſt dans le plan d'un cercle, quand cette ligne ou ce point ſe confond avec une partie de la ſurface de ce cercle. Par exemple, ſi je conçois un cercle immenſe qui paſſe par le centre de la terre; le centre de la terre & toutes les parties de la terre qui toucheront ce cercle & qui ſe confondront avec ſa ſurface, ſeront dans le plan de ce cercle.

II°. On nomme *axe d'un cercle*, une ligne droite, qui enfile le centre de ce cercle, & qui eſt de part & d'autre, perpendiculaire à ſa ſurface. Par exemple, ſi par le centre d'un cercle horiſontal, je fais paſſer une ligne verticale; cette ligne ſera l'axe de ce cercle.



Origine & histoire de l'astronomie.

1111. OBSERVATION. L'Astronomie a dû commencer avec le monde, dont elle mesura le tems & régla les saisons. Mais ses progrès ont dû nécessairement être fort lents, à cause de la difficulté qu'il y a toujours eu, sur-tout avant l'invention des télescopes, à observer avec assez de précision, des objets si éloignés de notre globe, si compliqués dans leurs mouvements, si peu en prise à nos regards.

Parmi les peuples chez qui cette science a été anciennement en honneur, on peut compter les *Chaldéens*, qui avoient fait un grand nombre d'observations que nous n'avons plus; les *Egyptiens*, dont il nous reste quelques observations assez exactes; & les *Chinois*, chez qui on ne trouve aucune observation ancienne, qui mérite quelque attention, & chez qui l'astronomie étoit encore dans une espece d'enfance au commencement du seizieme siecle (520, 521, 523). Cette science se soutint chez les Romains, chez les Arabes, chez les successeurs de ces différents peuples, dans cet état de médiocrité où l'avoient portée les Chaldéens & les Egyptiens, peuples incomparablement plus éclairés en ce genre, que les Chinois leurs contemporains. Ses brillants progrès ont pour époque l'invention des lunettes, qui sembla nous rapprocher du ciel ou rapprocher le ciel de nous. (1026.)

Trois grands hommes, dans ces derniers siecles, ont principalement contribué à porter l'astronomie à ce point de perfection où elle se trouve au-

jourd'hui en Europe; *Copernic*, qui trouva le vrai ſyſtême du monde, ou le vrai arrangement des corps céleſtes; *Kepler*, qui découvrit les vraies loix de leurs mouvements; *Newton*, qui dévoila les vraies cauſes phyſiques de ces révolutions & de ces mouvements.

I°. Avant Copernic, on faiſoit tourner biſarrement le ſoleil, les planetes, les étoiles, autour de la terre immobile au centre du firmament: delà réſultoit dans les aſtres, une marche révoltante, une marche diamétralement oppoſée à toute théorie du mouvement. Copernic mit la terre à ſa vraie place, au rang des planetes; plaça le ſoleil immobile au centre du monde planétaire; fit des étoiles, tout autant de ſoleils immobiles, deſtinés à éclairer d'autres planetes, ou d'autres aſtres opaques errants autour de chacun d'eux.

II°. Avant Kepler, même depuis Copernic, on ne connoiſſoit point, ou on ne connoiſſoit que fort mal la marche des planetes, que l'on ſuppoſoit circulaire. Kepler découvrit que les planetes, tantôt plus voiſines & tantôt plus éloignées du ſoleil, faiſoient leurs révolutions périodiques autour de cet aſtre, non dans des cercles, mais dans des ellipſes, ſelon deux loix générales qui ſoumettoient au calcul tous leurs mouvements. Nous parlerons ailleurs de ces deux fameuſes loix de Kepler.

III°. Avant Newton, même depuis Copernic & Kepler, on ignoroit la cauſe ou le principe phyſique qui retient les planetes dans leur orbite, pendant leur révolution autour du ſoleil. Newton découvrit que c'étoit leur peſanteur, ou leur gra-

vitation vers le ſoleil, centre de leurs mouvements; démontra que cette gravitation ou peſanteur dans une même planete, par exemple, dans la terre ou dans Jupiter, étoit toujours en raiſon inverſe des quarrés des diſtances de la planete au ſoleil; & que de l'influence de cette peſanteur ou gravitation des planetes vers le centre du ſoleil, naiſſoient & découloient tous les grands phénomenes céleſtes.



PREMIERE SECTION
DE L'ASTRONOMIE.

ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE,
O U
THÉORIE DES PHÉNOMENES CÉLESTES.

Sphere astronomique : ſa nature & ſes uſages.

Corps célestes : étoiles, planetes principales & ſecondaires, cometes, paralaxe, réfraction aſtronomique, irrégularités de la lune, éclipſes.

Loix de Kepler : ou explication & démonſtration des deux fameuſes loix de la Nature dans le Ciel.

Systémes du monde : explication & démonſtration du ſyſtême de Copernic.

Terre-planete : ſa figure, ſa poſition dans le Ciel, ſes trois mouvements : meſures du Tems & de l'Eſpace, &c.

THÉORIE DU CIEL.

PREMIERE SECTION.

L'ASTRONOMIE GÉOMÉTRIQUE OU SPÉCULATIVE.

1112. OBSERVATION. IL ſuffit d'être doué d'une intelligence & d'une raiſon, pour être frappé d'admiration, à la vue de ces globes brillants qui roulent ou paroiſſent rouler ſur nos têtes; & pour être empreſſé d'en obſerver & d'en connoître la marche harmonieuſe, qui meſure nos jours & nos années, qui guide le voyageur & ſur la terre & ſur la mer, qui apprend au cultivateur quel eſt le tems convenable à ſes travaux, qui intéreſſe à tant d'autres égards & la vie privée & la vie ſociale. Mais quelle hardieſſe, quelle ſublimité, quelle ſagacité de génie ne fallut-il pas à celui qui le premier oſa embraſſer l'immenſité des cieux, dans la vue de les ſoumettre à ſes obſervations & à ſes calculs! Oſons nous mettre à ſa place, & chercher l'origine & les *fondements* de cette ſcience. Deux points fixes ou immobiles, ou qui dûrent paroître tels aux premiers obſervateurs, vont ſervir de baſe à toutes nos connoiſſances en ce genre: ces deux points ſont le *centre de la terre* & le *pole viſible.*

Quoique ces deux points ne ſoient pas réel-

lement fixes & immobiles; leur déplacement ou leur mobilité ne nuit en rien à la théorie que nous allons d'abord établir sur leur immobilité; comme on le verra par la suite de ce traité. Regardons donc d'abord avec les premiers observateurs & avec les premiers astronomes, la terre comme immobile au centre de l'univers; & le ciel comme faisant chaque jour sa révolution, d'orient en occident, autour de la terre & autour de deux points fixes dans le ciel, dont l'un est toujours visible & l'autre toujours invisible pour nous; qu'on a nommé *poles du monde*, parce que tout le ciel paroît tourner chaque jour autour d'eux. Le nom de poles πολος vient du mot grec πολεω, *verto*, *je tourne.*

POLES DU MONDE ET DE LA TERRE.

1113. OBSERVATION. I°. En contemplant dans une belle nuit le firmament, ou cette voûte azurée & parsemée de corps lumineux, qui de toute part termine & enchante ma vue; j'apperçois qu'il y a du côté du nord à une certaine hauteur, près de la derniere étoile d'une petite constellation qu'on nomme la petite ourse ou le petit charriot, un point fixe & immobile P, qui ne se leve ni ne se couche, qui reste toujours également élevé au-dessus de mon horison, qui ne paroît tourner que sur lui-même, & autour duquel tourne ou paroît tourner chaque jour toute la machine céleste d'orient en occident. Ce point immobile P est le *pole septentrional* du monde : on le nomme aussi pole arctique, parce qu'il est au voisinage de la grande & de la petite ourse, en grec αρκτος; & pole

boréal, parce que le vent de bise souffle du nord au midi. (*fig.* 1.)

II°. Je mene par la pensée une ligne droite de ce pole P au centre de la terre T, & je la prolonge indéfiniment au-delà du centre de la terre. Cette ligne droite PTM, que je nomme l'*axe du monde*, prolongée indéfiniment au-delà du centre de la terre, aboutira dans le firmament à un autre point fixe & immobile M, autour duquel doit tourner aussi chaque jour toute la machine céleste, d'orient en occident. Ce point M est l'autre pole du monde, ou le *pole méridional*, qu'on nomme aussi pole antarctique & pole austral.

III°. La partie *pm* de l'axe du monde qui enfile la terre, est l'*axe de la terre*; & les deux points par où cette ligne sort de la terre, sont *les deux poles de la terre* : l'un *p* au nord, est le pole arctique ou septentrional; & l'autre *m*, au midi, est le pole antarctique ou méridional.

FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE.

1114. HYPOTHESE. Pour faire sentir comment & par quelle marche l'esprit humain a pu s'élever à des connoissances astronomiques, je me place par la pensée dans les tems les plus reculés; & abandonné aux seules lumieres de ma raison, je vais observer les astres, & tracer dans le ciel & sur la terre différents cercles, qui doivent me servir à prendre des points fixes & à former des divisions exactes dans toute l'immensité de l'univers. (*fig.* 1.)

Soit dans une grande plaine bien découverte, le point *n*, que je prends pour théatre de mes

obſervations. Ma vue s'étendra en liberté dans toute la partie du ciel HPCR, placée au-deſſus de mon horiſon HTR. Je découvrirai la moitié de la voûte céleſte qui roule autour de moi : le point Z ſera au-deſſus de ma tête.

I°. Du pole toujours viſible & toujours immobile P, je mene par le centre de la terre, la ligne droite PTM : c'eſt l'axe de la terre & du monde, ſur lequel tourne ou paroît tourner chaque jour tout le ciel d'orient en occident. Cette ligne me donne *deux points fixes* dans le ciel, les deux poles P & M. (1113.)

II°. Du centre de la terre, je mene par la penſée une ligne droite T*n*, qui paſſe par le lieu même où je fais mes obſervations, & que je prolonge indéfiniment & au-deſſus de ma tête en Z, & au-deſſous de mes pieds en N. Cette ligne droite me donne *deux autres points fixes* dans la voûte céleſte ; le *zénith* Z ſur ma tête, & le *nadir* N dans la partie oppoſée ſous mes pieds.

Les deux lignes PTM & ZTN, qui aboutiſſent aux quatre points fixes dans la voûte céleſte, & qui s'entre-coupent au centre de la terre, ſont ou peuvent être dans un même plan : puiſqu'elles forment au centre de la terre, deux angles oppoſés au ſommet ; & que deux angles oppoſés au ſommet peuvent toujours être dans un même plan, par exemple, dans un cercle qui s'applique à leurs lignes ou qui ſe confonde en partie avec leurs lignes. Je vais donc mettre les deux lignes qui aboutiſſent aux quatre points fixes dans le ciel, dans un même plan, dans un même cercle. Pour cela,

III°. Ayant mené par la penſée, une ligne droite du pole ſeptentrional P à mon zénith Z, une

une autre ligne droite de mon zénith au pole méridional M, une autre ligne droite du pole méridional à mon nadir N, une autre ligne droite de mon nadir au pole ſeptentrional P; je conçois une ligne menée du centre de la terre à l'un des quatre points fixes, comme faiſant une révolution le long des lignes qui uniſſent les quatre points fixes. Cette ligne ou ce rayon TP, par exemple, décrira par ſa révolution, un cercle PZAMNBP, dont le plan paſſera par mon zénith Z, par mon nadir N, & par les deux poles de la terre & du monde: c'eſt *le méridien*, qui partage le ciel & la terre en deux parties égales, dont l'une eſt à mon orient & l'autre à mon occident; & ſous lequel je verrai paſſer chaque jour tout le ciel en revue.

IV°. Du centre de la terre, je mene une autre ligne TA, égale au rayon du méridien, & perpendiculaire à l'axe du monde; & je la conçois comme faiſant une révolution autour de cet axe du monde. Cette ligne décrira un nouveau cercle ATB, dont l'axe PM paſſera par les poles de la terre, & aboutira aux poles du monde; & dont le plan ſera à égale diſtance des poles oppoſés: ce ſera l'*équateur*, qui diviſera la terre & le ciel en deux parties égales, l'une au nord & l'autre au midi; & que je verrai coupé par le milieu ſous différents angles, par l'orbite que décrivent ou la route que parcourent les planetes dans leur révolution annuelle.

V°. Du centre de la terre encore, je mene une autre ligne TH, égale au rayon du méridien, & perpendiculaire à la ligne ZTN qui atteint mon zénith & mon nadir; & je la conçois comme faiſant une révolution autour de la

ligne ZTN. Cette ligne TH décrira un troiſieme cercle HTR, dont l'axe ZTN aboutira à mon zénith & à mon nadir, & dont le plan ſera partout à égale diſtance de ces deux points oppoſés : ce ſera *mon horiſon*, dans le plan duquel je verrai chaque jour le ſoleil & les planetes ſe lever & ſe coucher en différents points, tantôt plus au nord & tantôt plus au midi. Ce cercle, ainſi que les deux précédents, diviſe le ciel & la terre en deux *hémiſpheres égaux*.

VI°. Il me ſera facile de tracer dans le ciel par la penſée, tant d'autres cercles que je voudrai, ſelon la même méthode : delà naîtra la *ſphere aſtronomique*, qu'on nomme *ſphere armillaire* quand elle eſt repréſentée ou exécutée en carton ou en telle autre matiere ſolide. (*fig.* 58.)

La ſphere armillaire, image de la ſphere aſtronomique, eſt compoſée de *ſix grands cercles*, qui ſont le méridien MN, l'équateur AB, l'horiſon HH, le zodiaque DE & les deux colures (1133); & de *quatre petits cercles*, qui ſont les deux tropiques CD, EF, & les deux polaires M & N. Les grands cercles ont leur centre, dans le centre même de la terre : les petits cercles ont leur centre hors du centre de la terre, par exemple, ſur l'axe du monde, ou ſur telle autre ligne menée du centre de la terre au firmament.

Après avoir montré ou indiqué comment & par quelle marche l'eſprit humain a pu s'élever à des connoiſſances aſtronomiques ; il nous reſte à expoſer plus en détail les connoiſſances intéreſſantes qu'il a acquiſes en ce genre ; & c'eſt ce que nous allons faire dans tout ce traité, où l'ordre & la lumiere ſont encore plus néceſſaires que dans tous les précédents. La théorie de la

ſphere, des différents corps céleſtes, des loix de Kepler, du vrai ſyſtême du monde, de la terre-planete, tel ſera l'objet de cette premiere ſection, diviſée en cinq articles.

ARTICLE PREMIER.

THÉORIE DE LA SPHERE.

1115. DÉFINITIONS. UNE *ſphere* eſt un ſolide réel ou apparent, formé par la révolution d'un demi-cercle PBM ſur ſon axe PTM : tel eſt ou tel paroît être le monde viſible, que nous allons conſidérer comme diviſé par pluſieurs cercles. (*fig.* 1.)

Dans ce globe immenſe, qui roule ou qui paroît rouler chaque jour autour de notre globe terreſtre, on nomme *poles du monde*, les deux points immobiles P & M autour duquel ſe font les révolutions journalieres; *axe du monde*, une ligne droite PTM, qui enfile le centre de la terre, & atteint les deux poles; *zénith*, le point du ciel Z ou C ou A ſur nos têtes, où aboutit une droite T*n*Z, menée du centre de la terre à nos pieds, & de nos pieds juſques dans ciel; *nadir*, le point du ciel ſous nos pieds, où aboutit une ligne *n g*N ou *c f* F, menée de nos pieds au centre de la terre, & du centre de la terre dans le ciel ſous nos pieds; *antipodes*, le point de la ſurface terreſtre *g* ou *f*, où cette derniere ligne ſort de la terre ſous nos pieds pour aller aboutir au nadir; *firmament*, cette voûte réelle ou apparente, à laquelle paroiſſent être attachés les corps céleſtes;

espaces célestes, tout l'espace intercepté de toute part entre la terre & le firmament.

On voit par ces définitions, qu'il n'y a pour tout l'univers que deux points dans le ciel qui méritent le nom de poles, savoir, les points P & M ; mais qu'il y a autant de différents zéniths & autant de différents nadirs, qu'il y a de points sur la surface terrestre où pourroit être supposé l'observateur. L'observateur, placé en *n*, a pour zénith le point Z, & pour nadir le point N : placé en *p*, il a pour zénith le point P, & pour nadir le point M. Il en est de même pour les antipodes : l'observateur, placé en *b*, a pour antipodes le point *a* : placé en *a*, il a pour antipodes le point *b* ; placé en *c*, il a pour antipodes le point *f* ; placé en *m*, il a pour antipodes le point *p* ; & ainsi du reste. Il résulte delà que le zénith, le nadir, & les antipodes de Paris, par exemple, n'ont rien de commun avec ceux de Rome ou de Madrid ou de Petersbourg.

GRANDS CERCLES DE LA SPHERE.

Le Méridien.

1116. DÉFINITION (*fig.* 2). Le *méridien* d'un lieu quelconque, est un grand cercle P *t* M *s* P, dont le plan passe par le zénith & le nadir de ce lieu, par le centre de la terre, & par les poles de la terre & du monde. On a donné à ce cercle le nom de méridien : parce que lorsque le centre du soleil atteint le plan de ce cercle dans sa révolution sur l'horison, il est midi pour cet endroit ; le soleil étant alors également éloigné & du point de l'horison où il se leve, & du point de l'horison où il se couche. Il est égale-

ment midi pour tous les autres points de la surface terrestre, qui se trouvent placés dans le plan de ce cercle au-dessus de l'horison.

Il est clair qu'il y a tout autant de différents méridiens, qu'il y a de points dans la circonférence *sts* de la terre : puisque le méridien passe toujours & par-tout par le zénith ; & qu'il y a autant de zéniths différents dans la circonférence *sts* de la terre, qu'il y a de points. Ainsi le méridien d'un lieu, n'est point le méridien d'un autre lieu situé à l'orient ou à l'occident de ce lieu : mais le méridien d'un lieu peut être le méridien d'un autre lieu situé au nord ou au midi de ce lieu ; parce que le plan du méridien est dirigé du midi au nord, & non de l'orient à l'occident.

L'Horison.

1117. DÉFINITION. On doit distinguer deux sortes d'horison (*), l'horison rationel ou astronomique, & l'horison sensible. (*fig.* 1.)

I°. L'*horison rationel* d'un lieu quelconque, est un grand cercle dont l'axe aboutit au zénith & au nadir de ce lieu, & dont le plan passant par le centre de la terre, est par-tout également éloigné & du zénith & du nadir de ce lieu (1114, V°). Le plan de ce cercle divise la terre & le ciel en deux portions égales, ou en deux hé-

(*) ETYMOLOGIE. Horison, d'ὁριζω, *finio*, *termino* : ὁριζων, cercle qui termine notre hémisphere, qui termine la vue dans le ciel ; ou qui divise le ciel en deux parties égales, dont l'une est toujours successivement visible.

mispheres égaux, dont l'un est au-dessus & l'autre au-dessous de ce plan. La circonférence de ce cercle est par-tout éloignée de 90 degrés du zénith & du nadir. L'horison rationel du point *n* est le cercle HTR.

II°. L'*horison sensible* du même lieu quelconque, est un cercle qui a le même axe que l'horison rationel dont nous venons de parler ; & dont le plan, parallele au plan de ce dernier, au lieu de passer par le centre de la terre, passe par sa surface, dans le point même dont il est l'horison. L'horison sensible, un peu moindre que l'horison astronomique, en est par-tout éloigné de tout le rayon terrestre ; c'est-à-dire, d'environ 1430 lieues : différence qui devient nulle dans le ciel, où ces deux horisons se confondent sensiblement. Si la ligne *hnr* faisoit une révolution autour du point *n*, en demeurant toujours perpendiculaire à la ligne TZ, elle décriroit un cercle qui seroit l'horison sensible du point *n*; horison parallele à l'horison astronomique HTR du même lieu.

Quand on passe d'un lieu à un autre, on change & d'horison sensible & d'horison rationel : parce qu'on a un autre zénith & un autre nadir, & que l'axe de l'horison passe toujours par ces deux points.

Ligne méridienne.

1118. DÉFINITION. Le plan du méridien & le plan de l'horison sensible s'entre-coupent à angles droits ; puisque l'axe de l'horison est dans le plan du méridien ; & leur commune intersection donne une ligne droite : *cette ligne droite*,

ou toute autre ligne qui lui ſera parallele dans le plan du méridien au-deſſus de l'horiſon, *eſt la méridienne de ce lieu.*

L'Equateur.

1119. DÉFINITION. L'*équateur* (*fig.* 2) eſt un grand cercle A *n* B *a* A T, dont l'axe PTM paſſe par le centre de la terre, par les poles de la terre & du monde; & dont le plan eſt par-tout également éloigné & des deux poles de la terre & des deux poles du monde. La partie de ce cercle qui atteint la ſurface de la terre, eſt l'équateur terreſtre *st*: c'eſt ce qu'on nomme *la ligne.* Par exemple, *paſſer la ligne*, c'eſt paſſer du nord au midi, ou du midi au nord de l'équateur. (494. IV°.)

I°. L'équateur ſe nomme auſſi *cercle équinoxial*; parce que, quand le ſoleil l'atteint, les jours ſont égaux aux nuits dans toute la terre: ce qui arrive deux fois chaque année; au commencement du printems, quand le ſoleil paſſe ou paroît paſſer du midi vers le nord; & au commencement de l'automne, quand le ſoleil paſſe du nord vers le midi.

II°. L'équateur, par ſa révolution journaliere autour de la terre, d'orient en occident, meſure le jour. Or comme l'équateur, ainſi que tout cercle, eſt diviſé en 360 degrés, & que le jour ne renferme que 24 heures; en diviſant 360 par 24, on trouvera que 15 degrés de l'équateur répondent à une heure du jour. Ainſi il faut une heure, pour qu'un point de l'équateur paſſe de l'horiſon, à 15 degrés au-deſſus ou au-deſſous de l'horiſon; deux heures, pour que ce même point

de l'équateur, se porte à 30 degrés au-dessus ou au-dessous de l'horison; & ainsi du reste. On peut dire la même chose des cercles KN, RS, & des autres cercles paralleles à l'équateur.

1120. REMARQUE I. L'horison est toujours déterminé par le zénith; & le zénith est toujours éloigné de 90 degrés, de la circonférence de l'horison (1117). Par conséquent (*fig.* 1),

I°. *Quand le zénith* A *ou* B *est dans l'équateur*; le plan de l'horison atteint les poles de la terre & du monde P & M: dans ce cas seulement, l'équateur ABA & l'horison PMP s'entre-coupent à angles droits.

II°. *Quand le zénith est entre les poles & l'équateur*, par exemple en Z; l'horison HTR s'abaisse au-dessous d'un pole P, s'éleve au-dessus de l'autre pole M, s'incline à l'équateur ATB; & l'arc PH ou RM, intercepté entre le pole visible & le plan de l'horison, est toujours égal à la hauteur du pole visible P au-dessus de l'horison.

III°. *Quand le zénith est dans les poles mêmes*, en P ou en M; le plan de l'horison se confond avec le plan de l'équateur: l'équateur & l'horison sont un même cercle ATB, dont le plan est par-tout éloigné des poles, de 90 degrés.

1121. REMARQUE II. Le zénith d'un lieu quelconque, & le pole visible, sont toujours dans le plan du méridien de ce lieu (1116). Or comme le pole est à 90 degrés de l'équateur, & le zénith à 90 degrés de l'horison (1117); il est clair qu'autant que le zénith Z s'approche du pole visible P, autant l'horison TH s'abaisse au-dessous de ce pole visible P; & que la hauteur PH du pole, est égale à l'éloignement ZA du zénith à l'équateur. HPZ = 90 degrés; PZA = 90

degrés : ôtez la partie commune PZ ; reste de part & d'autre HP = ZA, (*fig.* 1.)

D'où il s'ensuit que l'*éloignement du zénith à l'équateur est égal à la hauteur du pole* ; & que l'éloignement ou *la distance du zénith au pole est égale au complément de la hauteur du pole.* Par exemple, si dans le méridien, le pole P est élevé de 30 degrés au-dessus de l'horison H ; le zénith Z est à 30 degrés de l'équateur A, & à 60 degrés du pole P.

L'Ecliptique.

1122. DÉFINITION. *L'écliptique est proprement la courbe que décrit le centre de la terre pendant sa révolution annuelle autour du soleil*, vue du centre du soleil immobile, & rapportée dans le firmament ; ou bien, si l'on juge par les apparences, l'*écliptique* est le cercle que paroît décrire le centre du soleil pendant sa révolution annuelle du midi au nord, & du nord au midi dans le firmament. Cette courbe de la terre, ce cercle du soleil, ne sont qu'une même chose, qu'une même ligne R *a* N *n* R, dans le firmament. (*fig.* 2.)

En supposant ici la terre immobile, si l'on observoit exactement pendant toute une année, à quel point du firmament répond chaque jour le centre du soleil à une même heure, par exemple, à midi ; on trouveroit que ce centre du soleil, au lieu de répondre chaque jour à un même point *a* du firmament, se trouve chaque jour à midi dans un point plus avancé d'environ un degré vers l'orient, aujourd'hui en *a*, demain en *r*, après-demain en *b*, ensuite en *c*, en N, en *d*, en *e*, en *n*, en *f*, en *g*, en R, en *h*, en *k*, en *a* ; & que la somme de tous ces points, observés à

midi pendant toute une année, fait dans le firmament la circonférence d'un cercle RTN, dont le plan passeroit par le centre de la terre, & seroit incliné d'environ 23 degrés & 28 minutes sur le plan de l'équateur ATB : ce cercle RTN est l'*écliptique*, dans le plan de laquelle se trouvent toujours, & le centre du soleil, & le centre de la terre. Le nom d'écliptique lui vient, de ce que toutes les éclipses de soleil & de lune ont lieu ou arrivent dans son plan.

I°. Le plan de l'écliptique RTN (1110), n'est ni parallele, ni perpendiculaire au plan de l'équateur ATB : le premier est oblique au second. Cette *obliquité de l'écliptique* relativement à l'équateur, est mesurée par l'angle RTB ou NTA, qui est cette année 1770, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces. Nous examinerons ailleurs si cette obliquité est variable ; si l'angle NTA augmente ou diminue, ou s'il reste persévéramment de même grandeur. (1381.)

II°. L'axe DTE de l'écliptique, & l'axe PTM de l'équateur, font entr'eux le même angle que leurs plans qui s'entre-coupent par leurs centres au centre de la terre : ces deux axes ont donc entr'eux la même obliquité que leurs plans. Les deux points du ciel où aboutit l'axe de l'écliptique, sont *les deux poles de l'écliptique :* ces deux points, ou ces deux poles D & E, sont donc éloignés cette année 1770, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces, des deux poles du monde P & M.

III°. Comme l'écliptique & l'équateur s'entre-coupent par leurs centres au centre de la terre ; il est clair qu'*une moitié* TN *de l'écliptique est au nord, & l'autre moitié* TR, *au midi de l'équateur.*

Le ſoleil, qui dans une année parcourt la circonférence de l'écliptique, en avançant chaque jour d'environ un degré d'occident en orient, ſe trouvera donc tantôt au nord & tantôt au midi de l'équateur, paſſant deux fois par an dans le plan de l'équateur ATB.

Paralleles à l'Equateur.

1123. OBSERVATION. I°. Quand le ſoleil eſt en *a*, dns l'interſectoin de l'écliptique & de l'équateur, au commencement du printems; ce jour-là il fait ſa *révolution diurne* dans l'équateur, avec le point *a* qu'il occupe dans l'écliptique céleſte. (*fig.* 2.)

II°. Quand le ſoleil, avançant ou paroiſſant avancer chaque jour d'environ un degré dans l'écliptique, & paſſant ſucceſſivement chaque jour de *a* en *r*, de *r* en *b*, de *b* en *c*, eſt arrivé en N, au ſolſtice d'été & au commencement de l'été; ce jour-là il fait ſa *révolution diurne* autour de la terre, au nord de l'équateur, dans le cercle NKN, avec le point N qu'il occupe ou qu'il paroît occuper dans le firmament & dans l'écliptique.

III°. Quand le ſoleil avançant toujours chaque jour d'environ un degré d'occident en orient dans l'écliptique, après avoir ſucceſſivement paſſé par tous les points *d e n f g* de l'écliptique, ſera parvenu en R, au commencement de l'hiver; ce jour-là il fera ſa *révolution diurne* autour de la terre, au midi de l'équateur, dans le cercle RSR, avec le point R qu'il paroît occuper dans le ciel, & qui paroît tourner conjointement avec le ſoleil autour de la terre, d'orient en occident,

dans le cercle RSR, parallele à l'équateur AB.

IV. Si le ſoleil, dans ſa révolution autour de l'écliptique d'occident en orient, paſſoit par bonds d'un degré à l'autre, s'arrêtant un jour entier ſur le même point, & ſautant le lendemain tout à coup à un autre point plus éloigné d'environ un degré; il décriroit dans ſes différentes révolutions diurnes autour de la terre, tout autant de cercles RS, AB, NK, *paralleles à l'équateur*, qu'il y a de jours dans l'an. Mais comme le mouvement annuel du ſoleil dans l'écliptique, eſt ſucceſſif & permanent; il eſt clair que le ſoleil, dans ſon mouvement annuel combiné avec ſon mouvement diurne, au lieu de décrire dans le ciel environ 365 circonférences iſolées & parfaitement paralleles à l'équateur, ne décrit que *deux ſpires continues ;* dont l'une commence en R & finit en N, & dont l'autre commence en N & finit en R.

Ainſi, en regardant comme réel le mouvement apparent du ſoleil; chaque révolution diurne de cet aſtre autour de la terre, eſt réellement une révolution ſpirale, un peu inclinée à l'équateur, mais que l'on peut regarder comme un cercle ſenſiblement parallele à l'équateur, à cauſe de ſon inclinaiſon inſenſible. Le ſoleil, par ſes révolutions diurnes réelles ou apparentes, décrit donc dans une année, environ 365 ſpires & demi, qu'on peut prendre pour tout autant de cercles paralleles à l'équateur : delà tout autant de *cercles ſenſiblement paralleles à l'équateur*, dans la ſphere aſtronomique.



Poles de l'Ecliptique.

1124. PROBLÊME. *Trouver à peu près, ſans inſtruments aſtronomiques, la poſition du pole boréal de l'écliptique.* (fig. 2.)

SOLUTION. Il réſulte de ce que nous venons d'obſerver & d'expliquer au ſujet de l'écliptique, que ſi on décrit dans le ciel autour du pole du monde P, un cercle DGD, dont le rayon *v*G parte de l'axe du monde & embraſſe 23 degrés 28 minutes 7 ſecondes 7 tierces de la circonférence céleſte autour du pole P; le pole de l'écliptique ſe trouvera dans la circonférence de ce cercle DGD. Mais quel eſt le point de cette circonférence DGD, qui eſt le pole de l'écliptique? C'eſt ce qu'il s'agit ici de déterminer. (*fig.* 3.)

Tout le monde connoît cette belle conſtellation du nord, compoſée de ſept étoiles brillantes de perpétuelle apparition, qu'on nomme la *grande ourſe*, ou le *charriot de David.* Elle a en effet quelque apparence de charriot: quatre étoiles ABCD en forment le train ou les quatre roues: trois autres FGT en repréſentent pour ainſi dire le timon.

I°. Si, par les deux étoiles A & B, on tire par la penſée une ligne droite indéfinie BAX vers le nord; cette ligne paſſera fort près de l'*étoile polaire* P, laquelle eſt autant éloignée de l'étoile A, que l'étoile A l'eſt de l'étoile T. Cette étoile polaire forme la queue d'une autre conſtellation compoſée, comme celle-ci, de ſept étoiles, mais moins brillantes: elle porte le nom de *petite ourſe*, en grec *αρκτος*; d'où eſt venu au

pole voisin, le nom de pole arctique. Les deux étoiles *a* & *b* de la petite ourse, les plus éloignées de la polaire qui termine le timon *c* P, se nomment les *gardes de la petite ourse*.

II°. Si on mene une autre ligne indéfinie CDZ; cette ligne passera fort près du *pole boréal de l'écliptique*, lequel se trouve sur la ligne DZ, & sur une ligne menée par les deux gardes de la petite ourse, c'est-à-dire, par les deux étoiles *a* & *b*. Ce pole sera donc en Z dans le ciel.

III°. Une ligne droite, menée de ce pole boréal de l'écliptique au centre de la terre, & prolongée indéfiniment vers la partie opposée du firmament, atteint le *pole austral de l'écliptique*, lequel n'est point visible pour nous.

Ces deux poles de l'écliptique D & E (*fig.* 2), qui sont deux points déterminés dans le firmament, & qui servent à mesurer la latitude des astres, font chaque jour avec tout le ciel, une révolution réelle ou apparente autour des poles P & M de l'équateur & du monde, d'orient en occident. L'étoile polaire P (*fig.* 1) n'est pas au pole même, mais elle en est fort près, & sert à le faire trouver. (1355.)

Le Zodiaque & les douze signes.

1125. DÉFINITION. Le *zodiaque* est une zone ou une bande circulaire DTED dans le firmament, d'environ 16 degrés de largeur, coupée par le milieu dans toute sa circonvolution, par l'écliptique, qui la divise en deux portions égales (*fig.* 58). Cette bande, ou zone circulaire, renferme, outre l'écliptique ou l'orbite annuelle du soleil ou de la terre, l'orbite annuelle de toutes

les planetes principales, qui y coupent chacune obliquement l'écliptique en deux portions égales, ſous différents angles; & qui tantôt s'approchant & tantôt s'éloignant un peu, ſemblent faire dans le ciel, ce que font ſur la terre différentes ornieres tantôt paralleles & tantôt un peu inclinées les unes aux autres, un aſſez large chemin dont la largeur les contient & les circonſcrit toutes. La circonvolution du zodiaque embraſſe ou renferme dans ſa largeur, douze conſtellations célebres, ou douze grouppes d'étoiles, qu'on nomme *les douze ſignes du zodiaque.* Voici les noms qu'on leur donne, & les caracteres par leſquels on les diſtingue: le Bélier ♈; le Taureau ♉; les Gemeaux ♊; l'Écreviſſe ♋; le Lion ♌; la Vierge ♍; la Balance ♎; le Scorpion ♏; le Sagittaire ♐; le Capricorne ♑; le Verſeau ♒; les Poiſſons ♓. Les deux vers latins ſuivants ſerviront à mieux fixer le nom & l'ordre de ces ſignes, dans la mémoire.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

I°. Quoique ces douzes conſtellations, qui occupent toute l'étendue ou toute la circonvolution du zodiaque, ne ſoient pas également eſpacées dans le ciel; les anciens aſtronomes leur attribuerent à chaque un eſpace égal, trente degrés de la circonférence de l'écliptique, en commençant par la conſtellation du bélier, dont le premier point répondoit alors aſſez exactement à l'équinoxe du printems. On prit donc ce premier point de la conſtellation du bélier, pour le

premier point de l'écliptique & du zodiaque, ou pour le point de départ, en allant d'occident en orient de ſigne en ſigne, dans la direction *a* N *n* R *a*: ainſi l'*ordre des ſignes va d'occident en orient:* le bélier *ab* eſt plus occidental que le taureau *bc;* le taureau eſt plus à l'occident que les gemeaux *c* N; & ainſi de ſuite. (*fig.* 2.)

II°. Mais les douze conſtellations, qui ſervirent de point fixe aux anciens aſtronomes, ne ſont plus placées aujourd'hui dans le ciel, relativement à l'équateur & aux équinoxes, comme elles l'étoient au tems de ces aſtronomes, il y a environ deux mille ans: car la conſtellation du bélier, qui étoit alors toute en *ab*, eſt maintenant toute en *bc;* & la conſtellation des poiſſons, qui étoit alors en *ka*, eſt maintenant toute en *ab*. Ces conſtellations, mobiles à l'égard de l'équateur A *a* B *n* A, dont elles s'approchent ou s'éloignent ſans ceſſe par un mouvement très-lent, ne peuvent donc pas ſervir de point fixe relativement à l'équateur. C'eſt pour cette raiſon que les aſtronomes modernes, ſans faire attention à ces conſtellations mobiles à l'égard de l'équateur, prennent, pour *premier ſigne*, les 30 premiers degrés *ab* de l'écliptique au nord de l'équateur, à compter depuis le point équinoxial du printems; pour *ſecond ſigne*, les 30 degrés ſuivants *bc*, en allant de l'occident vers l'orient; & ainſi de ſuite.

On a conſervé à ces douze diviſions de l'écliptique, les anciens noms aſtronomiques. Par exemple, on appelle toujours *ſigne du bélier*, la premiere diviſion *ab;* quoique toute la conſtellation du bélier ſoit maintenant dans la ſeconde diviſion *bc*. On appelle toujours *ſigne du taureau*, la

la ſeconde diviſion *bc*; quoiqu'il n'y ait plus rien en *bc* de la conſtellation du taureau, laquelle eſt toute entiere dans la troiſieme diviſion *c*N; & ainſi de ſuite. Ainſi le nom de ſigne du bélier ou de la balance, par exemple, n'a plus aucun rapport aux conſtellations qu'il exprime : il ne ſignifie autre choſe que la premiere & la ſeptieme diviſion du zodiaque en 30 degrés chacune.

III°. Comme l'écliptique & le zodiaque ſont coupés par l'équateur en deux parties égales; il eſt clair qu'une moitié du zodiaque eſt au nord & l'autre moitié au midi de l'équateur. Les ſix premiers ſignes, exprimés par le premier vers, ſont toujours dans la partie boréale *a*N*n* du zodiaque; & s'appellent *ſignes ſeptentrionaux* : les ſix derniers ſignes, exprimés par le ſecond vers, ſont toujours dans la partie auſtrale du même zodiaque; & s'appellent *ſignes méridionaux*.

IV°. Comme le centre du ſoleil, toujours placé dans le plan de l'écliptique, parcourt la circonférence de l'écliptique dans une année; le ſoleil ſe trouve ſucceſſivement un mois dans chaque ſigne, ou dans chaque diviſion de 30 degrés. Quand on dit que *le ſoleil eſt dans tel ſigne*, par exemple, dans telle étoile du bélier; cela ſignifie que le ſoleil, vu de la terre, paroît être dans le même point du ciel que cette étoile; ou que le ſoleil, placé entre la terre & cette étoile, ſe trouve dans une ligne droite qui enfileroit les centres de la terre, du ſoleil, de cette étoile.

V°. Comme le ſoleil, dans ſa révolution annuelle, parcourt ſucceſſivement dans l'éclip-

tique tous les ſignes du zodiaque; & que ces ſignes ſont les uns plus élevés & les autres moins élevés au-deſſus de notre horiſon; on nomme *ſignes aſcendants*, ceux que parcourt le ſoleil en s'élevant chaque jour de plus en plus au-deſſus de notre horiſon; & *ſignes deſcendants*, ceux que parcourt le ſoleil en s'élevant chaque jour de moins en moins au-deſſus du même horiſon. Les ſignes aſcendants R *a* N, ſont le capricorne, le verſeau, les poiſſons, le bélier, le taureau, les gemeaux: les ſignes deſcendants N *n* R, ſont le cancer, le lion, la vierge, la balance, le ſcorpion, le ſagittaire. (*fig.* 2.)

1126. REMARQUE. Si l'année n'avoit que 360 jours, comme la circonférence de l'écliptique & de tout cercle n'a que 360 degrés; le ſoleil, dans ſa révolution annuelle autour du zodiaque, parcourroit chaque jour un degré d'un ſigne. Mais comme l'année renferme 365 jours 5 heures 48 minutes & environ 45 ſecondes; il y a plus de jours dans l'année, que de degrés dans l'écliptique. Le ſoleil ne parcourra donc pas un degré entier de l'écliptique par jour, mais un peu moins d'un degré.

Quant aux dénominations des douze conſtellations du zodiaque, il eſt fort peu important, du moins pour l'aſtronomie, de deviner pourquoi les anciens aſtronomes Grecs & Egyptiens donnerent tels & tels noms à ces conſtellations. Nous nous bornerons donc à obſerver ici, que comme la plupart de ces conſtellations portent des noms d'animaux, on a donné à la zone qu'elles occupent, le nom de zodiaque *ζωδιακός*; nom dérivé du mot grec *ζῶον*, *animal*: zodiaque, *animalium cœleſtium zona*.

Points cardinaux, équinoxiaux, solstitiaux.

1127. DÉFINITION I. Les *quatre points cardinaux* sont le nord & le midi, le levant & le couchant des équinoxes. (*fig.* 2.)

Soit P*t*M*s*P, le plan du méridien; & A*n*B*a*A, le plan de l'équateur: les axes de ces deux cercles (1110) donnent les quatre points cardinaux. L'axe PTM de l'équateur atteint & donne dans le ciel le nord P & le midi M. L'axe A*s*T*t*B du méridien atteint & donne dans le ciel le vrai orient A & le vrai occident B: c'est le levant & le couchant des équinoxes, différent de celui des solstices. Au solstice d'hiver le soleil se leve & se couche plus au midi, en SR.

1128. DÉFINITION II. Les *points équinoxiaux* sont les deux points *a* & *n*, où les circonférences de l'écliptique & de l'équateur s'entrecoupent dans le ciel: l'un *a*, est le *point équinoxial du printems*; & l'autre *n*, est le *point équinoxial d'automne*.

Quand le centre du soleil est dans l'un ou dans l'autre de ces deux points, le jour est égal à la nuit dans toute la terre; *ubique est æquinoctium*: delà leur dénomination. Les points équinoxiaux sont variables, comme nous l'expliquerons bientôt: ils ne répondent pas constamment aux mêmes points du ciel. (*fig.* 2.)

1129. DÉFINITION III. Les *points solstitiaux* sont les deux points N & R de l'écliptique, les plus voisins ou les moins éloignés des deux poles du monde P & M. Le point N de l'écliptique, point le moins éloigné du pole arctique P, est le *point solstitial d'été*: le point R de l'écliptique,

point le moins éloigné du pole antarctique M, est le *point solstitial d'hiver*.

Les points solstitiaux sont toujours éloignés de 90 degrés, des points équinoxiaux : ils sont donc par conséquent variables & mobiles, ainsi que ces derniers.

1130. DÉFINITION IV. Les équinoxes & les solstices demandent une définition à part qui en donne une idée exacte & précise. (*fig.* 2.)

I°. On nomme *équinoxe*, l'instant où le centre du soleil se trouve dans le plan de l'équateur AB : ce qui arrive deux fois l'an. En passant du midi au nord de l'équateur, le soleil donne en *a* l'équinoxe du printems, qui arrive vers le 20 de mars : le jour & le moment où se fait ce passage, est le jour & le moment de l'équinoxe. En passant ensuite du nord au midi de l'équateur, le soleil donne en *n* l'équinoxe d'automne, qui arrive vers le 23 de septembre : le jour & le moment où se fait ce passage, est le jour & le moment du nouvel équinoxe.

II°. On nomme *solstice*, l'instant où le centre du soleil se trouve dans les deux points solstitiaux N & R. Quand le centre du soleil atteint le point solstitial N, au premier point du cancer ou du quatrieme signe, on a le solstice d'été, qui arrive vers le 21 de juin. Quand le soleil atteint le point solstitial R, au premier point du capricorne ou du dixieme signe, on a le solstice d'hiver, qui arrive vers le 21 de décembre. (*fig.* 2.)

En parcourant l'écliptique R *a* N *n* R dans sa révolution annuelle, le soleil s'approche & s'éloigne successivement de l'équateur AB. Mais il y a deux tems, où pendant quelques jours il paroît comme *stationnaire*, où il semble ne point

s'approcher & ne point s'éloigner de l'équateur : ce qui arrive au tems des solstices, tems qui embrasse les deux ou trois jours qui précedent & les deux ou trois jours qui suivent le moment de chaque solstice. Delà le nom de solstice; *stolstitium : quasi solis statio.*

Précession des équinoxes.

1131. OBSERVATION. Supposons d'abord dans la circonférence de l'écliptique *a* N *n* R *a*, 25740 étoiles, toutes éloignées l'une de l'autre d'une même quantité, de 50 secondes & 20 tierces de degré. Supposons ensuite, au centre de la terre diaphane & transparente T, un œil occupé à observer exactement chaque année l'équinoxe du printems; ou l'instant auquel le centre du soleil passe du midi au nord, dans le plan de l'équateur ATB. Cet œil observera ce qui suit : (*fig.* 2.)

I°. Si cette année, au moment de l'équinoxe du printems, le centre du soleil répond dans le firmament à l'étoile *a*; l'année prochaine, au moment du même équinoxe, le centre du soleil répondra à l'étoile voisine & plus occidentale *x*, laquelle se trouvera dans le plan de l'équateur au moment de l'équinoxe. D'où il s'ensuit que les *points équinoxiaux & solstitiaux actuels rétrogradent chaque année contre l'ordre des figures, d'environ 50 secondes & un tiers*; & par conséquent, que les points équinoxiaux & solstitiaux modernes *précedent* dans la révolution diurne, soit en se levant, soit en se couchant, soit en arrivant au méridien, les points équinoxiaux & solstitiaux antérieurs : c'est ce qu'on nomme *la précession des équinoxes*, précession qui affecte également les

ſolſtices qui ſont toujours à 90 degrés des points équinoxiaux de l'année actuelle.

Selon le célebre abbé de la Caille, la préceſſion moyenne des équinoxes, eſt de 50 ſecondes & 20 tierces de degré: ce qui fait un degré de rétrogradation, dans l'eſpace de 71 ans & ſix mois; deux degrés en 143 ans; 360 degrés en 25740 ans. (*fig.* 2.)

II°. L'étoile *a*, qui l'année derniere étoit dans le plan de l'équateur au moment de l'équinoxe du printems, ſera cette année un peu au nord de l'équateur au moment du même équinoxe: puiſque dans ce moment du nouvel équinoxe du printems, l'étoile *x* ſe trouve dans le plan de l'équateur, & que l'étoile *a* eſt plus avancée d'environ 50 ſecondes de degré vers l'orient, dans la partie boréale de l'écliptique. D'où il s'enſuit que l'écliptique & par-là même tout le firmament, outre la *révolution diurne d'orient en occident* autour de l'axe PTM du monde, a une autre *révolution très-lente d'occident en orient* autour de l'axe DTE de l'écliptique. Nous ferons voir ailleurs que ces deux mouvements du firmament, ne ſont qu'apparents; & que tout le ciel étoilé eſt perſévéramment immobile.

III°. Comme, en vertu de la révolution de l'écliptique autour de ſon axe d'occident en orient, tous les points *h k y x* de l'écliptique, vont devenir ſucceſſivement points équinoxiaux du printems; il s'enſuit que *certaines étoiles méridionales* h k y x, *s'approchent ſans ceſſe de l'équateur*; & que *certaines étoiles ſeptentrionales* a r b c, *s'éloignent ſans ceſſe de l'équateur.* Ce qui fait qu'après un certain nombre de ſiecles tout le firmament doit paroître avoir changé de poſition;

comme la chose est en effet. Car la constellation des poissons, qui étoit en *k y x a*, au midi de l'équateur, il y a environ 2000 ans, est maintenant en *a r b* au nord de l'équateur. Elle avance d'un dégré, d'occident en orient, en 71 ans & demi.

Ainsi si l'étoile *a* est à présent dans l'équateur, au point équinoxial du printems; cette même étoile *a* sera en N, dans l'espace de 6435 ans; sera en *n*, dans 12870 ans; sera en R, dans 19305 ans; sera de nouveau en *a* au point équinoxial du printems, dans 25740 ans.

Quand l'étoile *a* est dans l'intersection de l'écliptique & de l'équateur, en *a* ou en *n*; elle fait ses révolutions diurnes dans le plan de l'équateur. Quand cette même étoile *a* est en N, au point solstitial d'été, elle fait ses révolutions diurnes dans le tropique du cancer NKN, au nord de l'équateur. Quand cette même étoile *a* est en R, au point solstitial d'hiver, elle fait ses révolutions diurnes dans le tropique du capricorne RSR, au midi de l'équateur; & ainsi du reste.

IV°. Comme les points équinoxiaux & solstitiaux fixent le commencement & la fin de chaque saison, & que ces points sont rétrogrades & vont pour ainsi dire au-devant du soleil dans sa route annuelle; il s'ensuit que *le soleil ne parcourt pas entiérement toute l'écliptique, en passant d'un point équinoxial du printems, au point équinoxial du printems suivant*: il n'en parcourt que 359 degrés 59 minutes 9 secondes & deux tiers de seconde.

Par exemple, soit cette année l'équinoxe du printems au point *a*. Le soleil, pour arriver à

l'équinoxe du printems prochain, n'aura à parcourir que la partie *a* N *n* R *x* de l'écliptique : parce que le point *x* sera l'an prochain dans le plan de l'équateur, quand le centre du soleil passera de la partie méridionale, dans la partie septentrionale de l'écliptique. Le soleil aura donc, pendant cette révolution annuelle, parcouru toute l'écliptique, moins l'arc *xa* de 50 secondes & 20 tierces de degré. Cette observation nous servira bientôt à rendre raison pourquoi l'année tropique est plus courte que l'année sydérale.

1132. DÉFINITION. Il résulte de cette observation, que la *précession des équinoxes* n'est autre chose qu'un mouvement réel ou apparent dans le firmament, autour de l'axe DTE de l'écliptique, d'occident en orient : mouvement qui fait que les points équinoxiaux & solstitiaux modernes sont chaque année dans un point plus occidental de l'écliptique, contre l'ordre des signes ; & que les points équinoxiaux & solstitiaux antérieurs devancent d'autant les postérieurs selon l'ordre des signes, en allant de l'occident vers l'orient : on prend toujours pour premier point de l'écliptique, le point équinoxial du dernier printems. Depuis Hyparque jusqu'à nous, les points équinoxiaux & solstitiaux ont rétrogradé d'environ 27 degrés.

Les deux colures.

1133. DÉFINITION. I°. On nomme *colure des équinoxes*, un cercle dont le plan passe, & par les deux poles du monde P & M, & par les deux points équinoxiaux *a* & *n*. (*fig.* 2.)

Le plan de ce cercle rétrograde sans cesse

contre l'ordre des ſignes, d'orient en occident, ainſi que les points équinoxiaux, auxquels il eſt toujours fixé : l'arc de ſa rétrogradation eſt de 50 ſecondes & un tiers par an. (1131.)

II°. On nomme *colure des ſolſtices*, un cercle dont le plan paſſe, & par les deux poles du monde P & M, & par les deux points ſolſtitiaux N & R : ce cercle rétrograde chaque année contre l'ordre des ſignes, comme le précédent.

Ces deux cercles s'entre-coupent perpendiculairement par leurs centres, au centre de la terre ; & ils coupent chaque année l'écliptique en des points *axyk*, plus avancés vers l'occident contre l'ordre des ſignes. On les nomme *colures*, ce qui ſignifie tronqué ou mutilé : parce que ces deux cercles ne ſont point vus en entier au-deſſus de l'horiſon, par ceux qui habitent en-deçà ou en-delà de l'équateur ; ils paroiſſent donc comme tronqués dans leur partie la plus éloignée de l'obſervateur. Colures : de κολος, *mutilus*, & de ουρα, *cauda : circuli in caudâ ſuâ truncati & mutili.*

Petits cercles de la ſphere.

1134. DÉFINITIONS. I°. On nomme *tropique du cancer*, un cercle NKN, parallele à l'équateur ABA, qui a pour axe l'axe du monde, & dont le plan paſſe par le premier point du cancer, ou par le point du ſolſtice d'été N. (*fig.* 2.)

II°. On nomme *tropique du capricorne*, un cercle RSR, parallele à l'équateur, qui a pour axe l'axe ATM du monde, & dont le plan paſſe par le premier point du capricorne, ou par le point du ſolſtice d'hiver R. (494.)

Ces deux cercles, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, ſont éloignés chacun de 23 degrés 28 minutes 7 ſecondes & 7 tierces de l'équateur. L'arc NAS ou RBK meſure le mouvement annuel, réel ou apparent du ſoleil, du midi au nord, & du nord au midi : la moitié de cet arc meſure la plus grande obliquité actuelle de l'écliptique ſur l'équateur.

III°. On nomme *cercles polaires*, deux cercles DGD & FEF, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, qui ont pour axe l'axe du monde; qui ont pour rayon une perpendiculaire menée des poles de l'écliptique ſur l'axe du monde; & dont la circonférence eſt par-tout éloignée des poles du monde P & M, autant que les points ſolſtitiaux N & R le ſont de l'équateur AB, c'eſt-à-dire, d'environ 23 degrés 28 minutes 7 ſecondes & 7 tierces.

Ces quatre petits cercles, paralleles à l'équateur & paralleles entr'eux, ſervent à diviſer le ciel & la terre en ſix zones, dont nous avons déja parlé ailleurs (494): en voici de nouveau la formation, dans les principes aſtronomiques.

Zones terreſtres & céleſtes.

1135. HYPOTHESE (*fig.* 1). Si un diametre CTF de la ſphere céleſte, fait une révolution autour de l'axe du monde PTM, en conſervant toujours la même inclinaiſon CTP ſur cet axe; il eſt clair que ce diametre CTF décrira deux cônes CTDC & FTEF, qui ſeront oppoſés par leurs ſommets au centre de la terre. Examinons ces cônes, & dans la ſurface céleſte, & ſur la ſurface terreſtre.

I°. Tandis que le point C décrit dans le ciel la circonférence CDC, le point *c* du même rayon TC décrit ſur la ſurface terreſtre la circonférence *cdc*. Ces deux circonférences CDC & *cdc*, ſont paralleles entr'elles & paralleles à l'équateur : l'angle CTP ou *c*T*p*, qui les ſépare des poles, eſt le même pour l'une & pour l'autre; auſſi bien que l'angle CTA ou *c*T*a*, qui les ſépare de l'équateur.

II°. Tandis que le point F décrit dans le firmament la circonférence FEF, le point *f* décrit ſur la ſurface terreſtre la circonférence *fef*. Ces deux circonférences FEF & *fef* ſont paralleles entr'elles & paralleles à l'équateur: la circonférence céleſte eſt éloignée des poles du monde & de l'équateur céleſte, précisément comme la petite circonférence eſt éloignée des poles de la terre & de l'équateur terreſtre.

III°. Comme les deux grandes circonférences CDC & FEF ſont par-tout également éloignées de l'équateur ATB, ſont par-tout également éloignées des poles céleſtes P & M; de même les petites circonférences terreſtres *cdc* & *fef* ſont par-tout également éloignées de l'équateur terreſtre *aba*, ſont par-tout également éloignées des deux poles terreſtres *p* & *m*.

D'où il s'enſuit que *la révolution d'un diametre ou d'un rayon de la ſphere céleſte autour de l'axe du monde, opere les mêmes diviſions, & dans la ſurface céleſte, & ſur la ſurface terreſtre*. Ce réſultat, ou ce corollaire, mérite d'être remarqué & retenu: il eſt ſouvent une ſource de lumiere dans l'aſtronomie & dans la géographie.

1136. PROBLÊME. *Expliquer la formation & déterminer la grandeur des zones céleſtes & terreſtres.* (fig. 2.)

SOLUTION. En ſuppoſant encore ici la terre immobile au centre du firmament, comme elle paroît toujours l'être ; concevons différents rayons menés du centre de la terre dans le ciel, & faiſant leurs révolutions ſous certains angles fixes & conſtants, autour de l'axe du monde PTM : nous aurons le ciel & la terre, diviſés proportionnellement en différentes zones ou bandes circulaires d'occident en orient. (494.)

I°. Un rayon TB, perpendiculaire à l'axe du monde, en faiſant une révolution autour de cet axe, formera l'équateur céleſte BAB, & l'équateur terreſtre *tst :* il diviſera le ciel & la terre en deux hémiſpheres égaux, l'un au nord & l'autre au midi.

II°. Un autre rayon TN, mené du centre de la terre au point ſolſtitial d'été, en faiſant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, & dans le ciel, & ſur la terre, la circonférence du tropique du cancer ; circonférence par-tout éloignée de l'équateur, de 23 degrés 28 minutes 7 ſecondes & 7 tierces. L'eſpace intercepté entre l'équateur & le tropique du cancer, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, eſt la *zone torride ſeptentrionale.*

III°. Un autre rayon TR, mené du centre de la terre au point ſolſtitial d'hiver, en faiſant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, & dans le ciel, & ſur la terre, la circonférence du tropique du capricorne ; circonférence éloignée de l'équateur, préciſément comme celle du

tropique du cancer. L'eſpace intercepté entre l'équateur & le tropique du capricorne, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, eſt la *zone torride méridionale.*

IV°. L'axe de l'écliptique DTE, en faiſant une révolution autour de l'axe du monde, décrira, dans le ciel & ſur la terre, les deux circonférences des deux cercles polaires; circonférences par-tout éloignées, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, d'environ 23 degrés & 28 minutes des poles, d'environ 66 degrés & 32 minutes de l'équateur.

L'eſpace intercepté entre le tropique du cancer & le cercle polaire boréal, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, eſt la *zone tempérée ſeptentrionale*, d'environ 43 degrés 4 minutes de largeur.

L'eſpace intercepté entre le tropique du capricorne & le cercle polaire auſtral, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, eſt la *zone tempérée méridionale*, de même largeur préciſément que la précédente.

V°. L'eſpace intercepté entre les poles & les cercles polaires, ſoit dans le ciel, ſoit ſur la terre, forme encore deux zones, qu'on nomme *zones glaciales*, à cauſe de la rigueur du froid auquel elles ſont expoſées dans notre globe: elles s'étendent chacune à 23 degrés 28 minutes 7 ſecondes & 7 tierces en-deçà & en-delà des poles, l'une autour du pole arctique, & l'autre autour du pole antarctique. La largeur des deux zones glaciales, en allant des cercles polaires aux poles, eſt préciſément égale, en nombre de degrés & de minutes & de ſecondes, à la largeur des deux zones torrides. Le nom de ces dernieres leur vient des exceſſives chaleurs aux-

quelles elles ſont expoſées pendant preſque toute l'année.

Année aſtronomique & civile.

1137. DÉFINITION. L'année aſtronomique eſt une révolution réelle ou apparente du ſoleil autour de l'écliptique R *a* N *n* R : on la diviſe principalement en année ſydérale & en année tropique. (*fig.* 2.)

I°. L'*année aſtronomique ſydérale* eſt une révolution entiere du ſoleil autour de l'écliptique, d'occident en orient, ſelon l'ordre des ſignes; à compter depuis le paſſage du centre du ſoleil par une étoile quelconque *a*, juſqu'au retour du centre du ſoleil dans cette même étoile *a*. Cette année eſt, ſelon l'abbé de la Caille, de 365 jours 6 heures 8 minutes 58 ſecondes: elle eſt un peu plus longue que la ſuivante, qui regle les ſaiſons.

II°. L'*année aſtronomique tropique*, eſt une révolution réelle ou apparente du ſoleil autour de l'écliptique; à compter depuis le paſſage du centre du ſoleil par un des points équinoxiaux ou ſolſtitiaux, juſqu'au retour du centre du ſoleil au même point équinoxial ou ſolſtitial de l'année ſuivante. Cette année eſt, comme nous l'avons marqué ailleurs (527), de 365 jours 5 heures 48 minutes & 43 ou 45 ſecondes: elle eſt plus courte que la précédente d'environ 20 minutes, à cauſe de la rétrogradation des points équinoxiaux & ſolſtitiaux.

Par exemple, pour donner l'année ſydérale, le ſoleil doit parcourir en entier toute l'écliptique; au lieu que pour donner l'année tropi-

que, le ſoleil doit parcourir l'écliptique, moins l'arc xa de rétrogradation. Pour parcourir cet arc xa, ou pour achever de parcourir l'écliptique toute entiere, il lui faut encore environ 20 minutes de tems. (1131, IV°.)

Comme la révolution tropique ramene les différentes ſaiſons de l'année, elle eſt plus propre que la révolution ſydérale, pour régler les tems dans l'ordre civil & politique. C'eſt pour cela qu'on aſſujettit les calculs aſtronomiques à la révolution tropique, plutôt qu'à la révolution ſydérale; & qu'on prend cette révolution tropique, pour meſure de l'année aſtronomique.

III°. L'*année civile* eſt un eſpace périodique de tems, déterminé par l'uſage & par les loix d'une nation: la plus parfaite eſt celle qui s'accorde le mieux avec l'année aſtronomique tropique. L'année civile commence & finit pour nous, quelques jours après le paſſage du ſoleil dans le point ſolſtitial d'hiver. (528.)

Jour naturel, jour civil.

1138. DÉFINITION. Le *jour naturel* eſt une révolution réelle ou apparente du ſoleil autour de la terre, d'orient en occident; à compter depuis le paſſage du centre du ſoleil par un méridien quelconque, juſqu'au retour du centre du ſoleil dans le même méridien. Cette révolution renferme une durée de 24 heures, diviſée également ou inégalement en jour & en nuit, dont l'enſembe forme le jour naturel.

Le *jour civil* eſt pour nous, & pour la plupart des peuples, la même choſe que le jour naturel.

Nous comptons le jour civil, depuis minuit, où le centre du ſoleil eſt dans la partie inférieure de notre méridien; juſqu'au retour du centre du ſoleil dans cette même partie inférieure de notre méridien. La plupart des aſtronomes comptent le jour, d'un midi à l'autre; où ils obſervent le paſſage du ſoleil dans le plan du méridien au-deſſus de l'horiſon.

Arc diurne, arc nocturne.

1139. OBSERVATION. Le ſoleil, en parcourant l'écliptique du midi au nord & du nord au midi, fait chaque jour une révolution réelle ou apparente autour de l'axe du monde PM, deux fois par an dans le plan de l'équateur; pendant le reſte de l'année, dans le plan d'un cercle CDC ou FEF, ſenſiblement parallele à l'équateur AB. (*fig.* 1.)

Suppoſons l'obſervateur placé en *n:* il aura pour horiſon le cercle HTR, qui coupe obliquement, & l'équateur AB, & tous les paralleles à l'équateur, ſavoir FEF, CDC. Une partie de l'équateur & des cercles paralleles à l'équateur, eſt au-deſſus de l'horiſon HTR: l'autre partie des mêmes cercles eſt au-deſſous du même horiſon. La partie *t*C*x* ou *v*E*s* de ces cercles, qui eſt placée au-deſſus de l'horiſon, eſt l'*arc diurne*, & meſure le *jour:* l'autre partie *x*D*t* ou *s*F*v* de ces mêmes cercles, qui eſt placée ſous l'horiſon, eſt l'*arc nocturne*, & meſure la *nuit.*

I°. Le rapport du jour à la nuit, eſt toujours égal au rapport de l'arc diurne à l'arc nocturne du cercle CDC, par exemple, que parcourt le ſoleil dans ſa révolution diurne autour de l'axe

PM

PM du monde. Quand l'arc diurne *c* A *f* eſt *égal* à l'arc nocturne *f* B *c*, le jour eſt égal à la nuit. Quand l'arc diurne *t* C *x* eſt *plus grand* que l'arc nocturne *x*D*t*, le jour eſt plus grand que la nuit. Quand l'arc diurne *v* E *s* eſt *plus petit* que l'arc nocturne *s* F *v*, le jour eſt plus petit que la nuit.

II°. Quand le cercle parcouru par le ſoleil eſt tout entier au-deſſus de l'horiſon; il n'y a point d'arc nocturne, il n'y a point de nuit: & quand ce même cercle eſt tout entier ſous l'horiſon, il n'y a point d'arc diurne, il n'y a point de jour.

Dans ces deux cas, qui n'ont lieu, comme nous l'expliquerons bientôt, que pour les peuples qui habitent au-delà des cercles polaires, le jour naturel conſiſte en un jour ſans nuit, & en une nuit ſans jour, de 24 heures.

Hiver, été, printems, automne.

1140. OBSERVATION. L'année aſtronomique & civile eſt diviſée en quatre ſaiſons, différenciées entre elles par la révolution annuelle du ſoleil autour de l'écliptique, & par les conſéquences qui réſultent de ce mouvement. (*fig.* 1.)

Depuis le point ſolſtitial d'hiver F, juſqu'au point ſolſtitial d'été C, le ſoleil s'éleve chaque jour de plus en plus ſur notre horiſon HTR, & nous donne des jours toujours croiſſants. Depuis le point ſolſtitial d'été C, juſqu'au point ſolſtitial d'hiver F, le ſoleil dans ſes différentes révolutions diurnes, s'éleve chaque jour de moins en moins au-deſſus de notre horiſon, & nous donne des jours toujours décroiſſants. Delà la différence des ſaiſons, ou la différence de température ſur la

terrre, que le ſoleil échauffe tantôt plus & tantôt moins; & qu'il mene alternativement de l'inertie à la fécondité, & de la fécondité à l'inertie.

I°. Nous nommons *hiver*, le tems qu'emploie le ſoleil à paſſer du point ſolſtitial d'hiver R, au point équinoxial *a* du printems. Cette ſaiſon nous mene des plus petits jours aux équinoxes. (*fig.* 2.)

II°. Nous nommons *printems*, le tems qu'emploie le ſoleil à paſſer du point équinoxial *a* du printems, au point ſolſtitial d'été N; ou du premier point du bélier, au premier point du cancer. Cette ſaiſon nous mene des équinoxes aux plus longs jours.

III°. Nous nommons *été*, le tems qu'emploie le ſoleil à paſſer du point ſolſtitial d'été N, au point équinoxial d'automne *n*; ou du premier point du cancer, au premier point de la balance. Cette ſaiſon nous mene des plus longs jours aux équinoxes. Nous expliquerons ailleurs pourquoi ces deux ſaiſons, le printems & l'été, ſont plus longues d'environ huit jours que les deux autres. (1321.)

IV°. Nous nommons *automne*, le tems qu'emploie le ſoleil à paſſer du point équinoxial d'automne *n*, au point ſolſtitial d'hiver R; ou du premier point de la balance, au premier point du capricorne. Cette ſaiſon nous mene des équinoxes aux plus petits jours, où le ſoleil demeurant peu de tems ſur notre horiſon, & dardant très-obliquement ſes rayons ſur nos contrées, y produit néceſſairement très-peu de chaleur.

On verra par ce qui ſuit, que les ſaiſons ſont

relatives ; & que ce qui eſt hiver pour une contrée, peut être été pour une autre. La même ſaiſon que nous nommons été, eſt nommée hiver par les peuples qui habitent nos antipodes, ſi nos antipodes ſont habités.

TROIS POSITIONS DE LA SPHERE.

1141. OBSERVATION. L'équateur peut être ou perpendiculaire, ou oblique, ou parallele à l'horiſon ; ſelon les différentes contrées où l'on prendra le zénith & l'horiſon. Delà trois différentes poſitions de la ſphere, relatives aux différentes contrées & aux différents habitants de la terre. (*fig.* 1.)

I°. La *ſphere eſt droite*, quand l'équateur & ſes paralleles ſont perpendiculaires à l'horiſon. Telle eſt la ſphere pour les habitants *a* de l'équateur, dont l'horiſon PMP eſt coupé perpendiculairement par l'équateur AB & par ſes différents paralleles FEF, CDC.

II°. La *ſphere eſt parallele*, quand l'équateur & l'horiſon ſont dans un même plan, ou ſe confondent en un même cercle. Telle eſt la ſphere pour les habitants *p* & *m* des poles, ſi les poles ſont habités : parce que leur horiſon aſtronomique eſt l'équateur lui-même ; & leur horiſon ſenſible, un cercle parallele à l'équateur ; les poles du monde étant leur zénith & leur nadir.

III°. La *ſphere eſt oblique*, quand l'équateur & ſes paralleles ſont coupés obliquement par l'horiſon. Telle eſt la ſphere pour tous les peuples *n*, ſitués entre les poles & l'équateur : parce que leur horiſon HTR, dont le plan eſt abaiſſé au-deſſous d'un pole & élevé au-deſſus de l'autre

pole, eſt néceſſairement oblique à l'équateur AB & à ſes paralleles CDC, EFE.

Sphere droite.

1142. OBSERVATION. Les peuples qui habitent préciſément ſous l'équateur, ont la ſphere droite : l'équateur ATB eſt perpendiculaire à l'horiſon PTM, dont le plan paſſe par les poles de la terre & du monde. Dans la ſphere droite, par exemple, en *a* (*fig.* 1) :

I°. On a un équinoxe perpétuel; les jours ſont égaux aux nuits pendant toute l'année : parce que tous les cercles EFE, CDC, que décrit le ſoleil autour de l'axe du monde pendant toute l'année, ſont, ainſi que l'équateur ABA, perpendiculaires à l'horiſon PMP, par lequel ils ſont coupés en deux parties égales; dont l'une eſt l'arc diurne & meſure le jour, & dont l'autre eſt l'arc nocturne & meſure la nuit. (1139.)

II°. On a deux étés, deux hivers, deux printems, & deux automnes. Un habitant *a* de l'équateur a l'hiver, quand le ſoleil eſt dans ſa plus petite élévation au-deſſus de ſon horiſon PMP : ce qui arrive deux fois l'an, ſavoir, quand le ſoleil parcourt le tropique du cancer CDC; & quand ſix mois après il parcourt le tropique du capricorne FEF. Le même habitant *a* de l'équateur a l'été, quand le ſoleil ſe trouve dans ſa plus grande élévation au-deſſus de ſon horiſon PMP : ce qui arrive encore deux fois l'an, ſavoir, quand le ſoleil paſſe du tropique du cancer CD, dans l'équateur AB; & quand il paſſe enſuite du tropique du capricorne FE, dans le même équa-

teur AB. Par la même raiſon ce même habitant aura également deux printems & deux automnes.

Il compte *premier hiver*, quand le ſoleil paſſe de E en K ; *premier printems*, quand le ſoleil s'élevant toujours de plus en plus ſur ſon horiſon, paſſe de K en A ; *premier été*, quand le ſoleil paſſe de A en L ; *premier automne*, quand le ſoleil s'éloignant toujours de plus en plus de ſon zénith, paſſe de L en C. Après quoi, le retour du ſoleil de C en E, lui donne encore les quatre mêmes ſaiſons, ſecond hiver en CL, ſecond printems en LA, ſecond été en AK, ſecond automne en KE. Mais les ſaiſons, qui pour nous ſont de trois mois chacune, ne ſont que d'un mois & demi pour un habitant de l'équateur.

III°. On voit les deux poles du monde P & M raſer l'horiſon PMP ; & toutes les étoiles du firmament paſſer ſucceſſivement ſur l'horiſon : ce qui n'a point lieu pour nous, qui placés en *n* en deçà de l'équateur, ne voyons jamais ni le pole auſtral M, ni les étoiles RMN qui font leurs révolutions diurnes autour de ce pole auſtral M.

Sphere parallele.

1143. OBSERVATION. Sous l'un & l'autre pole céleſte, en *p* ou en *m*, on a la ſphere parallele : l'horiſon AB eſt confondu avec l'équateur AB. Dans la ſphere parallele, par exemple, en *p*, ſous le pole arctique P (*fig.* 1) :

I°. On a un pole P pour zénith, & l'autre pole M pour nadir, l'un & l'autre éloignés de 90 degrés de l'équateur AB, qui eſt l'horiſon des poles. On voit pendant toute l'année, les mêmes

étoiles faire leurs révolutions diurnes autour de l'axe du monde : ce ſont celles qui ſont dans l'hémiſphere ſeptentrional BPA. Pour celles qui ſont dans l'hémiſphere méridional BMA, elles reſtent cachées pendant toute l'année ſous l'horiſon AB. Tout arrive en ſens contraire ſous l'autre pole M.

II°. Comme le ſoleil, en parcourant l'écliptique, eſt ſix mois en-deçà & ſix mois en-delà de l'équateur, qui eſt l'horiſon des poles *p* & *m*; il s'enſuit que le ſoleil eſt ſix mois de ſuite au-deſſus & ſix mois de ſuite au-deſſous de leur horiſon : ce qui fait que leur année n'eſt compoſée que d'un jour & d'une nuit, de ſix mois chacun. (*fig.* 1.)

III°. Suivons le ſoleil dans les ſix ſignes ſeptentrionaux, en nous ſuppoſant placés en *p* ſous le pole arctique P. Le jour où le ſoleil ſe trouve dans l'interſection de l'écliptique & de l'équateur, au point équinoxial du printems; la révolution diurne de cet aſtre ſe fait dans le plan de l'équateur AB, qui eſt l'horiſon aſtronomique du pole *p*. Pendant tout ce jour, l'habitant du pole *p* voit le centre du ſoleil faire ſa révolution dans toute la circonférence de ſon horiſon ABA. Le lendemain il voit le centre du ſoleil décrire autour de ſon horiſon un cercle parallele au précédent, mais un peu rapproché du pole & un peu élevé au-deſſus de l'horiſon. Pendant trois mois de ſuite, il voit inceſſamment le ſoleil rouler autour de lui dans des cercles toujours paralleles à l'horiſon ABA, mais qui s'élevent chaque jour de plus en plus au-deſſus de l'horiſon; juſqu'au moment du ſolſtice d'été, où le ſoleil décrit le parallele

CDC, à 23 degrés & environ 28 minutes au-dessus de l'horison ABA.

Quand le soleil a atteint le point solstitial d'été C; il cesse de s'approcher du pole P, & il commence à s'approcher de l'équateur AB: il décrit chaque jour, pendant trois mois, des cercles paralleles à l'équateur; mais qui s'approchant chaque jour de plus en plus de l'équateur, vont enfin se confondre avec l'équateur à l'équinoxe d'automne. Pendant tout ce tems l'habitant du pole *p* voit incessamment le soleil rouler autour de lui parallélement à son horison qui est l'équateur ABA.

Après l'équinoxe d'automne, le soleil pendant trois mois décrit des cercles diurnes, paralleles à l'équateur, en s'éloignant de plus en plus de l'équateur vers le tropique du capricorne FEF; & ensuite, pendant trois autres mois, il décrit ses paralleles diurnes en s'approchant chaque jour de l'équateur, jusqu'au jour où l'équateur devient encore son cercle diurne. Pendant tout ce tems, le soleil est incessamment caché sous l'horison du pole *p*, lequel se trouveroit enseveli pendant six mois dans les plus profondes ténebres, si de brillants crépuscules ne le dédommageoient de la longue absence de cet astre.

IV°. La même chose arrive en sens contraire à l'habitant du pole *m*: celui-ci ne voit jamais que le pole M, qui est son zénith; & que les étoiles AMB, qui font persévéramment leurs révolutions diurnes au-dessus de son horison ABA, dans des cercles paralleles à cet horison. Le pole *m* a ses six mois de nuit, quand le pole *p* a ses six mois de jour: il a ses six mois de jour, quand le pole opposé a ses six mois de nuit.

1144. REMARQUE. Nous avons obſervé ailleurs, que le crépuſcule commence le matin & finit le ſoir, quand le ſoleil eſt à environ 18 degrés ſous l'horiſon; & qu'à meſure qu'on approche des poles de la terre, la durée du crépuſcule devient plus longue. (1046.)

D'où il s'enſuit, que puiſque le ſoleil ne s'enfonce que d'environ 23 degrés 28 minutes ſous l'horiſon des poles, qui eſt l'équateur; chaque pole *p* ou *m* doit avoir dans ſa nuit de ſix mois, *un crépuſcule plus ou moins brillant de quatre ou cinq mois de durée.*

Sphere oblique.

1145. OBSERVATION. Dans toutes les contrées ſituées entre l'équateur & les deux poles, on a la ſphere oblique : puiſque l'horiſon HTR y eſt coupé plus ou moins obliquement par les 365 paralleles CD, AB, EF, que décrit le ſoleil chaque année dans ſes révolutions diurnes autour de l'axe du monde PTM. Comme cette poſition de la ſphere regarde toute la terre, moins une ligne qui eſt l'équateur, & deux points qui ſont les poles, elle mérite un développement aſſez détaillé. Nous allons donc l'examiner relativement aux phénomenes qui en dépendent. (*fig.* 1.)

I°. *Dans toute la zone torride* c d f e, ou dans toute l'étendue qu'interceptent les deux cercles tropiques (1136); on a deux fois par an le ſoleil dans ſon zénith : ce qui donne à ces contrées, ainſi que ſous l'équateur *a b*, deux hivers, deux printems, deux étés, deux automnes; avec cette différence que ſous l'équateur

(1142), ces quatre saisons sont d'un mois & demi chacune ; au lieu que dans les contrées des deux zones torrides, qui sont au nord ou au midi de l'équateur, ces quatre saisons sont d'inégale longueur : il n'y a, près des tropiques, d'un été à l'autre, que quelques jours d'intervalle.

II°. *Dans les zones tempérées & glaciales* (1136), on n'a jamais le soleil dans son zénith : puisque le zénith Z ou P ou H de ces contrées, est par-tout plus éloigné de l'équateur A B ; que le soleil ne s'avance en-deçà de l'équateur vers le pole visible, en parcourant l'écliptique. (1122.)

III°. *Dans toute la terre*, on a équinoxe ou égalité de jour & de nuit, les deux jours où le soleil se trouve dans l'intersection de l'équateur & de l'écliptique ; ou les deux jours où cet astre fait sa révolution diurne dans le plan de l'équateur. La raison en est, que l'équateur ATB est coupé par tous les horisons quelconques HTR, PTM, CTF, DTE, ZTN, en deux portions égales, dont l'une, qui est au-dessus de l'horison, est l'arc diurne, & mesure le jour ; & dont l'autre, qui est au-dessous de l'horison, est l'arc nocturne, & mesure la nuit (1139) : ces deux arcs de l'équateur étant égaux, il s'ensuit qu'il y a partout égalité de jour & de nuit, quand le soleil fait sa révolution diurne dans le plan de l'équateur ATB.

Il s'ensuit encore delà, que *si le soleil faisoit pendant toute l'année sa révolution diurne dans le plan de l'équateur, on auroit un équinoxe perpétuel*, un printems perpétuel, une permanente immutabilité de saisons dans toute la terre. Or le soleil feroit toujours sa révolution diurne dans le plan de l'équateur (*fig.* 2) ; si le plan de l'éclip-

tique RTN, cessant d'être incliné à l'équateur ATB, devenoit parallele à l'équateur, ou se confondoit sensiblement avec l'équateur : donc, *si l'écliptique & l'équateur étoient paralleles & sensiblement confondus en un même cercle, on auroit sur la terre un printems perpétuel.*

IV°. *Dans toute la terre*, l'équinoxe ou l'égalité de jour & de nuit cesse en-deçà & en-delà de l'équateur (*fig.* 1), dès que le soleil fait sa révolution diurne hors du plan de l'équateur. La raison en est, que l'horison HTR, par exemple, n'est pas coupé en deux parties égales par le cercle diurne CDC ou FEF, que parcourt le soleil en-deçà ou en-delà de l'équateur. Ces deux parties inégales *t*C*x*, *x*D*t*, dont l'une est l'arc diurne, & l'autre l'arc nocturne, donnent nécessairement une inégalité de jour & de nuit (1139), à toutes les contrées qui ne sont pas immédiatement dans le plan de l'équateur. Le cercle diurne CDC, par exemple, coupera de même en deux parties inégales tous les autres horisons quelconques ZTN, horison du point R & du point H; à l'exception de PTM, horison de l'équateur où l'équinoxe est permanent. (*fig.* 1.)

V°. *Dans les zones torride & tempérée septentrionales*, depuis le jour où le soleil parcourt le tropique du capricorne FEF, jusqu'au jour où il parcourt l'équateur ABA; les jours *v*E*s* sont plus courts que les nuits *s*F*v* (1139). Ensuite, depuis le jour où le soleil parcourt l'équateur ABA, jusqu'au jour où il parcourt le tropique du capricorne CDC; les jours *t*C*x* sont plus longs que les nuits *x*D*t*. Les jours qui ont augmenté depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice

d'été dans une certaine progreſſion, diminuent enſuite ſelon la même progreſſion depuis le ſolſtice d'été juſqu'au ſolſtice d'hiver.

VI°. *Dans les zones torride & tempérée méridionales*, le contraire arrive. En *g*, par exemple, depuis le jour où le ſoleil parcourt le tropique du capricorne FEF, juſqu'au jour où il parcourt l'équateur ABA, les jours *s*F*v* ſont plus longs que les nuits *v*E*s*. Enſuite, depuis le jour où le ſoleil parcourt l'équateur & donne l'équinoxe, juſqu'au jour où il parcourt le tropique du cancer CDC, les jours *x*D*t* ſont plus courts que les nuits *t*C*x*. Au retour du ſoleil vers l'équateur & vers le tropique du capricorne, les jours augmentent comme ils ont diminué, pour le point *g* qui a ſon zénith en N.

VII°. *Sous les cercles polaires* (*fig.* 2), tous les zéniths DGFE, ſont, ainſi que les poles de l'écliptique D & E (1136), à environ 23 degrés & 28 minutes des poles du monde P & M. Tous les horiſons RTN ou KTS couperont donc l'équateur ABA ſous un angle égal à l'angle NTA intercepté entre l'équateur & l'écliptique : tous ces horiſons atteindront donc d'une part, le tropique du cancer NKN ; & de l'autre, le tropique du capricorne RSR ; puiſque ces deux cercles ſont éloignés de l'équateur, précisément comme les cercles polaires ſont éloignés des poles du monde. (*fig.* 2.)

Un homme qui habite précisément les cercles polaires, aura RTN pour horiſon, s'il a pour zénith le point D ; aura pour horiſon KTS, s'il a pour zénith le point G. Il eſt clair que ces deux horiſons RTN & KTS ſont en entier au-deſſous du tropique du cancer NKN ; & en entier au-

deſſus du tropique du capricorne RSR. Donc, ſous le cercle polaire boréal, on aura un jour de 24 heures, quand le ſoleil parcourra le tropique du cancer; & une nuit de 24 heures, quand le ſoleil parcourra le tropique du capricorne. Le contraire arrivera à un habitant du cercle polaire auſtral.

VIII°. *Au-delà des cercles polaires*, par exemple, à 80 degrés de l'équateur, l'horiſon n'eſt éloigné de l'équateur que de 10 degrés. Donc, tant que le ſoleil eſt à plus de 10 degrés en-deçà de l'équateur vers le pole arctique, le ſoleil eſt perſévéramment au-deſſus de l'horiſon des peuples qui habitent au-delà du cercle polaire boréal, à 80 degrés de l'équateur: donc, tant que le ſoleil eſt à plus de 10 degrés au-delà de l'équateur vers le pole antarctique, le ſoleil eſt perſévéramment ſous l'horiſon des peuples dont nous venons de parler: ce qui leur donne chaque année, & un jour de quelques mois, & une nuit de quelques mois.

La même choſe arrive en ſens contraire, aux peuples qui habitent à 80 degrés de l'équateur, dans la partie méridionale de la terre: la continuité de jour commence pour ceux-ci, quand la continuité de nuit commence pour ceux-là; & réciproquement. (*fig.* 2.)

On conçoit aiſément que cette continuité de jour & de nuit commence d'autant plutôt & dure d'autant plus long-tems, qu'on eſt plus près des poles de la terre, où cette alternative eſt de ſix mois (1143). Plus on eſt près du pole arctique, par exemple, moins l'horiſon eſt éloigné de l'équateur; & par conſéquent, plutôt & plus long-tems cet horiſon ſe trouve tout entier au-

deſſous des paralleles que décrit le ſoleil en-deçà de l'équateur, & au-deſſus des paralleles que décrit le même aſtre en-delà de l'équateur.

Longitude & latitude terreſtre.

1146. OBSERVATION. Dans une ſphere, telle que la terre ou le ciel, tout eſt également large; tout eſt également long. Cependant on a nommé *longitude*, une dimenſion priſe d'occident en orient; *latitude*, une autre dimenſion priſe du midi au nord.

Au tems des premiers géographes, la terre habitée & connue avoit plus d'étendue d'orient en occident, depuis les Indes juſqu'aux extrêmités de l'Eſpagne, que du midi au nord, depuis la mer des Indes juſqu'aux plages connues dans la grande Tartarie, ou depuis la Lybie juſqu'au fond de la Germanie. C'eſt ce qui détermina ſans doute ces premiers géographes à donner le nom de longitude à la premiere dimenſion, & le nom de latitude à la ſeconde dimenſion.

I°. L'équateur a ſervi de point fixe, de point de départ, pour meſurer & pour compter la *latitude terreſtre ſur le méridien*, en allant de l'équateur au nord, ou de l'équateur au midi.

II°. Un *premier méridien* déterminé a ſervi de point fixe, de point de départ, pour meſurer & pour compter la *longitude terreſtre ſur l'équateur*, en allant d'occident en orient. Mais comme il n'y a rien de premier & rien de dernier dans la circonférence de l'équateur; il a fallu déterminer ſur l'équateur, le point qu'on prendroit à volonté & d'un commun accord, pour premier méridien, pour premier point de l'équateur, &

d'où l'on commenceroit à compter les degrés en allant d'occident en orient.

Ce point fixe, ce point de convention sur l'équateur, n'est pas le même pour tous les peuples du monde. Les Anglois prennent pour premier méridien, celui qui passe par Londres; les Hollandois, celui qui passe par le Pic de Ténériffe; les François, celui qui passe par le milieu de l'*Isle de Fer*, la plus occidentale de toutes les Canaries.

Le point de l'équateur où passe le *méridien de l'Isle de Fer*, sera donc pour nous le premier point de l'équateur; & delà, en allant d'occident en orient, nous compterons les degrés de longitude, depuis zéro jusqu'à 360 degrés. Nous allons faire voir dans les deux définitions suivantes, quelles divisions operent sur la surface terrestre, la longitude & la latitude.

1147. DÉFINITION I. Si, ayant divisé la circonférence de l'équateur céleste ou terrestre en 360 degrés, on fait passer un méridien par chaque point de division (1116); on aura la surface terrestre divisée d'occident en orient & d'un pole à l'autre, en 360 parties égales. Ces divisions, menées du midi au nord & d'un pole à l'autre, seront les unes à l'orient des autres, ainsi que les contrées interceptées entre chaque division. Delà la différence de longitude.

Ainsi *la longitude d'un lieu terrestre quelconque*, par exemple, de Paris, est l'arc de l'équateur, intercepté entre le méridien de l'Isle de Fer, & le méridien de Paris. Si cet arc est de 20 degrés précisément, Paris & tous les points de la terre d'un pole à l'autre, qui sont sous le même demi-cercle du méridien de Paris, ont 20 degrés de

longitude ; ou sont de 20 degrés plus à l'orient, que les points de la surface terrestre situés dans le plan du demi-cercle qui forme le méridien de l'Isle de Fer.

1148. DÉFINITION II. Si, ayant divisé un demi-cercle d'un méridien quelconque, d'un pole à l'autre, en 180 degrés, on fait passer par chaque point de division un cercle parallele à l'équateur ; on aura la surface terrestre, d'un pole à l'autre, divisée en 180 parties, dont 90 seront au nord, & 90 au midi de l'équateur. Ces divisions paralleles étant d'occident en orient ; tous les points de la terre qui seront sur une même division seront également éloignés de l'équateur, ou auront une égale latitude. Les lieux terrestres qui seront sur la même division en-deçà de l'équateur, du côté du pole arctique, auront une même *latitude septentrionale ;* & ceux qui seront sur la même division en-delà de l'équateur, auront la même *latitude méridionale.* (fig. 1.)

Ainsi *la latitude d'un lieu terrestre quelconque*, par exemple, de la ville *n*, est un arc *an* ou AZ du méridien de ce lieu, intercepté entre l'équateur terrestre & ce lieu, ou entre l'équateur céleste & le zénith de ce lieu. Si cet arc *an* ou AZ est de 40 degrés, ce lieu est à 40 degrés de latitude. La latitude s'étend jusqu'à 90 degrés, où est le pole. La longitude & la latitude d'un lieu déterminent sa position sur la surface terrestre.

1149. PROBLÊME. *Trouver en degrés & en minutes, la latitude d'un lieu terrestre, ou la distance de ce lieu à l'équateur.* (fig. 1.)

SOLUTION. Soit la ville ou le point quelconque *n*, ſous le méridien PAM, & ſous le zénith Z: il s'agit de déterminer la grandeur de l'arc *an*, qui le ſépare de l'équateur.

I°. L'angle PTA, intercepté entre le pole céleſte P & l'équateur céleſte ABA, eſt de 90 degrés: l'angle *p*T*a*, intercepté entre le pole terreſtre *p*, & le point *a* de l'équateur terreſtre, eſt auſſi de 90 degrés: puiſque ces deux angles ſont droits; l'équateur étant formé par la révolution d'un rayon TB ou TA perpendiculaire à l'axe de la terre & du monde PTM. (1136.)

II°. Il eſt évident que la ligne T*n*Z, menée du centre de la terre au zénith de la ville ou du point *n*, opere la même diviſion dans l'arc du méridien céleſte PZA, & dans l'arc du méridien terreſtre *pna*: la grandeur de l'arc ZA étant connue, on connoîtra donc la grandeur de l'arc *na* qui lui eſt égal en nombre de degrés, de minutes & de ſecondes; puiſque les arcs *na* & ZA ſont des arcs ſemblables de circonférences concentriques. (*Math.* 340.)

III°. Il eſt facile de connoître la grandeur de l'arc ZA, ou le nombre de degrés, de minutes & de ſecondes, intercepté ſur le méridien entre le zénith Z & l'équateur A. Il ne s'agit que de meſurer exactement avec un quart de cercle placé dans le plan du méridien (*Math.* 736), la hauteur du pole viſible P, ou l'arc PH du méridien, intercepté entre le pole P & l'horiſon H: cet arc PH eſt égal à l'arc ZA. Car,

L'arc HPZ, intercepté entre le zénith & l'horiſon, eſt de 90 degrés: l'arc PZA, intercepté entre le pole & l'équateur, eſt de 90 degrés: à ces deux touts égaux, ôtez la partie PZ qui leur

leur eſt commun, les reſtes HP & ZA ſeront égaux. Donc ſi la hauteur du pole, ou l'arc PH eſt de 30 degrés 20 minutes, par exemple ; l'arc ZA, qui lui eſt égal, eſt auſſi de 30 degrés 20 minutes.

IV°. L'arc intercepté entre le zénith d'un lieu & l'équateur céleſte, eſt ſemblable à l'arc intercepté entre ce lieu & l'équateur terreſtre : donc l'arc *na* eſt ſemblable à l'arc ZA : donc ſi l'arc ZA eſt de 30 degrés 20 minutes, l'arc *na* eſt auſſi de 30 degrés 20 minutes.

On voit par là qu'il eſt facile de déterminer la latitude, ou de trouver la poſition d'un lieu quelconque *n* ou *c* relativement à l'équateur *ab*, & aux poles *pm* : puiſque ce lieu quelconque *n* ou *c*, a toujours dans la circonférence du méridien terreſtre *anp*, la même poſition qu'a ſon zénith dans la circonférence du méridien céleſte AZP.

V°. Il réſulte delà, que *la latitude d'un lieu terreſtre quelconque, eſt toujours égale à la hauteur du pole*, ou à l'arc PH, pris ſur le méridien, & intercepté entre le pole viſible & l'horiſon. Nous verrons ailleurs comment il faut s'y prendre pour trouver exactement la hauteur du pole (1355). La latitude de ce lieu *n* eſt boréale, ſi ce lieu eſt du côté du pole arctique : la latitude de ce lieu *e* eſt auſtrale, ſi ce lieu eſt du côté du pole antarctique.

Longitude & latitude céleſtes.

1150. OBSERVATION. Tous les points *ab*, *cd*, *ef*, *mp*, *ng*, de la ſurface terreſtre (*fig.* 1), conſervent toujours la même poſition relative-

ment à l'équateur *a b a* ou ABA ; lequel eſt toujours formé par la révolution d'un rayon TA perpendiculaire à l'axe de la terre & du monde, au centre de la terre.

La même immobilité, relativement à l'équateur, n'a point lieu de même dans les étoiles ; qui, à cauſe de leur lente révolution autour des poles de l'écliptique, ſe trouvent ſenſiblement, après un certain nombre d'années ou de ſiecles, tantôt plus ou moins au nord, tantôt plus ou moins au midi de l'équateur A B A (1131). L'équateur, qui ſert de point fixe pour meſurer invariablement la *latitude des lieux terreſtres*, ne peut donc pas ſervir de point fixe pour meſurer de même la *latitude des étoiles.*

C'eſt pour cette raiſon que les aſtronomes ſe ſont déterminés à prendre la latitude & la longitude des étoiles, des planetes, des cometes, de tout point remarquable dans le ciel, ſur l'écliptique ; comme nous allons l'expliquer dans les deux définitions ſuivantes. (*fig.* 2.)

1151. DÉFINITION I. Si on diviſe la circonférence de l'écliptique R T N en 360 degrés ; & qu'en prenant chaque année pour premier point de diviſion le commencement du bélier ou le point équinoxial *a* du printems, on faſſe paſſer par chaque point de diviſion un demi-cercle dont le plan DTE aboutiſſe aux poles DE de l'écliptique ; on aura le ciel diviſé en 360 parties égales, ſituées les unes à l'orient des autres : ce qui donnera leur différente longitude, en allant ſelon l'ordre des ſignes d'occident en orient, & en prenant le premier point *a* du bélier pour point de départ, d'où l'on commencera à compter les degrés depuis zero juſqu'à 360. Tous les

points du ciel, qui seront dans la même division ou dans le plan d'un même demi-cercle, d'un pole à l'autre de l'écliptique, auront la même longitude.

Ainsi la *longitude d'un astre* ou d'un point quelconque pris dans le ciel, est l'arc de l'écliptique compris entre le premier point du bélier, & la rencontre d'un grand demi-cercle mené de l'astre aux poles de l'écliptique. Elle se compte par signes, par degrés, par minutes, par secondes; en partant du premier point du bélier qui est le point équinoxial du dernier printems, & en allant d'occident en orient selon l'ordre des signes. On dira, par exemple, telle planete ou telle comete est à 4 signes 13 degrés 35 minutes 40 secondes de longitude: ce qui marque qu'elle est dans le plan d'un grand demi-cercle perpendiculaire à l'écliptique, & qui est éloigné de toute cette quantité du grand demi-cercle qui passe par le premier point du bélier, ou par le dernier point équinoxial du printems, perpendiculairement à l'écliptique.

1152. DÉFINITION II. Si on divise en 180 degrés un grand demi-cercle dont le plan aboutisse aux poles de l'écliptique; & qu'on fasse passer par chaque point de division un cercle parallele à l'écliptique, on aura le ciel divisé en 180 parties, situées les unes plus ou moins au nord, & les autres plus ou moins au midi de l'écliptique RTN : ce qui donnera leur différente latitude.

Ainsi *la latitude d'un astre*, ou d'un point quelconque pris dans le ciel, est l'arc d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, compris entre l'astre & l'écliptique. La latitude est ou *boréale*

ou *auſtrale*, ſelon que l'aſtre ſe trouve hors du plan de l'écliptique, du côté du pole boréal D, ou du côté du pole auſtral E: elle ſe compte par degrés, par minutes, par ſecondes. On dira, par exemple, telle étoile ou telle comete eſt à 26 degrés 13 minutes 45 ſecondes de latitude boréale: ce qui marque qu'elle eſt dans le plan d'un grand cercle qui paſſe par les poles de l'écliptique; & que l'arc de ce cercle, intercepté entre l'aſtre & l'écliptique, du côté du nord, eſt de 26 degrés 13 minutes 45 ſecondes. Les aſtres qui ſont dans le plan même de l'écliptique, n'ont aucune l'atitude, ſoit en N, ſoit en R; ou ils ont une déclinaiſon dont nous allons parler. (*fig.* 2.)

Déclinaiſon & aſcenſion droite d'un aſtre.

☞ 1153. OBSERVATION. Les étoiles dans leur révolution diurne, parcourent perſévéramment chaque jour, du moins pendant un tems aſſez long, le même cercle NKN ou RSR, parallele à l'équateur A B A; ſans avancer ſenſiblement d'un jour à l'autre vers le nord ou vers le midi. Il leur faut des ſiecles entiers, ſur-tout à celles qui ont ou près de 90 ou près de 270 degrés de longitude, pour qu'elles paroiſſent s'être ou approchées ou éloignées ſenſiblement de l'équateur. (1172.)

Il n'en eſt pas de même pour le ſoleil & pour les planetes, qui s'éloignent ou s'approchent ſans ceſſe de l'équateur, d'une quantité aſſez conſidérable pour qu'en peu de jours ces aſtres paroiſſent faire leurs révolutions diurnes dans des paralleles à l'équateur totalement differents

des précédents. Par exemple, ſi le ſoleil fait maintenant ſes révolutions diurnes en RSR; dans trois mois il les fera en ABA; dans trois mois après, en NKN: tandis que l'étoile qui fait maintenant ſes révolutions diurnes en RSR, ne les fera en ABA que dans 6435 ans; en NKN, que dans 12870 ans (1131). Ainſi le ſoleil parcourt l'arc SAN d'environ 47 degrés, dans l'eſpace de ſix mois; tandis qu'une étoile met 12870 ans à parcourir ce même arc, au midi & au nord de l'équateur. (*fig.* 2.)

Delà la différente déclinaiſon des aſtres, déclinaiſon ſenſiblement *conſtante dans les étoiles*, pendant un tems aſſez long; déclinaiſon ſenſiblement *variable dans le ſoleil & dans les planetes*, d'un jour à l'autre. On peut prendre cette déclinaiſon ou dans le méridien de l'obſervateur, ou dans tout autre méridien.

1154. DÉFINITION I. La *déclinaiſon actuelle d'un aſtre*, eſt dans le méridien où ſe trouve l'aſtre, l'arc intercepté entre le centre de l'aſtre & l'équateur.

La déclinaiſon eſt ou *boréale* ou *auſtrale*, ſelon que l'aſtre eſt ou en-deçà ou en-delà de l'équateur. Par exemple, ſi l'aſtre eſt en N, ſa déclinaiſon boréale eſt égale à la valeur de l'arc NA du méridien PAM: ſi l'aſtre eſt en S, ſa déclinaiſon auſtrale eſt égale à la valeur de l'arc AS, intercepté entre le centre de l'aſtre & l'équateur.

1155. DÉFINITION II. Pour déterminer & pour fixer la poſition d'un aſtre dans le ciel, on obſerve auſſi ſon *aſcenſion droite*, qui n'eſt autre choſe que la diſtance de cet aſtre au premier point du bélier, priſe en degrés & en minutes ſur l'équateur.

Ainſi *l'aſcenſion droite d'un aſtre* eſt l'arc de l'équateur, compris entre le méridien qui paſſe par le premier point du bélier *a*, & le méridien qui paſſe par le centre de l'aſtre. Par exemple, Si l'aſtre eſt en S dans le méridien PAM, ſon aſcenſion droite eſt l'arc *a* A de l'équateur; & ſi l'aſtre eſt en K dans le méridien PBM, ſon aſcenſion droite eſt l'arc *a* A *n* B de l'équateur.

Azimut & amplitude des aſtres.

1156. DÉFINITION I. Du zénith d'un lieu quelconque à la circonférence de l'horiſon de ce lieu, il y a par-tout une égale diſtance, meſurée par un arc de 90 degrés. Un arc de cercle, mené perpendiculairement du zénith à un point quelconque de la circonférence de l'horiſon, s'appelle *un vertical.*

Il eſt clair qu'il peut y avoir un nombre infini de *verticaux*. On nomme *premier vertical*, celui qui du zénith aboutit à l'interſection de l'équateur & de l'horiſon : il coupe à angles droits le méridien au zénith. Le premier vertical eſt indifféremment ou à l'orient ou à l'occident du méridien.

1157. DÉFINITION II. On nomme *azimut d'un aſtre*, l'arc de l'horiſon compris entre le méridien du lieu où ſe fait l'obſervation, par exemple, & le vertical qui paſſe par le centre de l'aſtre.

1158. DÉFINITION III. On nomme *amplitude d'un aſtre*, l'arc de l'horiſon compris entre le premier vertical & le point où le parallele de l'aſtre rencontre l'horiſon. L'amplitude d'un aſtre eſt ou *ortive* ou *accaſe*, ſelon que l'aſtre eſt obſervé du côté où il ſe leve, ou du côté où il ſe couche.

Ces différentes définitions ſont néceſſaires pour embraſſer toutes les queſtions qu'on peut faire ſur la poſition d'un aſtre, en vertu de ſon mouvement diurne & annuel. La netteté des idées en ce genre a exigé qu'on donnât différents noms aux cercles, aux demi-cercles, aux arcs de cercle, qui ſervent à déterminer & à fixer cette poſition de l'aſtre.

ARTICLE SECOND.

THÉORIE DES CORPS CÈLESTES.

LES étoiles, les planetes en général, les planetes en particulier, les éclipſes de ſoleil & de lune, la paralaxe & la réfraction aſtronomiques; tel ſera l'objet de cet article, diviſé en cinq paragraphes.

PARAGRAPHE PREMIER.

LES ÉTOILES OU LES FIXES.

1159. OBSERVATION. Il y a de grandes différences parmi les corps céleſtes : nous allons indiquer ici les plus générales, qui ſerviront à faire diſtinguer les étoiles, du reſte des corps parſemés dans l'immenſité des cieux.

I°. Parmi les corps céleſtes, les uns ſont opaques & les autres lumineux. Les *corps lumineux* ſont le ſoleil & les étoiles : les *corps opaques* ſont les planetes principales, les planetes ſubalternes, & les cometes.

Les étoiles, qui ſont tout autant de ſoleils immenſément éloignés de nous, ſe diſtinguent des planetes & des cometes, par une lumiere de de *ſcintillation*, qui jaillit par élancement, de leur ſein. Les planetes & les cometes, qui ſont tout autant de globes opaques, comme la terre, n'ont d'autre lumiere que celle qu'elles empruntent du ſoleil; lumiere ſans ſcintillation & ſans élancement, plus uniforme & plus tranquille, qu'elles réfléchiſſent inégalement vers nous, tantôt avec plus & tantôt avec moins d'abondance, ſelon que leur partie éclairée nous regarde directement ou obliquement.

II°. Parmi les corps céleſtes, les uns ſons fixes & les autres errants. Les *aſtres fixes*, ſont ceux qui conſervent toujours entre eux un même rapport de diſtance : tels ſont les étoiles. L'arc intercepté entre deux étoiles quelconques, eſt aujourd'hui préciſément le même qu'il étoit au tems d'Hiparque, il y a environ deux mille ans. Les *aſtres errants* ſont ceux qui changent ſans ceſſe de poſition dans le ciel, qui s'approchent ou s'éloignent inceſſamment des aſtres fixes, des étoiles : telles ſont les planetes, telles ſont auſſi les cometes.

Une lumiere de ſcintillation, caractériſée par des élancements vifs & fréquents, une immutabilité de poſition & de diſtance reſpective, tels ſont les deux ſignes auxquels on peut toujours diſtinguer dans le ciel une étoile, d'une planete ou d'une comete.

Quel ſpectacle raviſſant & pour le peuple & pour le philoſophe, que celui du firmament dans une belle nuit! & quel empire doit avoir ſur nos eſprits l'habitude, qui vient à bout d'affoiblir ou

de détruire l'impreſſion d'étonnement que devroit produire perſévéramment en nous la vue de tant de merveilles ! Nous ne ferons attention ici qu'aux étoiles.

LEUR NOMBRE.

1160. OBSERVATION. I°. Dans une belle nuit, nous nous imaginons voir dans le ciel, des millions & des millions d'étoiles. Cependant avec le ciel le plus découvert, & ſous l'équateur où l'on découvre la moitié entiere du firmament (1142), la meilleure vue n'en peut compter qu'environ onze ou douze cents dans l'hémiſphere viſible : ce qui fait environ deux mille deux cents étoiles viſibles à la ſimple vue, dans tout le ciel.

Cette illuſion, ou cette fauſſe apparence, vient vraiſemblablement, de ce que ces lumieres vives & ſcintillantes, qui jailliſſent par des élancements ſans ceſſe répétés du ſein de différentes étoiles viſibles, font des impreſſions trop ſerrées & trop fréquentes au fond de l'œil, pour faire naître des idées ou des images diſtinctes. Dans cet état de ſenſations vives, fréquentes, confuſes, l'ame inattentive multiplie le nombre des objets, pour ainſi dire, en proportion du nombre des ſenſations qu'elle reçoit à la fois; & comme ces ſenſations ſont innombrables, elle juge innombrable le nombre des objets qui les occaſionnent.

II°. Comme il eût été trop difficile de fixer & de retenir la poſition de chaque étoile en particulier, les aſtronomes ont partagé les étoiles en pluſieurs grouppes ou aſſemblages, qu'on a

nommés *conſtellations*, & auxquels on a donné arbitrairement différents noms, dont il eſt très-peu important de découvrir l'origine.

L'aſtronome Ptolomée diviſa le ciel étoilé en 48 conſtellations, auquelles les aſtronomes modernes en ont ajouté douze du côté du pole auſtral, dans la partie du ciel qui étoit ſous l'horiſon de Ptolomée, qui faiſoit ſes obſervations en Egypte. Parmi ces conſtellations, les plus dignes d'attention ſont les douze qui ſont répandues dans le zodiaque (1125), avec la grande & la petite ourſe du côté du pole boréal. (1124.)

III°. L'invention des téleſcopes de réflexion & de réfraction (1032), a fait découvrir encore un grand nombre d'étoiles qu'on n'appercevoit point à la ſimple vue. Flamſtéed, aſtronome Anglois, a porté à 3000 le nombre de celles dont la poſition étoit connue au commencement de ce ſiecle; & le fameux abbé de la Caille a encore conſidérablement augmenté ce nombre.

IV°. Outre les étoiles qu'on découvre ou à la ſimple vue ou avec le ſecours des téleſcopes, on apperçoit encore dans le ciel certaines taches blanchâtres qu'on nomme *étoiles nébuleuſes*, & une grande zone de couleur laiteuſe qu'on a nommé *voie lactée*.

Quelques aſtronomes ont penſé que ces taches blanchâtres & cette zone laiteuſe n'étoient autre choſe que des amas d'étoiles ou immenſément plus petites ou immenſément plus éloignées que celles qui brillent avec éclat à nos yeux. Huygens obſerva une de ces taches blanchâtres dans la conſtellation d'Orion, & y apperçut en effet quelques petites étoiles, mais qui ne lui parurent

pas capables de causer sa blancheur. De six autres taches semblables, dont cinq ont été observées avec un télescope de réflexion de huit pieds, il il ne s'en est trouvé qu'une qui puisse être prise pour un amas de petites étoiles. D'où il résulte qu'on n'a encore rien de bien certain sur la nature de ce qu'on nomme voie lactée & étoiles nébuleuses.

LEUR NATURE.

1161. OBSERVATION. Il est plus que vraisemblable que les étoiles sont tout autant de soleils, semblables au nôtre, placés à différentes distances dans le vuide infini, & destinés à éclairer & à échauffer des planetes ou des mondes opaques, qui font leurs révolutions périodiques autour de leur centre; comme nos planetes font leurs révolutions périodiques autour du centre du soleil. Seroit-il naturel de penser que le Créateur, dont les vues sont toujours infiniment grandes & infiniment fécondes, ait borné la destination de ces globes immenses à embellir les nuits d'un point de l'immensité, tel qu'est notre petit globe terrestre? Reconnoître que tout l'univers sert à l'embellissement de la terre & au bien de l'homme, c'est penser d'après l'Écriture & d'après la raison. Mais vouloir que l'univers entier soit uniquement relatif à la terre & à l'homme, c'est circonscrire la sagesse & la puissance du Créateur; c'est heurter la raison, pour donner à l'Écriture un sens forcé & paradoxal qu'elle n'a pas.

Quant à la voie lactée & aux taches blanchâtres, dont nous venons de parler, ne pourroit-on pas soupçonner dans ces plages célestes, de grands amas d'une lumiere primordiale, non en-

core formée en corps lumineux ? C'eſt le ſoupçon du célebre Halley, qui regarde ces phénomenes comme propres à rendre raiſon d'un fait important de la Geneſe, où il eſt dit que la lumiere fut créée avant le ſoleil (881). De grandes traînées de cette matiere qui forme le ſoleil & les étoiles, éparſe dans ces plages, & privée de cette condenſation & de cette fermentation qu'elle a dans les corps lumineux, occaſionneroit une blancheur plus ou moins éclatante, ſelon qu'elle ſeroit plus ou moins tranquille, plus ou moins raréfiée.

Leur grandeur.

1162. OBSERVATION. Les étoiles, comparées entr'elles, nous paroiſſent de différente grandeur : ce qui fait qu'on les diſtribue communément en ſept claſſes décroiſſantes. On nomme *étoiles de la premiere grandeur*, celles qui ſe montrent à nous avec le plus grand éclat. On nomme les autres étoiles viſibles à la ſimple vue, étoiles de la *ſeconde*, de la *troiſieme*, de la *quatrieme*, de la *cinquieme*, de la *ſixieme grandeur*, ſelon qu'elles paroiſſent plus petites & moins éclatantes. On nomme étoiles de la *ſeptieme grandeur*, celles qu'on ne découvre qu'à l'aide des téleſcopes : & comme parmi celles-ci il y en a encore de plus brillantes les unes que les autres, on pouſſe encore quelquefois la diviſion plus loin ; & on les partage en étoiles de la ſeptieme, de la huitieme, de la neuvieme grandeur.

Il ne s'agit ici, comme on voit, que de la grandeur apparente des étoiles : leur grandeur abſolue nous eſt abſolument inconnue. Il peut ſe faire

que celles qui nous paroiſſent les plus petites, ſoient réellement les plus grandes, mais placées dans un éloignement plus conſidérable, qui fait décroître leur petit diſque apparent comme les quarrés des diſtances augmentent; en telle ſorte que ſi une étoile eſt quatre fois plus éloignée de nous que ſa voiſine, l'étoile plus éloignée nous paroîtra 16 fois plus petite qu'elle ne paroîtroit à la diſtance de ſa voiſine. (919.)

Rien ne démontre que les étoiles ſoient toutes d'égale grandeur: rien ne démontre qu'elles ſoient de grandeur inégale. Mais la diverſité de figure & de grandeur, que la nature a répandue dans tous les êtres ſoumis à nos obſervations, depuis les planetes juſqu'aux cirons, nous fait conjecturer que la même diverſité a lieu dans les étoiles, qui ſeront toutes des ſoleils plus ou moins grands que le nôtre.

LEUR DISTANCE.

1163. OBSERVATION. Les étoiles, comparées entr'elles, nous paroiſſent toujours ſenſiblement à la même diſtance les unes des autres: c'eſt-à-dire, que ſi l'eſpace intercepté entre deux étoiles, eſt aujourd'hui un arc de 10 degrés, ces deux étoiles nous paroîtront toujours ſéparées par le même arc de 10 degrés, plus ou moins quelques ſecondes; petite différence occaſionnée par leur mouvement apparent d'aberration, dont nous parlerons bientôt. Cet arc de 10 degrés, qui ſépare ces deux étoiles, ne détermine point leur éloignement abſolu: puiſque nous ne connoiſſons point la longueur du rayon qui les ſépare de nous. Tout ce que l'on

ſait ſur la *diſtance des étoiles à la terre*, c'eſt qu'elle eſt immenſe. Une obſervation & deux ſuppoſitions vont nous donner quelque idée de cette immenſité de diſtance. (*fig.* 5.)

I°. Que deux obſervateurs, placés aux deux extrêmités de la terre, l'un en A & l'autre en B ſous l'équateur, à 180 degrés l'un de l'autre, obſervent au même inſtant la même étoile, la polaire P, par exemple. Ces deux obſervateurs auront un triangle APB, dont la baſe AB eſt le plus grand diametre de la terre, c'eſt-à-dire, d'environ 3000 lieues, & dont les deux côtés AP & BP leur paroîtront toujours deux lignes ſenſiblement paralleles entr'elles : de ſorte que l'angle P ſera comme infiniment petit. Or il conſte par la trigonométrie (*Math.* 701), que dans ce triangle iſocele APB, le ſinus de l'angle P eſt à la baſe AB ; comme le ſinus de l'angle A ou B eſt au côté oppoſé BP ou AP, qui eſt la diſtance de l'étoile P à la terre. D'où il réſulte que la baſe AB, d'environ 3000 lieues, eſt comme infiniment petite, comme *un ſimple point*, en comparaiſon des côtés AP ou BP qui ſont infiniment grands. Par exemple, ſi l'angle P étoit de deux ſecondes, on trouvera que les côtés AP ou BP ſont de 535,478,197 lieues. Mais comme cet angle P eſt incomparablement plus petit qu'un angle de deux ſecondes, il s'enſuit que les côtés AP ou BP ſont immenſément plus grands que 535,478,197 lieues. (*Math.* 718.)

Plus l'étoile P ſera éloignée de la terre ou de la baſe AB, plus l'angle P deviendra petit (916) : mais quand la diſtance de la baſe au ſommet du triangle eſt immenſe, la diminution de l'angle P devient totalement inſenſible. C'eſt pour cette

raiſon que les étoiles plus ou moins éloignées de la terre, obſervées avec les meilleurs inſtruments aſtronomiques, nous paroiſſent toutes à la même diſtance, à une diſtance où tous les ſecours de l'optique & de la géométrie n'ont plus de priſe; à une diſtance dont l'eſprit humain ne peut eſtimer l'immenſité que d'après quelques conjectures ou quelques ſuppoſitions, telles que les deux ſuivantes.

II°. On ſait que l'intenſité ou la denſité de la lumiere diminue, comme le quarré de la diſtance augmente (898). Donc, en ſuppoſant que les étoiles ſont des ſoleils à peu près auſſi grands & auſſi lumineux que celui qui éclaire & échauffe notre globe, on pourra faire cette analogie: l'intenſité de lumiere que répand telle étoile, eſt à l'intenſité de lumiere que répand le ſoleil; comme le quarré de la diſtance du ſoleil à la terre (1221), eſt au quarré de la diſtance de l'étoile à la terre. Les trois premiers termes connus tellement quellement, feront connoître le quatrieme, dont la racine quarrée exprimera l'immenſe diſtance de l'étoile à la terre.

III°. On ſait que les diſtances de deux objets égaux ſont en raiſon inverſe de leurs diametres apparents (918). Donc, en ſuppoſant les étoiles égales au ſoleil, on pourra encore faire cette analogie: le diametre apparent de telle étoile (lequel n'eſt jamais qu'un point plus ou moins lumineux, lors même qu'on l'obſerve avec les plus grands téleſcopes), eſt au diametre apparent du ſoleil; comme la diſtance du ſoleil à la terre, eſt à la diſtance de l'étoile à la terre. Les trois premiers termes connus donneront le quatrieme, dont la grandeur immenſe exprimera

encore l'immenſe diſtance de l'étoile à la terre.

IV°. Par cette théorie, & ſur-tout par la théorie de la parallaxe de l'orbe annuel (1340), le célebre abbé de la Caille a trouvé que les *étoiles de la premiere grandeur*, celles que l'on doit préſumer les plus voiſines de la terre, en ſont à une *diſtance qui excede au moins* 2,800,000,000,000 de nos lieues. Il eſt vraiſemblable que les étoiles de la ſixieme & de la ſeptieme grandeur en ſont encore immenſément plus éloignées.

Préſomption contre l'immobilité de la terre.

1164. OBSERVATION. Si la terre eſt immobile, il eſt évident que toutes les étoiles font chaque jour une révolution autour de la terre, en décrivant une courbe BAB, NKN, GDG, SRS, EFE, dont le rayon TA, ſous l'équateur, eſt au moins de 2,800,000,000,000 lieues. (*fig.* 2.)

Si on applique le calcul à la vîteſſe que devroient avoir les étoiles qui font leur révolution diurne dans le plan de l'équateur ABA, on ſera pleinement convaincu du mouvement de la terre, & de l'immobilité du ciel étoilé. Car, en ſuppoſant à ces étoiles la vîteſſe conſtante d'un boulet de canon qui bat en breche (391), on trouvera qu'il faudroit aux étoiles les plus voiſines de la terre, plus de 11349000 ans, plus de 4,142,385,000 jours, pour faire une ſimple révolution diurne autour de la terre dans le plan de l'équateur. Il faudroit donc que les étoiles qui font leurs révolutions diurnes dans le plan de l'équateur, celles qui ſont les plus voiſines de la terre, celles qui ont le mouvement

ment le plus lent, euſſent une vîteſſe au moins 4,142,385,000 fois plus grande que celle d'un boulet de canon qui bat en breche.

Que penſer d'une vîteſſe auſſi révoltante, & pour l'imagination, & pour la raiſon; quand il eſt évident qu'une ſimple révolution de la terre autour de ſon axe, d'occident en orient, peut produire tous les phénomenes qu'on voudroit faire découler de la révolution diurne des étoiles autour de notre globe, d'orient en occident? Quelle force centrale peut-on imaginer, pour déterminer ces étoiles à ſe mouvoir en ligne courbe autour de la terre, contre l'exigence de tout mouvement qui tend à s'effectuer en ligne droite? Comment arrive-t-il que toutes les étoiles, en décrivant chaque jour des cercles les uns plus grands BAB, les autres plus petits NKN, GDG, SRS, EFE, parcourent toutes des arcs ſemblables de leurs cercles inégaux, en tems égaux; commencent & finiſſent toutes leur révolution diurne préciſément en 23 heures 56 minutes & 4 ſecondes de tems? Comment arrive-t-il ſur-tout, que les étoiles qui parcourent aujourd'hui un plus grand cercle BAB, décroiſſent en vîteſſe en paſſant dans un plus petit cercle NKN; & que celles qui parcourent aujourd'hui un plus petit cercle NKN, augmentent en vîteſſe en paſſant dans un plus grand cercle BAB? Il eſt clair que ſi cette révolution diurne des étoiles eſt réelle, & non ſimplement apparente, on ne conçoit encore rien dans la théorie du mouvement, qui eſt cependant ſi rigoureuſement démontrée. Commençons donc ici à ſoupçonner de l'illuſion dans tous les mouvements que nous obſervons dans

les étoiles ; puiſque leur mouvement le plus ſimple & le plus frappant, ne peut être réel, ſans révolter la raiſon, ſans être incompatible avec toutes les loix du mouvement & de la phyſique.

LEURS MOUVEMENTS.

1165. OBSERVATION. On découvre dans les étoiles pluſieurs mouvements différents, réels ou apparents, qu'il eſt important de connoître & de remarquer, & dont nous rendrons raiſon en détail dans l'expoſition du ſyſtême de Copernic (*fig.* 2) :

I°. Un *mouvement diurne, d'orient en occident*, par lequel elles paroiſſent décrire chacune autour de l'axe du monde PTM, un cercle parallele à l'équateur, dans l'eſpace d'un peu moins de 24 heures ; ou plus préciſément, dans l'eſpace de 23 heures 56 minutes & environ 4 ſecondes : ce qui fait que l'étoile *x*, qui paſſa hier dans le méridien avec le centre du ſoleil, y arrive aujourd'hui *environ 4 minutes plutôt que le ſoleil*, lequel en eſt encore éloigné d'environ un degré vers l'orient : ce qui fait encore que cette même étoile *x*, avançant chaque jour d'environ un degré plus que le ſoleil, au bout de trois mois ſe couche, quand le ſoleil arrive au méridien ; au bout de neuf mois ſe leve, quand le ſoleil arrive au méridien ; au bout d'un an a paſſé 366 fois par le méridien, quand le ſoleil n'y a paſſé que 365 fois.

La même choſe arrive à toutes les autres étoiles, ſoit qu'elles parcourent l'équateur, ſoit qu'elles parcourent les tropiques, ou les cercles

polaires, ou d'autres cercles paralleles à l'équateur. Toutes leurs révolutions diurnes se font en tems égaux, dans les plus grands paralleles ABA, comme dans les plus petits paralleles GDG; & ces révolutions diurnes sont toutes plus courtes que celle du soleil, de 3 minutes & environ 56 secondes.

II°. Un *mouvement parallele à l'écliptique, d'occident en orient;* mouvement fort lent, en vertu duquel elles paroissent parcourir un degré de l'écliptique ou d'un cercle parallele à l'écliptique, d'occident en orient, dans l'espace de 71 ans & six mois; & toute l'écliptique, ou tout un cercle parallele à l'écliptique, dans l'espace de 25740 ans. C'est ce qu'on nomme la *précession des équinoxes* (1131): soit parce que les points équinoxiaux modernes devancent & précedent dans la révolution diurne, les points équinoxiaux anciens; soit parce que les points équinoxiaux anciens devancent & précedent dans la suite des signes, les points équinoxiaux modernes. (*fig.* 7.)

En vertu de ce mouvement de tout le ciel autour de l'axe de l'écliptique DTE, l'étoile R fait sa grande révolution dans l'écliptique R*a* S*n*R; l'étoile G fait sa grande révolution dans un cercle GHG, parallele à l'écliptique; le pole du monde lui-même P fait sa grande révolution dans un cercle P*qrs*P, encore parallele à l'écliptique. On doit entendre la même chose de toute autre étoile K & M: chacune fait, en 25740 ans, une révolution autour de l'axe de l'écliptique, dans un cercle parallele à l'écliptique & dont le plan KLK est plus ou moins éloigné du centre de la terre.

III°. Un *mouvement d'aberration*, par lequel

les étoiles ſont preſque toujours écartées de quelques ſecondes de degré, du vrai lieu qu'elles occupent dans le ciel : le période de ce mouvement embraſſe une année, & rien de plus. En vertu de ce mouvement, qui n'eſt qu'apparent, ainſi que les deux précédents ;

D'abord les étoiles C, qui ſont placées *dans le plan de l'écliptique*, paroiſſent décrire chaque année, une ligne ou un arc *gh* d'environ 40 ſecondes de degré ; allant de *g* en *h* ſelon l'ordre des ſignes pendant ſix mois ; revenant de *h* en *g* contre l'ordre des ſignes pendant les ſix autres mois ; & ne ſe montrant que deux fois par an dans leur vrai lieu C.

Enſuite les étoiles qui ſont *dans les poles mêmes de l'écliptique* D & E, ſemblent décrire chaque année autour de leur vrai lieu, un petit cercle D, dont le diametre eſt d'environ 40 ſecondes de degré ; allant auſſi ſelon l'ordre des ſignes pendant ſix mois, & contre l'ordre des ſignes pendant les autres ſix mois : celles-ci ne ſont jamais vues dans leur vrai lieu ; elles en ſont toujours écartées d'environ 20 ſecondes de degré. (*fig.* 7.)

Enfin celles qui ſont placées *entre l'écliptique & les poles*, en *v* par exemple, ſemblent décrire chaque année autour de leur vrai lieu, une ellipſe 1, 2, 3, 1, dont le grand axe, parallele au plan de l'écliptique, eſt d'environ 40 ſecondes de degré ; & dont le petit axe eſt d'autant moindre, que l'étoile eſt plus près du plan & plus loin des poles de l'écliptique : celles-ci ne ſont jamais vues dans leur vrai lieu, dont elles s'écartent tantôt plus & tantôt moins ; allant, ainſi que les précédentes, pendant ſix mois ſelon l'ordre

des ſignes 1, 2, & pendant ſix mois contre l'ordre des ſignes 3, 2.

Nous ferons voir ailleurs que ce mouvement d'aberration annuelle, qui ſeroit ſi biſarre s'il étoit réel, & qui n'eſt connu que depuis un peu moins d'un ſiecle, eſt une ſuite ou une dépendance du mouvement annuel de la terre autour du ſoleil dans le plan de l'écliptique. (1331.)

IV°. Comme notre ſoleil a un mouvement de rotation autour de ſon axe au centre de notre monde planétaire, mouvement en vertu duquel il fait une révolution ſur lui-même dans l'eſpace de 25 jours & demi (1181); il eſt aſſez probable que les étoiles ont un ſemblable *mouvement de rotation*, en vertu duquel elles tournent ſur leur axe, les unes plus & les autres moins rapidement: ce qui doit leur donner des figures différentes, plus ou moins éloignées de la figure ſphérique. L'hypotheſe de cette rotation des étoiles ſert en partie à rendre raiſon du phénomene ſuivant.

Disparition de certaines Étoiles.

1166. OBSERVATION. Un grand phénomene aſtronomique, qui a toujours excité la ſurpriſe des phyſiciens, c'eſt l'*apparition* de certaines étoiles nouvelles, la *diſparition* de certaines étoiles anciennes.

I°. Dans la conſtellation du taureau, qui eſt une des douze conſtellations du zodiaque; il y a un amas de ſix étoiles, que le vulgaire appelle *la pouſſiniere*, & que les aſtronomes nomment *les pléyades*. Tout le monde ſait que les pléyades

étoient autrefois composées de sept étoiles, dont une a totalement disparu.

IIº. On observa en 1572, dans la constellation de Cassiopée, une nouvelle étoile, qui pendant quatre mois l'emportoit en lumiere sur les étoiles de la premiere grandeur, & qui après avoir passé par tous les degrés décroissants des étoiles visibles, disparut enfin au bout de deux ans. On avoit déja observé un semblable phénomene dans la même région du ciel, en 945, en 1264; & ces trois étoiles pourroient assez vraisemblablement n'être que la même, qu'on verra probablement reparoître dans environ 120 ans.

IIIº. On observe aussi dans quelques autres constellations, des étoiles dont la lumiere semble avoir des périodes réglés d'augmentation & de diminution. Tous ces phénomenes dépendent vraisemblablement de la même cause, qui depuis plusieurs années excite la curiosité des observateurs, & qui ne sera peut-être jamais démonstrativement connue. En attendant des démonstrations, voici des conjectures sur ce phénomene.

1167. EXPLICATION I. Ne pourroit-on pas supposer ou soupçonner avec Newton, que ces étoiles qui ont des alternatives d'apparition & de disparition, d'accroissement & de diminution de lumiere, au lieu d'être des soleils parfaits, des soleils lumineux dans tous les points de leur surface, sont des corps mixtes, en partie opaques & en partie lumineux; par exemple, *opaques dans un hémisphere & lumineux dans l'autre?* Pourquoi la nature, qui ordinairement ne fait rien par bonds, qui semble affecter d'établir presque partout des points de communication & de réunion

en paſſant comme par degrés d'une eſpece à l'autre, d'un regne à l'autre, de l'animal au végétal, du végétal au minéral (545, VIII°), n'auroit-elle pas pu ſuivre la même marche dans les corps céleſtes, & paſſer des corps lumineux aux corps opaques, par des corps en partie opaques & en partie lumineux?

Dans cette hypotheſe, qui n'a certainement rien d'anti-philoſophique, ces *ſoleils mixtes*, en partie opaques & en partie lumineux, en faiſant leur révolution ſur eux-mêmes, comme notre ſoleil & nos planetes (1181), révolution dont le période peut être plus ou moins long indéfiniment, ſeroient viſibles pour nous, quand leur hémiſphere lumineux ſeroit tourné vers la terre; & deviendroient enſuite inviſibles pendant un plus ou moins long-tems, quand leur hémiſphere opaque auroit ſuccédé à l'hémiſphere lumineux & ſeroit dirigé à ſon tour vers la terre.

Ces mêmes *ſoleils mixtes* nous paroîtroient tantôt plus & tantôt moins grands & moins lumineux, ſelon que leur hémiſphere lumineux ſeroit dirigé en plus ou moins grande partie vers la terre: comme nos planetes en quadrature nous paroiſſent moins lumineuſes & moins grandes, que lorſque tout leur diſque éclairé eſt dirigé vers la terre.

1168. EXPLICATION II. Si on a de la peine à adopter cette idée de *ſoleils mixtes*, ſuppoſons avec l'illuſtre de Maupertuis, que ces étoiles qui ont des alternatives d'apparition & de diſparition, ſont des ſoleils fixes comme le nôtre, doués d'un mouvement de rotation immenſément rapide autour de leur axe, & éclairant

des planetes & des cometes mobiles autour de leur centre. Dans cette hypothese,

I°. Un mouvement de rotation immensément rapide autour de leur axe (1182) doit donner à ces soleils un très-grand applatissement vers leurs poles, applatissement qui peut augmenter à l'infini ; & leur donner une figure qui approchera plus du cercle que de la sphere ; une figure assez semblable à celle des verres convexes, qui forment nos grandes lentilles de lunette : puisque le mouvement de toutes les parties étant incomparablement plus grand vers l'équateur que vers les poles ; il est clair que toutes les parties doivent tendre à s'écarter du centre, mais incomparablement plus vers l'équateur que vers les poles.

II°. Il est évident que quand un tel soleil sera placé dans le ciel en telle sorte que l'axe de son équateur soit dirigé vers la terre, il devra se montrer sous une grande surface, sous un disque très-lumineux & très-sensible ; & que quand le plan de son équateur sera dirigé vers la terre, il n'offrira à l'œil qu'une surface incomparablement moindre, qu'une espece de ligne qui peut devenir totalement imperceptible, à raison de l'infiniment petit angle qui mesure sa largeur. (921.)

III°. Les planetes & les cometes qui circulent autour d'un tel soleil, peuvent-elles manquer de déranger de tems en tems sa situation ou sa position dans le ciel? Non : car comme ce soleil attire ces astres errants & les retient dans leur courbe ; il en est attiré à son tour, & il doit céder plus ou moins aux attractions qu'ils exercent sur lui.

Pour ſimplifier ici les choſes, autant qu'il eſt poſſible ; ſuppoſons l'équateur de ce ſoleil lenticulaire, dirigé vers quelque grande planete ou comete, qui faſſe obliquement ſa lente révolution autour de lui, dans l'eſpace d'un ſiecle. Il eſt clair que la partie de cet équateur la plus voiſine de la planete ou comete, ſera plus attirée que le centre & que toutes les parties placées au-delà du centre (1420); & que cet équateur, plus attiré d'un côté que de l'autre par la planete ou comete, doit tendre à faire une révolution ſur lui-même, tandis que l'aſtre errant fera une révolution autour de ce ſoleil lenticulaire. Delà il arrivera que ce ſoleil tournant à la fois & avec un mouvement très-rapide autour de ſon équateur, & avec un mouvement très-lent autour de ſes poles, aura ſucceſſivement & périodiquement ſon équateur ou ſon grand diſque, tantôt plus en priſe, tantôt moins en priſe à nos regards; comme nous venons de l'expliquer.

STATIONS DU SOLEIL ET DES ÉTOILES.

1169. OBSERVATION. Le ſoleil & les étoiles n'eſſuient aucun changement ſenſible de latitude (1152): mais ils ſouffrent de continuels changements de déclinaiſon (1153); avec cette différence que les étoiles mettent incomparablement plus de tems que le ſoleil, à s'approcher ou à s'éloigner de l'équateur, d'une quantité déterminée de degrés ou de minutes. Car pour paſſer du point équinoxial du printems, où il eſt ſans déclinaiſon, au point ſolſtitial d'été, où il a environ 23 degrés & 28 minutes de décli-

naiſon boréale, le ſoleil ne met que trois mois; tandis que les étoiles, pour eſſuyer le même changement de déclinaiſon, ont beſoin de 6435 ans. (1131.)

Mais quoique le ſoleil, en paſſant d'un point équinoxial au point ſolſtitial voiſin, acquiere de jour en jour plus de déclinaiſon; il y a cependant quelques jours où l'augmentation & la diminution de déclinaiſon ſont inſenſibles; où le ſoleil ne s'approche ni ne s'éloigne ſenſiblement de l'équateur; où il eſt comme *ſtationnaire* par rapport au plan de l'équateur. La même choſe arrive auſſi aux étoiles: elles ſont *ſtationnaires* pendant quelques ſiecles, dans les mêmes circonſtances où le ſoleil eſt ſtationnaire pendant quelques jours; comme nous allons l'expliquer.

1170. LEMME. *Quand deux cercles, tels que l'équateur* ATB *& l'écliptique* RTS, *s'entre-coupent par leurs centres* T (fig. 7):

I°. Il eſt clair que depuis leur commune interſection *n* T *a*, leurs arcs A *a* S vont en s'écartant juſqu'à 90 degrés; qu'à 90 degrés leurs arcs A *n* S ceſſent de s'écarter & commencent à ſe rapprocher.

II°. Il eſt clair que près des points d'interſection, les arcs correſpondants *ad* & *ac*, ſont deux lignes divergentes: un corps qui parcourra l'arc *ad* d'un ou deux degrés, s'éloignera donc de l'autre cercle, de la quantité *dc*.

III°. Il eſt clair également qu'à 90 degrés de leur interſection, leurs arcs correſpondants *m* A *m* & *m* S *m*, d'un ou deux degrés chacun, ſont des lignes ſenſiblement paralleles. Si on prend deux cercles de carton qui s'entre-coupent par leurs

centres ſous un angle de 20 à 25 degrés, on verra ce ſenſible parallélíſme dans les arcs correſpondants, au-delà de 88 degrés & demi de leur commune interſection de part & d'autre.

Stations du ſoleil.

1171. EXPLICATION I. Obſervons d'abord la révolution annuelle du ſoleil dans l'écliptique : ſa marche nous fera mieux ſentir la marche des étoiles : ſes ſtations connues nous feront connoître ce que nous devons entendre par les ſtations des étoiles. (*fig.* 7.)

Le ſoleil, au point équinoxial *a* du printems, eſt ſans déclinaiſon : puiſque ſon centre eſt dans le plan de l'équateur, où il n'y a aucune déclinaiſon. Mais en paſſant du point équinoxial du printems, au point ſolſtitial d'été S, il s'éloigne de plus en plus du plan de l'équateur ABA : & acquiert d'un jour à l'autre, une déclinaiſon boréale toujours croiſſante juſqu'en S, où elle eſt d'environ 23 degrés 28 minutes. Mais cette déclinaiſon toujours croiſſante n'augmente pas d'un jour à l'autre, d'une quantité égale & conſtante : dans les premiers degrés *a d*, la déclinaiſon augmente dans un grand rapport : dans les degrés intermédiaires *dm*, elle augmente dans un rapport toujours moindre : dans les derniers degrés *m* S *m*, l'augmentation eſt inſenſible & comme nulle. Par exemple,

I°. Quand le ſoleil parcourt à peu près en deux jours les deux premiers degrés *a d* de l'écliptique ; il s'éloigne de l'équateur de la quantité *dc* : parce que les deux arcs correſpondants *daç* de ces deux cercles, ſont divergents de toute la quantité *dc*.

II°. Quand environ trois mois après l'équinoxe du printems, le ſoleil parcourt le 90ᵉ & le 91ᵉ degré de l'écliptique *m* S *m* ; il ne s'éloigne point ſenſiblement de l'équateur : parce que les deux arcs correſpondants *m* S *m* & *m* A *m*, au lieu d'être deux lignes divergentes, ſont deux lignes ſenſiblement paralleles. La même choſe arrive, le même paralléliſme a lieu, quand le ſoleil eſt en R, entre le 269ᵉ & le 271ᵉ degré de l'écliptique.

Delà les *ſtations du ſoleil vers les points ſolſtitiaux*, vers le 90ᵉ & le 270ᵉ degré de longitude : c'eſt le tems des *ſolſtices*. Un ou deux jours avant, & un ou deux jours après le moment de chaque ſolſtice, le ſoleil a ſenſiblement la même déclinaiſon, ou le même éloignement de l'équateur. L'arc AS ou BR, qui meſure cette déclinaiſon, eſt ſenſiblement de même grandeur, d'environ 23 degrés & 28 minutes ; ſoit quon le prenne au point ſolſtitial, ſoit qu'on le prenne un degré en-deçà ou en-delà du point ſolſtitial.

Stations des étoiles.

1172. EXPLICATION II. Obſervons maintenant la grande révolution des étoiles autour de l'axe DTE de l'écliptique, d'occident en orient ; révolution qui ne s'acheve que dans une durée de 25740 ans (1131), & qui eſt 25740 fois plus lente que celle du ſoleil, à laquelle elle reſſemble d'ailleurs. Les étoiles font à la fois, ainſi que le ſoleil, & leurs révolutions diurnes dans un parallele à l'équateur, & leur grande révolution dans un parallele à l'écliptique. (*fig.* 7.)

I°. Prenons d'abord une étoile quelconque dans le plan de l'écliptique. L'étoile *a*, qui ſe

trouve actuellement dans le plan de l'écliptique, au point équinoxial du printems, est sans déclinaison; puisqu'elle est dans le plan de l'équateur: elle est aussi sans longitude, puisqu'elle est dans le premier point du bélier.

Cette étoile, tendant de *a* en S, en vertu de sa grande révolution autour de l'axe DTE de l'écliptique, parcourt l'arc *ad* d'un degré en 70 ans & demi; & s'éloigne du plan de l'équateur de la quantité *dc*, qui est l'arc de sa déclinaison: parce que les arcs correspondants *ad* & *ac* de l'écliptique & de l'équateur, sont des lignes divergentes. Cette étoile n'acquiert en 70 ans, qu'autant de déclinaison qu'en acquiert le soleil en environ un jour.

Quand cette étoile *a* sera en *m*S*m*, entre 89 & 91 degrés de longitude; elle parcourra en 143 ans, deux degrés de l'écliptique, sans s'éloigner sensiblement de l'équateur AB pendant tout ce tems: parce que les arcs correspondants *m*S*m* & *m*A*m* de l'écliptique & de l'équateur, au lieu d'être des lignes divergentes, sont des lignes sensiblement paralleles (1170). La même chose arrivera à cette étoile, quand elle sera en R. Delà la *longue station de cette étoile*, qu'on pourroit nommer *stellistice*, vers le 90e & vers le 270e degré de longitude; stellistice 25740 fois plus long que le tems du solstice.

II°. Prenons maintenant une autre étoile quelconque hors du plan de l'écliptique. Que l'étoile *k* se trouve actuellement dans le plan du cercle de latitude qui passe par le premier point du bélier: elle sera sans longitude; & elle fera ses révolutions diurnes dans le parallele TST, qui regle sa déclinaison, ou sa distance à l'équateur.

Mais cette déclinaiſon ira en croiſſant de plus en plus, depuis le point *k* où elle eſt ſans longitude, juſqu'au point H où elle aura 90 degrés de longitude.

Quand cette étoile parcourt les premiers degrés *kd* de ſon parallele à l'écliptique, elle augmente notablement en déclinaiſon : parce que les arcs correſpondants *kd* & *kc* du parallele à l'écliptique & du parallele à l'équateur, ſont des lignes divergentes. Mais quand elle parcourt l'arc *m*H*m*, de deux ou trois degrés, elle ne change point ſenſiblement de déclinaiſon : parce que les deux arcs correſpondants *m*H*m* & *m*A*m* ſont des lignes ſenſiblement paralleles. La même choſe arrivera à cette étoile, quand elle ſera en G.

On peut appliquer la même théorie à toute autre étoile, en comparant ſon parallele à l'écliptique, avec ſon parallele à l'équateur. Les mêmes ſtations ont lieu pour toutes, vers leur 90e & vers leur 270e degré de longitude. On voit par là que ces étoiles ſervent plus facilement que les autres, de points fixes dans le ciel ; quand il s'agit de faire ou de comparer des obſervations qui embraſſent une certaine étendue de tems.

LUMIERE ZODIACALE.

1173. DÉFINITION. La *lumiere zodiacale* eſt une clarté ou une blancheur ſouvent aſſez ſemblable à celle de la voie lactée, que l'on apperçoit dans le ciel en certains tems de l'année avant le lever ou après le coucher du ſoleil, en forme de lance ou de fuſeau, le long du zodiaque où elle

eſt toujours renfermée par ſa pointe & par ſon axe, appuyée obliquement ſur l'horiſon par ſa baſe.

Ce phénomene, découvert & décrit par le célebre Caſſini, a fait l'objet des ſavantes ſpéculations de l'ingénieux de Mayran, lequel penſe avec aſſez de vraiſemblance, que ce n'eſt autre choſe que l'athmoſphere même du ſoleil, fort applatie vers les poles de cet aſtre, & fort alongée vers ſon équateur. C'eſt, ſelon cet auteur, une matiere très-fluide, lumineuſe par elle-même, ou peut-être ſeulement éclairée par les rayons du ſoleil, laquelle environne cet aſtre en forme d'anneau lenticulaire. Cet anneau eſt vu dans le ciel en forme de fuſeau, dont les pointes interceptent un angle de 26, de 45, & quelquefois de 100 degrés, ſelon que le fuſeau ſe préſente à nous, ou plus directement, ou plus obliquement. (919.)

PARAGRAPHE SECOND.

LES PLANETES EN GÉNÉRAL.

1174. OBSERVATION. Autour du ſoleil, immobile au centre de notre monde planétaire, roulent *ſix planetes principales*, à différentes diſtances de cet aſtre. (*fig.* 4.)

Voici les noms qu'on leur donne, les caracteres par leſquels on les diſtingue, & l'ordre de leur poſition: *Mercure* ☿; *Vénus* ♀; la *Terre* ♁; *Mars* ♂; *Jupiter* ♃; *Saturne* ♄. La courbe que décrit chaque planete autour du ſoleil, centre de ſon mouvement, n'eſt point un cercle, mais une ellipſe. (1276.)

Parmi les planetes principales, il y en a trois qui ont des *planetes ſecondaires* ou *ſubalternes*, ſavoir la terre, qui a la lune; jupiter, qui a quatre ſatellites, ou quatre lunes; ſaturne, qui a cinq ſatellites, ou cinq lunes. Les planetes ſecondaires font leur révolution autour de leur planete principale, centre de leur mouvement; pendant que la planete principale fait elle-même ſa révolution autour du ſoleil. Le centre de mouvement des planetes ſecondaires change inceſſamment de place: puiſque la planete principale, en faiſant ſa révolution autour du ſoleil, entraîne avec elle ſa planete ſecondaire ou ſubalterne. La courbe que décrivent les planetes ſubalternes autour de leur planete principale, eſt auſſi une ellipſe.

Comme la courbe que parcourent, & les planetes principales autour du ſoleil immobile, & les planetes ſecondaires autour de leur planete mobile, eſt une ellipſe; il eſt important de donner ici une notion de cette eſpece de courbe, qu'on pourra connoître plus en détail dans la partie mathématique. (*Math.* 749, 765.)

LEUR COURBE.

1175. DESCRIPTION. Soit, ſur un plan indéfini (*fig.* 11), une droite indéfinie TE, ſur laquelle on prendra arbitrairement deux points R & S, auxquels on fixera les deux extrêmités d'un fil d'une longueur quelconque. Soit enſuite un crayon qui tienne toujours le fil également tendu; & qui reſtant toujours perpendiculaire au plan, faſſe une révolution autour des points R & S. La courbe TCEGT, qui ſera décrite par ce

ce crayon, eſt une *ellipſe* (*Math.* 756). Telle eſt la courbe que décrivent toutes les planetes autour du ſoleil S. (1276.)

I°. On nomme *grand axe*, le plus grand diametre TE, qu'on puiſſe mener dans cette courbe; *petit axe*, le plus grand diametre CG qu'on puiſſe mener perpendiculairement ſur le milieu du grand axe.

II°. On nomme *foyers*, les deux points R & S du grand axe; *centre*, le point O du grand axe, également éloigné des deux foyers; *excentricité*, la diſtance RO ou SO, interceptée entre l'un des foyers & le centre.

III°. En ſuppoſant le ſoleil ou le centre de mouvement dans l'un des foyers déterminément S, on nomme *abſides* le point le plus éloigné & le point le plus voiſin de ce foyer S; *abſide ſupérieure*, le point le plus éloigné T; *abſide inférieure*, le point le plus voiſin E; *ligne des abſides*, le grand axe qui aboutit à ces deux points ou à ces deux abſides; *moyenne diſtance*, le point C ou G, également éloigné & des deux foyers & des deux abſides.

1176. COROLLAIRE. Il eſt évident, par la conſtruction de l'ellipſe, que la ſomme de deux lignes quelconques, menées des foyers à un point quelconque de la circonférence, eſt toujours égale au grand axe: puiſque la ſomme de ces deux lignes eſt toujours égale au fil uniformément tendu. Par conſéquent, CR + CS = TE; de même, DR + DS = TE ou RCS: de même encore, RIS = TE ou RDS.

Il eſt évident encore, par la conſtruction de l'ellipſe, que la différence entre le grand axe TE, & le petit axe CG, peut varier à l'infini;

ſelon que l'on prendra les foyers R & S à une plus ou moins grande diſtance l'un de l'autre : l'excentricité peut également & conſéquemment varier à l'infini. L'excentricité eſt peu conſidérable dans l'ellipſe que décrivent les planetes ; elle eſt immenſe dans l'ellipſe que décrivent les cometes, autour du ſoleil.

LEUR RÉVOLUTION DIURNE.

1177. OBSERVATION. Les planetes, ainſi que les étoiles, ſemblent faire chaque jour, une révolution autour de la terre, d'orient en occident, dans un cercle parallele à l'équateur ; avec cette double différence :

I°. Que le parallele où une étoile quelconque fait ſa révolution diurne, eſt ſenſiblement le même pendant un très-long tems ; au lieu que le parallele où une planete quelconque fait ſa révolution diurne, change très-ſenſiblement en peu de jours ; ce parallele ſe trouvant tantôt confondu avec l'équateur, tantôt plus ou moins en-deçà ou en-delà de l'équateur.

II°. Que les étoiles mettent un tems uniforme & toujours ſenſiblement égal à faire leur révolution diurne ; au lieu que les planetes mettent tantôt autant de tems, tantôt plus & tantôt moins de tems que les étoiles, à faire leur révolution diurne.

LEUR RÉVOLUTION ANNUELLE.

1178. OBSERVATION. Outre leur mouvement diurne qui n'eſt qu'apparent, les planetes principales ont un *mouvement réel & permanent*, tan-

tôt un peu plus & tantôt un peu moins rapide, qui les emporte persévéramment d'occident en orient, selon l'ordre des signes, autour du soleil & dans le plan du zodiaque. En vertu de ce mouvement réel & permanent, le centre de chaque planete principale décrit autour du soleil, dans l'enceinte du zodiaque, une courbe à part, une courbe rentrante sur elle-même, une courbe qui ne peut être qu'un cercle ou une ellipse, mais qui n'est point un cercle. (*fig.* 4 & 2.)

I°. On nomme *révolution annuelle* d'une planete, la courbe que son centre, vu du soleil immobile, décrit dans le plan du zodiaque; à compter du point de cette courbe où la planete, vue du soleil, répond à telle étoile quelconque, jusqu'au retour de la planete dans le même point de sa courbe, ou à la même étoile. Cette révolution répond, dans ce qui concerne la terre, à la révolution sydérale, qu'il est aisé de réduire, si l'on veut, à la révolution tropique. (1137.)

II°. On nomme *tems périodique* d'une planete, le tems qu'elle emploie à faire sa révolution annuelle autour du soleil; à compter d'un point déterminé de sa courbe, jusqu'au retour au même point. Cette courbe, où le centre de la planete fait son trajet, se nomme *trajectoire*. Les tems périodiques sont constants & toujours les mêmes pour chaque planete isolée: mais ils sont différents pour les différentes planetes, comme nous le marquerons bientôt.

III°. Les *six courbes* des planetes principales, vues de la terre ou du soleil: sont toutes renfermées dans les limites du zodiaque: mais il n'y a que l'écliptique, ou la courbe de la terre, qui soit parallele au zodiaque, qu'elle divise dans

toute ſa circonvolution, en deux parties égales. Toutes les autres, celles de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de ſaturne, coupent obliquement l'écliptique en deux parties égales, ſous différents angles que nous déterminerons bientôt.

IV°. On nomme *nœuds d'une planete*, les deux points où ſa courbe coupe l'écliptique ; *nœud aſcendant*, le point de l'écliptique où la planete paſſe de la latitude auſtrale à la latitude boréale ; *nœud deſcendant*, le point de l'écliptique où la planete paſſe de la latitude boréale à la latitude auſtrale. Dans les nœuds, la planete eſt ſans latitude. (1152.)

Leur tems périodique, leur moyenne vîteſſe.

1179. OBSERVATION. I°. Le *tems périodique* de chaque planete eſt plus ou moins long, ſelon que la planete eſt plus ou moins éloignée du ſoleil, centre de ſon mouvement réel & permanent.

I°. Voici, ſelon M. de la Caille, le tems périodique de chaque planete, ou le nombre de jours, d'heures, de minutes, de ſecondes, qu'elle emploie à parcourir en entier ſa courbe ou ſa trajectoire.

Planetes.	*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Secondes.*	*Environ.*
Mercure	87	23	15	30	= 3 *mois.*
Vénus	224	16	48	20	= 8 + $\frac{1}{3}$ *mois.*
La Terre	365	6	8	58	= 1 *an.*
Mars	686	23	30	30	= 2 *ans.*
Jupiter	4332	12			= 12 *ans.*
Saturne	10759	8			= 30 *ans.*

Kepler, Caſſini, Newton, de la Hire, & pluſieurs autres aſtronomes, ont marqué de même

les tems périodiques; avec quelques différences comme infiniment petites, qu'il eſt inutile de faire connoître.

II°. Quant à la *vîteſſe réelle & abſolue* de chaque planete dans ſon orbite, elle varie d'un jour à l'autre d'une petite quantité réguliérement croiſſante & décroiſſante dans chaque révolution autour du ſoleil: nous aſſignerons ailleurs la cauſe phyſique de ce phénomene (1275). Cette vîteſſe réelle & abſolue de chaque planete eſt dans ſa moyenne grandeur, entre les aphélies & les périhélies; & c'eſt ce qu'on nomme la *moyenne vîteſſe des planetes.*

III°. Cette moyenne vîteſſe réelle & abſolue des différentes planetes, ou la quantité d'eſpace réel qu'elles parcourent dans un même tems, par exemple dans un jour, eſt plus grande dans les planetes moins éloignées du ſoleil; plus petite dans les planetes plus éloignées du ſoleil. Il conſte par les obſervations & par les inductions aſtronomiques, que *cette moyenne vîteſſe des différentes planetes eſt en raiſon inverſe des racines quarrées de leurs moyennes diſtances au ſoleil :* par exemple, que le nombre de lieues que parcourt mercure en un jour, eſt au nombre de lieues que parcourt mars en un jour; comme la racine quarrée de la moyenne diſtance de mars au ſoleil, eſt à la racine quarrée de la moyenne diſtance de mercure au ſoleil. (1301.)

On voit ici ſelon quelle ſinguliere proportion mercure va plus vîte que venus; venus, que la terre; la terre, que mars; mars, que jupiter; jupiter, que ſaturne le plus lent de tous dans ſon mouvement réel.

Inclinaiſon de leur orbite.

1180. OBSERVATION. L'*orbite* ou la *trajectoire* de chaque planete eſt diverſement inclinée ſur l'écliptique, ou coupe l'écliptique ſous différents angles que nous allons marquer ici d'après l'abbé de la Caille. L'orbite de mercure eſt la plus inclinée ; l'orbite de jupiter eſt la moins inclinée, ſur le plan de l'écliptique. Le plan de toutes les orbites paſſe par le centre du ſoleil, centre commun de toutes les révolutions périodiques : nous ferons voir ailleurs que cette orbite eſt elliptique, & non circulaire. (1276.)

Inclinaiſon,	*Degrés.*	*Minutes.*	*Secondes.*
De Saturne	2	30	36.
De Jupiter	1	19	30.
De Mars	1	50	54.
De la Terre	0	0	0.
De Venus	3	23	20.
De Mercure	7	0	0.

LEUR MOUVEMENT DE ROTATION.

1181. OBSERVATION. Les planetes principales ont, ainſi que la terre, deux mouvements réels & permanents, un *mouvement de révolution* autour du ſoleil, & un *mouvement de rotation* autour de leur propre centre. Le ſoleil lui-même, qui n'a point de mouvement de révolution, a un mouvement de rotation, par lequel il tourne ſur lui-même en 25 jours & demi. Ce mouvement de rotation nous eſt manifeſté dans le ſoleil & dans les planetes, par les taches qu'on y obſerve, & dont on y ſuit la marche. Par exemple (*fig.* 4) :

1°. Si on examine attentivement les planetes

les plus visibles, avec d'excellents télescopes ; on y remarquera des endroits plus obscurs que d'autres, qu'on appelle *taches :* on verra ces taches changer de place ; passer d'un bord de la planete à l'autre bord ; se cacher derriere elle ; reparoître ensuite au premier bord ; & garder toujours leur même position sur la planete. D'où l'on conclura que ces taches sont adhérentes au corps de la planete, qui a en même tems, ainsi que la terre, deux mouvements réels & permanents, l'un plus court, par lequel elle tourne autour d'elle-même ; l'autre plus long, par lequel elle tourne autour du soleil. Le premier forme le *jour de la planete*, ou la durée du tems où paroît se faire une révolution du ciel à un observateur placé sur la surface de la planete. Le second forme l'*année de la planete*, ou la durée du tems où le soleil, immobile au centre du monde planétaire, paroît au même observateur faire une révolution dans le zodiaque autour de la courbe décrite par la planete : c'est le tems périodique de cette planete. (931, 932.)

II°. Quant à la *nature de ces taches*, il est évident qu'elles ne peuvent être autre chose, que des parties de la surface de la planete, moins propres à réfléchir la lumiere du soleil. Par exemple, il est facile de concevoir que la terre, vue du soleil ou de la lune, devroit nous paroître couverte de taches, disposées de la même maniere que les parties du monde sont dessinées sur un globe terrestre ; que les mers absorbant presque toute la lumiere, nous paroîtroient comme de grandes plages obscures ; les petites isles ou les rochers nuds qui y sont répandus, comme des points brillants ; les grands continents,

comme de grands eſpaces clairs, parſemés de lieux obſcurs, dans les endroits couverts de lacs ou de forêts; & de points ou de lieux plus lumineux, dans les endroits où ſe trouvent des terres blanches, des rochers arides, des montagnes couvertes de neige. Ces taches, vues du ſoleil, nous paroîtroient faire une révolution autour de la terre, précisément dans le même tems où la terre fait une révolution ſur elle-même autour de ſon axe.

III°. Le ſoleil a ſes taches, ainſi que les planetes; & ces taches ſolaires ont une révolution ſucceſſive & permanente autour de cet aſtre, laquelle s'acheve en 25 jours & demi : c'eſt le tems qu'emploie le ſoleil à tourner ſur lui-même, comme la terre tourne ſur elle-même en un jour. Selon les obſervations de M. l'abbé de la Caille, le mouvement de rotation dure,

	Jours.	*Heures.*	*Minutes.*	*Secondes.*
Dans le Soleil	25	12	0	0
Dans Jupiter		9	56	0
Dans Mars		24	40	0
Dans la Terre		23	56	4 (1324.)
Dans Venus		23	20	0
Dans la Lune	27	7	43	5

IV°. L'éloignement de Saturne & la foibleſſe de ſa lumiere, la petiteſſe de Mercure & ſa grande proximité du ſoleil, ont empêché d'y reconnoître des taches; & par conſéquent, de déterminer le tems de leur rotation. Cependant on peut juger par analogie, que ces deux planetes tournent ſur leur axe, comme les autres. La lune a auſſi un mouvement de rotation, ou une révolution autour de ſon centre, dont nous parlerons ailleurs. (1243.)

1182. COROLLAIRE. *Le ſoleil & les planetes doivent être plus ou moins applatis vers leurs poles, plus ou moins renflés vers leur équateur.*

EXPLICATION. Dans le ſoleil & dans les planetes, les poles ſont les deux points de leur ſurface, autour deſquels ſe fait leur rotation ou la révolution de toute leur ſurface; l'*axe*, eſt une droite menée par les poles & par le centre; l'*équateur*, eſt un cercle perpendiculaire à l'axe & qui paſſe par le centre. (494.)

Le ſoleil & les planetes ayant un mouvement de rotation autour de leur axe, comme la terre; il eſt clair qu'ils doivent être, de même que la terre (1373), applatis vers leurs poles & renflés vers leur équateur: puiſqu'ils ont en eux-mêmes, dans un degré plus ou moins grand, la même cauſe qui produit cet applatiſſement des poles & ce renflement de l'équateur dans la terre, ſavoir, la révolution autour de leur axe.

Dans jupiter, la plus grande des planetes, & celle où le mouvement de rotation eſt le plus rapide, cet applatiſſement des poles & ce renflement de l'équateur ſont très-ſenſibles. Selon les obſervations les plus exactes, le diametre de ſon équateur eſt plus grand d'un douzieme, que l'axe qui paſſe par ſes poles. Dans les autres planetes, l'applatiſſement n'eſt point ſenſible: comme l'applatiſſement de la terre ne ſeroit point ſenſible, ſi des planetes on obſervoit la terre.

LEURS DIRECTIONS, STATIONS, RÉTROGRADATIONS.

1183. OBSERVATION. Toutes les planetes ont un mouvement réel & permanent autour du ſo-

leil, d'occident en orient, en vertu duquel elles parcourent le zodiaque, ſaturne en 30 ans, jupiter en 12 ans, mars en 2 ans, la terre ou le ſoleil en un an, venus en 8 mois & un tiers, mercure en trois mois (1179). Si la terre, immobile au centre de l'univers, étoit le centre de toutes ces révolutions ; tandis que le ſoleil parcourt chaque jour environ un degré de l'écliptique, ſaturne devroit parcourir chaque jour un trentieme de degré dans le zodiaque ; jupiter, un douzieme de degré ; mars, un demi-degré ; venus, un degré & demi ; mercure, quatre degrés. (*fig.* 2.)

Mais la choſe n'eſt point ainſi : les planetes ne paroiſſent pas avancer conſtamment & perſévéramment dans le zodiaque, ſelon l'ordre des ſignes, comme l'exige leur révolution périodique. Pendant un tems elles ſemblent avancer dans le zodiaque, plus que n'exige leur mouvement : pendant un autre tems elles ſemblent n'avancer, ni ne reculer : pendant un autre tems enfin elles paroiſſent rétrograder ou ſe mouvoir dans le zodiaque en un ſens contraire à leur révolution périodique. Par exemple, ſi pendant deux ans on obſerve chaque jour le paſſage de mars par le méridien, dont il devroit s'éloigner chaque jour en avançant de plus en plus vers l'orient, on trouvera :

I°. Que pendant un tems, mars & telle étoile reviennent chaque jour enſemble au méridien. Dans ce cas, *la planete eſt ſtationnaire :* parce qu'elle ſemble ne point avancer & ne point reculer dans le zodiaque. Son mouvement de révolution annuelle autour du zodiaque, ſelon l'ordre des ſignes, d'occident en orient, paroît

ſuſpendu pendant un certain nombre de jours.

II°. Que pendant un autre tems, quelques jours après le tems des ſtations, mars arrive chaque jour au méridien, plutôt & en moins de tems que telle étoile. Dans ce cas, *la planete eſt rétrograde :* parce qu'elle ſemble avoir un mouvement oppoſé à celui de ſa révolution annuelle, un mouvement qui l'emporte chaque jour de plus en plus vers l'occident & contre l'ordre des ſignes dans la région du zodiaque.

III°. Que pendant un autre tems, ſix ou ſept mois après le tems des ſtations, mars & telle étoile à laquelle il paroît répondre dans le ciel, n'arrivent point enſemble au méridien : mars met chaque jour plus de tems que l'étoile à arriver au méridien. Dans ce cas, *la planete eſt directe :* parce qu'elle avance chaque jour dans le zodiaque, ſelon l'ordre des ſignes, d'occident en orient, autant ou plus que ne l'exige ſon mouvement de révolution annuelle autour du zodiaque. Son mouvement de révolution annuelle, au lieu d'être ſuſpendu comme auparavant, paroît notablement augmenté au-delà de ſon exigence.

On obſervera les mêmes ſtations, les mêmes rétrogradations, les mêmes directions, dans ſaturne, dans jupiter, dans venus & dans mercure ; avec certaines différences dont nous rendrons compte, quand nous expliquerons ce phénomene, qui eſt ſi abſurde dans l'hypotheſe de la terre immobile, & qui eſt ſi ſimple & ſi naturel dans l'hypotheſe de la terre planete. (1316.)

Leur perihélie et leur aphélie.

1184. Observation. Si les planetes, dans leur révolution annuelle autour du ſoleil, décrivoient un cercle dont le ſoleil occupât le centre; elles en ſeroient toujours & par-tout également éloignées: elles n'auroient ni aphélies, ni périhélies. Mais il conſte par les obſervations, qu'elles font leurs révolutions dans une ellipſe, dont le ſoleil occupe un foyer: elles doivent donc être tantôt périhélies ou plus près du ſoleil, tantôt aphélies ou plus loin du ſoleil. Soit l'ellipſe TCEGT, décrite par la révolution annuelle de la planete quelconque T, autour du ſoleil S, qui occupe immobilement l'un des foyers de l'ellipſe S. Dans cette courbe (*fig.* 23):

I°. On nomme *périhélie*, le point E, où la planete eſt dans ſa plus grande proximité du ſoleil. Ainſi la planete eſt périhélie en E.

II°. On nomme *aphélie*, le point T, où la planete eſt dans ſon plus grand éloignement du ſoleil. Ainſi la planete eſt aphélie en T.

III°. On nomme *excentricité d'une planete*, la moitié de la différence qui ſe trouve entre la plus grande & la plus petite diſtance de la planete au ſoleil; différence meſurée par la partie du grand axe interceptée entre les deux foyers R & S. Par exemple RO ou SO eſt l'excentricité de la planete T.

1185. Corollaire On voit ici que *la diſtance d'une même planete quelconque au ſoleil, augmente ou diminue inceſſamment pendant toute la durée de ſa révolution périodique autour de cet aſtre*, lequel ſe trouve toujours placé dans le plan, mais

hors du centre de la courbe elliptique dans un des foyers S. (*fig.* 23.)

Cette diſtance diminue depuis l'aphélie T, juſqu'au périhélie E : elle augmente depuis le périhélie juſqu'à l'aphélie : elle eſt dans ſa moyenne grandeur en C & en G, à égale diſtance de l'aphélie & du périhélie. Ainſi la plus grande diſtance de la planete T, eſt en T : ſa plus petite diſtance eſt en E : ſa *diſtance moyenne* eſt en C & en G. Dans chaque révolution périodique, la planete eſt deux fois dans ſa diſtance moyenne, laquelle eſt égale à la moitié du grand axe.

Quand on parle des diſtances des planetes au ſoleil, il faut toujours entendre les *diſtances moyennes*, à moins qu'on ne déſigne expreſſément la grande ou la petite diſtance.

LEURS MOYENNES DISTANCES.

1186. OBSERVATION. Les ſix ellipſes ou les ſix trajectoires des planetes principales, ſans être exactement paralleles entr'elles (1180), vont toutes dans le même ſens, d'occident en orient, dans le plan du zodiaque, autour du ſoleil qui ſe trouve immobilement placé dans le plan de chaque ellipſe & dans un foyer commun à chaque ellipſe. (*fig.* 23.)

Parmi ces courbes elliptiques, toutes placées à différentes diſtances du ſoleil, les unes ont plus & les autres ont moins d'excentricité : les unes s'éloignent plus & les autres s'éloignent moins de la figure circulaire. Par exemple, la courbe de venus a très-peu d'excentricité : ſon grand axe TE differe peu de ſon petit axe CG.

La courbe de mercure au contraire a proportionnellement beaucoup plus d'excentricité : son grand axe TE differe notablement de son petit axe CG. La courbe de vénus approche plus du cercle : la courbe de mercure, plus applatie d'un côté & plus alongée de l'autre, s'en éloigne davantage.

Voici, d'après l'abbé de la Caille, les *dimensions des six ellipses* des planetes, comparées au grand axe de l'ellipse que décrit la terre, & que l'on suppose de 20000 parties égales d'une grandeur quelconque.

Dimensions de l'orbite,	Grand axe.	Petit axe.	Excentricité.	Distance moyenne
De Mercure.	7742	7570	810	3872
De Venus.	14466	14465	52	7233
De la Terre.	20000	19997	168	10000
De Mars.	30474	30342	1415	15203
De Jupiter.	104020	103899	2505	51980
De Saturne.	190758	190448	5430	95302

1187. REMARQUE I. La paralaxe du soleil a servi à faire trouver la distance de cet astre à la terre, ou la *distance de la terre au soleil* (1221). Après quoi, par la seconde loi de Kepler, on a trouvé & déterminé la distance de toutes les autres planetes au soleil (1263). Delà les connoissances que nous avons sur les distances des planetes au soleil, centre commun de toutes leurs révolutions. (*fig.* 4.)

I°. On exprime communément en parties proportionnelles, les dimensions des six orbites des planetes : soit pour simplifier les calculs ; soit parce qu'on n'a pas avec assez de précision la distance absolue de la terre au soleil, distance qui

doit ſervir de terme de comparaiſon pour toutes les autres diſtances.

II°. Quand on a les dimenſions des ſix orbites des planetes *en parties proportionnelles*, telles qu'on vient de les aſſigner ; il eſt facile d'avoir ces mêmes dimenſions *en parties abſolues*, par exemple, en lieues communes. Car, par le moyen de la paralaxe du ſoleil, on trouve la *diſtance moyenne de la terre au ſoleil ;* diſtance qui eſt d'*environ* 30 *millions de nos lieues communes*, & qui priſe deux fois eſt égale au grand axe de l'orbite terreſtre. Ce grand axe de l'orbite terreſtre, lequel ſert de meſure commune ou de terme de comparaiſon pour toutes les orbites des planetes, eſt donc d'environ 60 millions de nos lieues communes.

Comme dans la proportion donnée, ce grand axe de l'orbite terreſtre eſt ſuppoſé de vingt mille parties ; pour avoir la valeur abſolue de chacune de ces 20000 parties, il faut diviſer 60000000 lieues communes par 20000 : on aura pour quotient 3000 lieues communes. Chacune de ces vingt mille parties du grand axe terreſtre vaut donc environ trois mille de nos lieues communes. On pourra donc déterminer à peu près de combien de lieues eſt la *diſtance moyenne* de chaque planete au ſoleil ; en multipliant cette diſtance donnée en parties proportionnelles, par 3000 lieues : comme on le voit ici.

Distance moyenne,	*En parties proportionnelles.*	*En lieues d'environ . .*	2287
De Mercure	= 3,872	= 11,616,000	*ou*
De Venus	= 7,233	= 21,699,000	2140
De la Terre	= 10,000	= 30,000,000	*ou*
De Mars	= 15,203	= 45,609,000	2645
De Jupiter	= 51,980	= 155,940,000	*toises*
De Saturne	= 95,302	= 285,906,000	*chacune.*

III°. Si la *distance moyenne* de la terre au soleil est de moins ou de plus de trente millions de lieues communes (1221); il faudra supposer plus petites ou plus grandes les lieues que nous venons de marquer. Par exemple, si cette distance moyenne de la terre au soleil est d'environ 28 millions de lieues communes, de 2287 toises chacune; les lieues que nous venons de marquer ne seront que d'environ 2140 toises chacune. Si la distance moyenne de la terre au soleil est d'environ 34 millions & demi de lieues communes; les lieues que nous venons de marquer, seront d'environ 2645 toises chacune.

IV°. Quand on a la *distance moyenne* d'une planete, avec son excentricité, il est aisé de trouver & sa plus grande & sa plus petite distance. (*fig.* 13.)

Car la distance moyenne CS ou GS est égale à la moitié du grand axe TOE. La distance moyenne est donc égale à EO ou à TO: donc la *petite distance* est égale à la distance moyenne, moins l'excentricité SO: donc la *grande distance* est égale à la distance moyenne, plus l'excentricité RO: donc pour avoir la grande distance, il faut ajouter l'excentricité à la distance moyenne; & pour avoir la petite distance, il faut retran-

cher

cher l'excentricité, de la diſtance moyenne.

1188. REMARQUE II. Comme ces *diſtances moyennes* des planetes au ſoleil, reviennent aſſez fréquemment dans les calculs; il eſt à propos de les réduire à de moindres termes, en les diviſant toutes proportionnellement par mille. Dans ce cas on trouvera un *nouveau rapport* de ces diſtances entre elles, ou le même rapport exprimé en moins de chiffres, lequel ſera,

Pour Mercure $= 3 + \frac{4}{5}$ & un peu plus.
Pour Vénus $= 7 + \frac{1}{5}$ & un peu plus.
Pour la Terre — 10
Pour Mars $= 15 + \frac{1}{5}$ environ.
Pour Jupiter $= 52$ & un peu moins.
Pour Saturne $= 95 + \frac{1}{3}$ & un peu plus.

LEUR APOGÉE ET LEUR PÉRIGÉE.

1189. OBSERVATION. Autour du ſoleil, immobile dans un foyer commun à toutes les orbites elliptiques (*fig.* 4), roulent, d'occident en orient, dans le plan du zodiaque & ſelon l'ordre des ſignes, ſix globes opaques; ſavoir, d'abord *Mercure* dans l'ellipſe *m a m*; plus loin du ſoleil, *Vénus* dans l'ellipſe VXV; plus loin encore du ſoleil, la *Terre* avec ſa lune, dans l'ellipſe TBDA; toujours plus loin du ſoleil, *Mars* dans l'ellipſe MNM; plus loin encore du ſoleil, *Jupiter* avec ſes quatre ſatellites, dans l'ellipſe IKI; enfin toujours plus loin du ſoleil, *Saturne* avec ſes cinq ſatellites, dans l'ellipſe S Z S.

Comme la terre met moins de tems que les planetes plus éloignées, & plus de tems que les planetes moins éloignées du ſoleil, à faire ſa

révolution périodique autour de cet astre (1179); il s'ensuit qu'elle doit tantôt s'approcher & tantôt s'éloigner de ces différentes planetes, qui deviennent par-là tour à tour périgées & apogées (*).

I°. Une *planete est périgée*, quand elle est dans sa plus grande proximité de la terre. Par exemple, quand Saturne est en S & la terre en T, Saturne est périgée. De même si la terre étant en T, Mercure se trouve en *a*; Mercure sera périgée. De même encore, quand la terre sera en A & Venus en X; Vénus sera périgée. (*fig.* 4.)

II°. Une *planete est apogée*, quand elle est dans son plus grand éloignement de la terre. Par exemple, la terre étant en D & Saturne en S, Saturne sera apogée en S, tandis que Jupiter sera périgée en J.

III°. En supposant que les points F & *f* soient les foyers des ellipses, & que le soleil soit placé en F hors du centre C de toutes les ellipses; le *soleil sera périgée*, quand la terre sera en T; le *soleil sera apogée*, quand la terre sera en D. Les périgées & les apogées du soleil arrivent précisément dans les mêmes points où la terre est périhélie ou aphélie; c'est-à-dire, quand elle est dans l'abside supérieure & dans l'abside inférieure. (1175.)

LEUR GRANDEUR ABSOLUE ET RESPECTIVE.

1190. OBSERVATION. Les planetes different

(*) ETYMOLOGIE. Périhélie, périgée : de περὶ, *propè*, *circùm*; de ἥλιος, *sol*; & de γῆ, *terra*. Aphélie, apogée : de ἀπὸ, *longè ab*; & de ἥλιος & γῆ, *sol*, *terra*.

entre elles en groſſeur : Mercure eſt la plus petite & Jupiter la plus grande de toutes les planetes principales : la terre & Vénus ſont à peu près égales. On ſait que pour connoître la ſurface & la ſolidité d'une ſphere, il ſuffit de connoître ſon diametre. (*Math.* 577, 605.)

Nous verrons ailleurs comment on a pu venir à bout de meſurer le diametre des différentes planetes (1226) : en attendant voici les meſures & les rapports de ces diametres, tels que les donne d'après les obſervations aſtronomiques, l'illuſtre de Maupertuis, en nombres ronds & ſans fraction. On ſuppoſe le diametre du ſoleil, qui ſert de terme de comparaiſon, diviſé en 300 parties égales, dont chacune équivaut à un tiers du diametre terreſtre, ou à environ un millier de lieues communes (1225). Le diametre de la lune eſt un quart de celui de la terre. Selon ces rapports, trouvés par obſervation, on a

	En parties égales.	*En lieues d'environ* 2180 *ou* 2287 *toiſes chacune.*
Le diametre du Soleil	= 300 . . .	= 300000
Le diametre de Mercure	= 1	= 1000
Le diametre de Vénus	= 3	= 3000
Le diametre de la Terre	= 3	= 3000
Le diametre de la Lune	= $\frac{3}{12}$	= 750
Le diametre de Mars	= 1 + $\frac{13}{17}$ . .	= 1664
Le diametre de Jupiter	= 33 + $\frac{1}{3}$ . .	= 33333
Le diametre de Saturne	= 27 + $\frac{1}{4}$ . .	= 27250

II°. Si on compare maintenant entre elles les ſolidités de ces différents globes, en prenant le globe terreſtre pour terme de comparaiſon, & en ſuppoſant le volume de ce globe = 1 ; on trouvera les rapports ſuivants, qui ſans être peut-être rigoureuſement exacts en tout point, ont à peu près toute la préciſion qu'on peut

attendre & desirer en ce genre : ce sont les rapports des cubes des diametres (*Math.* 622); rapports qui ne sont susceptibles d'autre erreur, que de celle qui pourroit se trouver dans les diametres donnés. Ainsi, en élevant ces diametres à leurs cubes, & en divisant ces cubes par 27, pour réduire le cube de la terre à l'unité; on aura la solidité

Du globe de la Terre . . . . $= 1$
Du globe de la Lune . . . . . . $= \frac{1}{64}$
Du globe de Mercure . . . . . . $= \frac{1}{27}$
Du globe de Venus . . . . $= 1$
Du globe de Mars, environ . . . . $= \frac{3}{9}$
Du globe de Jupiter . . . . $= 1331$
Du globe de Saturne . . . . $= 730$
Du globe du Soleil . . . . . $= 1000000$

On conçoit que nous n'entendons ici par solidité, qu'un volume de matiere déterminé dans ses trois dimensions, en faisant pleinement abstraction de la densité de ces divers globes ; densité qui est vraisemblablement différente dans chacun, & qu'il ne nous est pas donné de connoître.

LEUR OPPOSITION ET LEUR CONJONCTION.

1191. OBSERVATION. Deux planetes, comme mars & jupiter, vues de la terre pendant leur révolution autour du soleil, paroissent être successivement dans différents points du zodiaque ; tantôt dans le même cercle de latitude mené d'un pole de l'écliptique à l'autre ; & alors *elles sont en conjonction ;* tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 180 degrés de l'écliptique ; & alors *elles sont en opposition ;*

tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 90 degrés ; & alors *elles sont en quadrature ;* tantôt dans des cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de plus ou de moins de 90 ou de 180 degrés ; & alors *elles sont opposées de telle quantité*, par exemple de 4 signes & 15 degrés ; de 10 signes 17 degrés 49 minutes. Ainsi,

I°. On nomme *conjonction*, l'aspect de deux astres, qui vus de la terre répondent dans le ciel à un même cercle de latitude, ayant l'un & l'autre la même longitude (1551) : soit que ces deux astres soient vus dans le même point du ciel ; soit qu'ils soient vus dans des points du ciel différents, l'un plus au nord & l'autre plus au midi.

II°. On nomme *opposition*, l'aspect de deux astres vus dans le ciel dans la circonférence de deux cercles de latitude éloignés l'un de l'autre de 180 degrés de l'écliptique. En général l'opposition & la conjonction se nomment aussi *syzygies* ; & on dit qu'un astre est dans les syzygies, quand il est en conjonction ou en opposition.

III°. On nomme *quadrature*, l'aspect de deux astres qu'on voit dans le ciel dans la circonférence de deux cercles de latitude éloignés l'un de l'autre d'un quart de l'écliptique ou de 90 degrés.

Dans l'opposition, la terre est placée entre les deux astres : dans la conjonction, l'un des deux astres est placé entre la terre & l'astre plus éloigné : dans les quadratures, deux lignes menées du centre de la terre aux deux astres, forment un angle droit qui embrasse dans le ciel un arc de 90 degrés. (*fig.* 4.)

1192. REMARQUE. Parmi les ſix planetes principales, il y en a trois, mars, jupiter, ſaturne, qui ſont toujours plus éloignées du ſoleil, que la terre; ou dont l'orbite embraſſe l'orbite de la terre: on les nomme *planetes ſupérieures.* Il y en a deux, vénus & mercure, qui ſont toujours plus près du ſoleil que la terre; ou dont l'orbite eſt embraſſée par l'orbite de la terre: on les nomme *planetes inférieures.* Ces ſix orbites ſont aſſez éloignées les unes des autres, pour ne jamais ſe rencontrer: puiſque les plus voiſines ſont toujours éloignées l'une de l'autre de huit ou dix millions de lieues. (1187.)

I°. Les *trois planetes ſupérieures* peuvent être & en conjonction & en oppoſition & en quadrature avec le ſoleil: parce qu'elles font leur révolution autour de l'orbite de la terre, d'où elles ſont vues tantôt dans le même cercle de latitude que le ſoleil, tantôt dans des cercles de latitude qui peuvent s'éloigner de celui qu'occupe le ſoleil, juſqu'à 360 degrés où elles reviendront en conjonction.

II°. Les *deux planetes inférieures*, vénus & mercure, ont deux conjonctions, & n'ont ni oppoſition ni quadrature. Elles ſont en *conjonction ſupérieure* avec le ſoleil, quand le ſoleil eſt placé entr'elles & la terre: elles ſont en *conjonction inférieure* avec le ſoleil, quand elles ſont placées entre le ſoleil & la terre. (*fig.* 4.)

La terre étant ſuppoſée en T, mercure ſera en conjonction ſupérieure en *m*, & en conjonction inférieure en *a*. Les deux planetes inférieures n'ont ni oppoſition ni quadrature à l'égard du ſoleil: parce que dans leur plus grande digreſſion du lieu où eſt vu le ſoleil dans le zodiaque, mercure

n'en paroît jamais éloigné que d'environ 28 degrés, & vénus d'environ 47 degrés.

LEURS PHASES.

1193. OBSERVATION. La lune se montre à nous sous différents aspects; tantôt illuminée dans tout son disque qui est dirigé vers la terre; tantôt privée de lumiere, ou illuminée dans une simple partie plus ou moins grande de ce disque: ces différentes apparences ont été nommées *phases de la lune.* Ces mêmes apparences, ces mêmes alternatives de lumiere & d'obscurité, ont lieu dans le disque des planetes visibles de la terre: delà le nom de *phases des planetes.*

I°. La lune, la terre, les différentes planetes, vues du soleil, n'auroient point de phases: parce que leur partie éclairée, c'est-à-dire environ la moitié de leur surface, seroit toujours dirigée vers l'observateur placé dans le soleil. (*fig.* 16.)

II°. Mais un observateur placé dans la terre T, doit voir des phases dans les planetes: parce que la partie éclairée de la lune ABCD, ou de mercure MNPR, & ainsi du reste, est tantôt exposée en plein à l'œil de l'observateur T, & tantôt dirigée dans un sens qui la soustrait en tout ou en partie à l'œil de l'observateur T. Ces phases sont très-sensibles dans vénus, dans mars, dans mercure, quand on les observe avec de bonnes lunettes.



PARAGRAPHE TROISIEME.

LES PLANETES EN PARTICULIER.

APRÈS avoir obſervé les planetes dans ce qu'elles ont de commun, il eſt important de les conſidérer dans ce qu'elles ont de particulier, dans ce qui les caractériſe. Nous joindrons à cette théorie des planetes, celle des *cometes* qui nous ſont connues, & qui ne different guere des planetes, qu'en ce que leur orbite elliptique, dans laquelle elles ſont perſévéramment leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, centre commun de leurs mouvements, eſt plus excentrique & autrement poſée dans le ciel, que celle des globes auxquels eſt ſpécialement affecté le nom de planetes.

LE SOLEIL.

1194. OBSERVATION. Le *ſoleil* eſt un globe lumineux, gros environ un million de fois comme la terre. Quoiqu'il ſoit fixe & immobile au centre de notre monde planétaire, nous allons le conſidérer comme planete, comme aſtre errant autour de la terre & autour de l'écliptique, comme il paroît l'être en effet : il ſera facile de paſſer de l'apparence à la réalité des phénomenes qui concernent cet aſtre, image viſible de l'inviſible divinité; puiſqu'il nous éclaire & nous vivifie; qu'il eſt tout lumiere & tout bienfaiſance. (*fig.* 10.)

I°. Le ſoleil S, immobile au centre du monde planétaire, paroît faire chaque jour en 24

heures, une révolution autour de la terre P, d'orient en occident: parce que dans le même tems la terre elle-même fait une révolution d'occident en orient, autour de ſon axe DPB. (932.)

II°. Le ſoleil, immobile au centre du monde planétaire T (*fig.* 2), paroît faire en un an une révolution autour de l'écliptique R*a*N*n*R, d'occident en orient, ſelon l'ordre des ſignes: parce que dans le même tems, la terre fait elle-même dans le même ſens, une révolution autour du ſoleil, dans le plan de l'écliptique. Quand la terre eſt en R, le ſoleil eſt vu en N: quand la terre a paſſé de R en *a*, en trois mois de tems, le ſoleil eſt vu en *n*, & paroît avoir paſſé de N en *n*: quand la terre arrive en N, le ſoleil paroît arriver en R: quand la terre paſſe de N en *n*, le ſoleil paroît paſſer de R en *a*: quand la terre acheve ſa révolution en R, le ſoleil paroît achever ſa révolution en N. Ainſi le ſoleil immobile paroît faire une révolution autour de l'écliptique; parce que la terre fait elle-même une révolution autour du ſoleil dans le plan de l'écliptique. (931.) (*fig.* 2.)

III°. Le ſoleil, en parcourant le zodiaque, n'a pas une vîteſſe toujours égale & toujours uniforme: puiſqu'il met environ huit jours de plus à parcourir les ſix ſignes ſeptentrionaux *a*N*n*; ou huit jours de moins à parcourir les ſix ſignes méridionaux *n*R*a*. La raiſon en eſt, que le ſoleil n'eſt pas exactement au centre de l'écliptique, & que la vîteſſe de la terre dans l'écliptique autour du ſoleil, n'eſt pas toujours égale & toujours uniforme: cette vîteſſe de la terre, tantôt accélérée & tantôt ralentie, fait que le mouvement apparent du ſoleil T, paroît s'accé-

lérer & se ralentir alternativement dans la même proportion.

Ces mêmes phénomenes, & les autres phénomenes qui concernent le mouvement apparent du soleil, seront expliqués ailleurs dans le plus grand détail : ce que nous venons d'en dire ici, est simplement destiné à préparer & à accoutumer le lecteur, à passer de l'apparence à la réalité des mouvements, dans la théorie du ciel.

MERCURE ET VENUS.

1195. OBSERVATION. La planete la plus petite & la plus voisine du soleil, c'est *mercure*, dont le globe est environ 27 fois plus petit que la terre, & 27 millions de fois plus petit que le soleil. (*fig.* 4.)

I°. Mercure *m* est rarement visible : parce qu'il est presque toujours enveloppé dans la lumiere du soleil, duquel il ne s'écarte jamais à plus de 27 ou 28 degrés. Sa révolution périodique est d'environ trois mois ; & dans chaque révolution, il a deux conjonctions ; une conjonction supérieure, quand le soleil est placé entre la terre & lui ; & une conjonction inférieure, quand il est placé entre la terre & le soleil.

II°. L'orbite *mam* de mercure est une ellipse dont le plan passe par le centre du soleil placé dans un des foyers F : cette orbite coupe l'écliptique sous un angle de 7 degrés. Mercure, dans sa révolution périodique de trois mois, se trouve donc tantôt au nord de l'écliptique & tantôt au midi de l'écliptique, embrassant dans sa révolution, presque toute la largeur du zodiaque ; & quand dans ses conjonctions inférieures, il a moins

de 16 minutes de latitude, il paroît passer sur le disque du soleil, comme une tache ronde & fort noire : ce qui démontre évidemment que c'est un corps opaque. La même chose arrive à venus, quand dans ses conjonctions inférieures, elle est moins écartée du centre du soleil, que de 16 minutes de degré, qui mesurent le demi-diametre de cet astre.

III°. Mercure a ses directions, ses stations, ses rétrogradations, dans chaque révolution périodique (1183). Il est *rétrograde*, dans sa conjonction inférieure *n*, où il se trouve périgée : il est *direct*, dans sa conjonction supérieure *m*, où il se trouve apogée : il est *stationnaire*, quelque tems après ses rétrogradations. La même chose arrive à venus, qui est aussi directe dans son apogée ; rétrograde, dans son périgée ; stationnaire, quelque tems après sa rétrogradation. (1318.)

IV°. Mercure paroît plus petit, quand il est périgée, entre la terre & le soleil : parce qu'alors sa partie éclairée étant tournée vers le soleil, il ne nous envoie que très-peu de lumiere. Il paroît plus grand, quand il est apogée, & qu'il a plus de latitude que le demi-diametre du soleil n'a de largeur : parce qu'alors sa partie éclairée se trouve tournée & dirigée vers la terre, & se montre toute entiere à nos regards. Il se montre en forme de croissant vers le milieu du tems qui sépare ses deux conjonctions, comme la lune dans ses quadratures : la même chose arrive aussi à venus. Comme mercure est de deux tiers environ plus près du soleil que la terre, il s'ensuit que la lumiere qu'il reçoit du soleil est 9 fois plus dense, que celle qui éclaire & échauffe la terre. (898.)

V°. Entre mercure & la terre, à peu près à égale diſtance de l'un & de l'autre (1187), eſt placée *venus*, la ſeconde planete en allant du ſoleil aux étoiles. Son volume eſt à peu près égal à celui de la terre : ſa révolution VXV eſt d'environ 8 mois & un tiers ; ſa rotation, d'environ 23 heures & un quart : ſon orbite, la moins applatie de toutes. (*fig.* 4.)

LA TERRE.

1196. OBSERVATION. Le troiſieme globe, en allant du ſoleil vers les étoiles, eſt la *terre*, qu'on ne peut plus ſe diſpenſer de ranger au nombre des planetes. Cette planete, à peu près égale à venus, environ 27 fois plus groſſe que mercure, à peu près un million de fois plus petite que le ſoleil (1190), captive autour d'elle & entraîne à ſa ſuite un ſatellite, qui eſt la lune. Tandis que la terre fait une révolution autour du ſoleil immobile, la lune fait douze ou treize révolutions autour du centre de la terre.

La *terre-planete* a trois mouvements réels qui, par une foule d'illuſions optiques, paroiſſent donner, & aux étoiles immobiles, & aux planetes mobiles, les mouvements les plus biſarres & les plus abſurdes : (*fig.* 10.)

I°. Un *mouvement de révolution diurne, d'occident en orient, autour de l'axe de l'équateur & du monde* DPF : mouvement conſtant & uniforme, lequel s'acheve en 23 heures 58 minutes 4 ſecondes (1181). Ce premier mouvement de la terre, ou cette révolution de toutes ſes parties & de tous ſes habitants autour de ſon axe DTF, axe toujours ſenſiblement parallele à lui-même

d'un jour à l'autre, fait que tout le ciel paroît tourner en un ſens oppoſé, d'orient en occident, autour de la terre jugée immobile (932): c'eſt la révolution diurne, ou le jour naturel.

II°. Un *mouvement de révolution annuelle, d'occident en orient, dans le plan de l'écliptique autour du ſoleil* immobile au centre du monde planétaire; mouvement PQRTP qui s'acheve en 365 jours 6 heures 8 minutes 58 ſecondes. Ce tranſport, ou ce paſſage ſucceſſif de la terre par tous les points d'une courbe priſe dans le plan immobile de l'écliptique, à environ trente millions de lieues du ſoleil, fait que le ſoleil paroît chaque jour en conjonction avec le point diamétralement oppoſé à celui où ſe trouve la terre; ou que le ſoleil, quoiqu'immobile en S, paroît parcourir l'écliptique toute entiere, dans le même tems que l'écliptique eſt parcourue toute entiere par la terre jugée immobile (931): c'eſt la révolution ſydérale du ſoleil, ou l'année ſydérale, plus longue de quelques minutes que l'année tropique (1137).

III°. Un *mouvement de révolution rétrograde, d'orient en occident, autour de l'axe* DTE *de l'écliptique (fig.* 6), ou d'un axe terreſtre *d*T*e*, toujours perpendiculaire au plan de l'écliptique FTG: mouvement très-lent, qui ne produit une révolution entiere de toutes les parties de la terre autour des deux points terreſtres *d* & *e*, ou autour de l'axe terreſtre *d*T*e*, toujours parallele à l'axe de l'écliptique DTE, que dans une durée de 25740 ans.

En vertu de ce mouvement rétrograde, différent du mouvement diurne & du mouvement annuel, chaque point de la ſurface terreſtre

décrit ou parcourt autour de l'axe *d* T *e*, d'orient en occident, en 25740 ans, la circonférence d'un cercle parallele au plan de l'écliptique. Par exemple, en faisant chaque jour sa révolution diurne, d'occident en orient, autour de l'axe terrestre *p* T *m* toujours perpendiculaire à l'équateur ; en faisant chaque année sa révolution annuelle autour du soleil & de l'écliptique ; le point *a*, en 25740 ans, parcourt autour de l'axe *d* T *e* perpendiculaire au plan de l'écliptique, le cercle *a c* A *g a*, parallele au plan de l'écliptique ; rétrogradant chaque année, dans ce cercle, d'orient en occident, d'environ 50 secondes de degré. De même le point *b* parcourt le cercle *b f* B *h b*, parallele à l'écliptique. De même encore les poles terrestres *p* & *m*, ou les deux points autour desquels se font toutes les révolutions diurnes, parcourent les deux cercles *p q r s p*, *m a o k m* : de sorte que le pole terrestre *p*, qui répond maintenant dans le ciel au point P, sera dans 12870 ans en *r*, & répondra à un autre point du ciel R, lequel sera éloigné d'environ 47 degrés du point P qui est le pole céleste actuel. (*fig.* 6.)

Ce troisieme mouvement de la terre, ou cette révolution rétrograde de toutes ses parties & de tous ses habitans autour de l'axe de l'écliptique, ou d'un axe terrestre toujours parallele à l'axe de l'écliptique, fait que tout le firmament, quoiqu'immobile en tout sens dans toutes ses parties, paroît tourner dans le même tems, en un sens opposé, d'occident en orient, autour de l'axe & des poles de l'écliptique (932). Delà le grand phénomene de la *précession des équinoxes* (1131) ; phénomene qui semble déplacer bisarrement tout

le ciel, & qui n'eſt autre choſe qu'une illuſion optique, produite par la révolution conique de l'axe terreſtre *p* T *m*, autour des poles de l'écliptique D & E. Nous donnerons ailleurs un plus grand développement ſur ces trois mouvements de la terre, & ſur-tout ſur ce dernier qui eſt un peu plus difficile à concevoir. (1327.)

MARS, JUPITER, SATURNE.

1197. OBSERVATION. Au-deſſus de l'orbite de la terre, en allant du ſoleil vers les étoiles, ſe trouvent à différentes diſtances, les orbites de mars M, de jupiter I, de ſaturne S, qui ſont les trois *planetes ſupérieures*, de différente groſſeur (1190). Ces orbites, ainſi que celles de la terre & des deux *planetes inférieures*, ne ſont autre choſe que les différents points de l'eſpace infini, où paſſent les centres des différentes planetes, dans leur révolution périodique autour du ſoleil. (*fig.* 4.)

Les trois planetes ſupérieures, ainſi que les planetes inférieures, ont leurs *directions*, leurs *ſtations*, leurs *rétrogradations* (1183): de ſorte que pendant le cours de leur révolution plus ou moins longue autour du ſoleil (1178), d'occident en orient & ſelon l'ordre des ſignes, elles paroiſſent tantôt aller plus vîte que n'exige leur mouvement réel; tantôt ſuſpendre totalement leur mouvement réel; tantôt aller d'orient en occident, contre l'ordre des ſignes & contre leur mouvement réel: biſarrerie ſinguliere, ſi elle n'étoit pas une ſimple illuſion optique.

Les trois planetes ſupérieures ſont *ſtationnaires*, vers le tems de leur périgée & de leur oppoſition avec le ſoleil (1191); *rétrogrades*, pendant

un tems plus ou moins long après leurs ſtations; *directes*, principalement vers leur apogée & vers le tems de leur conjonction avec le ſoleil.

Quand mars, jupiter & ſaturne ſe trouvent à la fois périgées, ils rétrogradent tous les trois à la fois: mais l'*arc de rétrogradation* eſt plus grand dans mars que dans jupiter, dans jupiter que dans ſaturne. D'un autre côté, mars ceſſe plutôt d'être rétrograde que jupiter; jupiter plutôt que ſaturne.

LES PLANETES SECONDAIRES.

1198. OBSERVATION. Parmi les planetes principales, il y en a trois qui roulent ſeules & iſolées autour du ſoleil; il y en a trois autres qui traînent à leur ſuite une ou pluſieurs planetes ſubalternes, qu'on nomme *planetes ſecondaires*. De tout tems on a connu la lune, qui eſt la planete ſecondaire de la terre: mais ce n'eſt que depuis l'invention des lunettes, qu'on a connu les *ſatellites* ou les lunes de jupiter & de ſaturne; jupiter en a quatre; ſaturne en a cinq. Ces ſatellites de jupiter & de ſaturne font leurs petites révolutions périodiques autour de leur planete, qui eſt le centre de leur mouvement; tandis que la planete elle-même, qui les entraîne à ſa ſuite & les emporte avec elle, fait ſa grande révolution périodique autour du ſoleil: comme la lune fait ſes douze ou treize révolutions autour de la terre, centre de ſon mouvement; tandis que la terre qui l'entraîne à ſa ſuite, fait elle-même ſa grande révolution annuelle dans l'écliptique autour du ſoleil. (*fig.* 4.)

La marche de la nature eſt la même, dans le petit

petit comme dans le grand, dans le fyftême particulier d'une planete ifolée, comme dans le fyftême général du monde planétaire. Chaque planete principale eft pour fes fatellites, à peu près ce que le foleil eft pour les planetes principales.

I°. Comme les fix planetes principales font leurs révolutions périodiques autour du foleil, centre de leurs mouvements, avec des diftances inégales & en des tems inégaux; de même les fatellites de jupiter & de faturne font leurs révolutions périodiques autour de leur planete principale, centre de leurs mouvements, avec des diftances inégales & dans des tems inégaux. Ceux qui font plus près de la planete, achevent en moins de tems leur révolution.

II°. Comme les orbites des planetes principales, font des ellipfes dont le plan paffe par le centre du foleil, & dont le centre du foleil occupe un foyer commun à toutes; de même les orbites des fatellites de jupiter ou de faturne, font des ellipfes dont les circonférences font placées à différentes diftances les unes au-deffus des autres; dont le plan paffe par le centre de la planete; & dont le centre de la planete occupe un foyer commun à toutes les ellipfes.

III°. Comme toutes les planetes vont dans le même fens autour du foleil dans des orbites plus ou moins inclinées fur l'écliptique, qui eft l'orbite apparente du foleil; de même les fatellites roulent dans le même fens autour de leur planete principale, dans des orbites plus ou moins inclinées fur l'orbite de leur planete.

IV°. Comme il y a un rapport général entre les diftances moyennes & les tems périodiques des différentes planetes (1261); il y a auffi un

rapport entre les distances moyennes & les tems périodiques des différents satellites d'une même planete. Par exemple, le quarré du tems périodique du premier satellite de jupiter, est au quarré du tems périodique du second ; comme le cube de la distance moyenne du premier au centre de jupiter, est au cube de la distance moyenne du second au même centre de jupiter.

1199. REMARQUE I. On nomme *premier satellite* de telle planete, celui qui est le moins éloigné du centre de sa planete ; *second satellite*, celui qui est le moins éloigné après le premier ; & ainsi de suite. Ces satellites, en faisant leurs révolutions autour de leur planete, qu'ils éclipsent & par laquelle ils sont éclipsés assez fréquemment, s'écartent plus ou moins du centre de leur planete.

Voici, d'après l'abbé de la Caille, & la quantité de leur plus grande digression orientale & occidentale, mesurée en diametres de leur planete ; & le tems qu'ils emploient chacun à retourner à leur plus grande digression du même côté, par exemple, au point O, en supposant qu'ils sont vus & observés du centre du soleil immobile. (*fig.* 4.)

	Satellites	Tems des révolutions.				Leur plus grande digression orient. & occ. en demi-diametres	
		jours.	heures.	min.	sec.		
de Jupiter.	I.	1	18	28	36	5 + $\frac{2}{3}$	de Jupiter,
	II.	3	13	18	52	9	
	III.	7	3	59	40	14 + $\frac{1}{3}$	
	IV.	16	18	5	6	25 + $\frac{1}{3}$	
de Saturne.	I.	1	21	18	27	8 + $\frac{7}{8}$	de Saturne.
	II.	2	17	41	22	11 + $\frac{1}{4}$	
	III.	4	12	25	12	15	
	IV.	15	22	41	14	36	
	V.	79	7	48	0	108	

Anneau de Saturne.

1200. OBSERVATION. Ce qu'il y a de plus ſingulier dans la planete de ſaturne, c'eſt un large anneau AS, dont il eſt environné : merveille unique dans les cieux, aucune planete, aucune comete, n'offre rien de ſemblable. (*fig.* 34.)

La *nature de cet anneau* nous eſt totalement inconnue : on pourrroit ſoupçonner que c'eſt une athmoſphere annulaire, une grande zone d'une matiere ſemblable à nos nuages, & qui perſévéramment répandue autour de ſaturne à une très-grande élévation, ne ſe diſſiperoit point comme nos nuages.

La *figure de cet annneau* eſt elliptique : ſon grand axe eſt incliné ſur le plan de l'orbite de ſaturne, d'environ 30 degrés. Le grand axe de cet anneau eſt au diametre du globe de ſaturne (1190), environ comme 9 eſt à 4 : ſon petit axe varie toujours, tantôt en s'élargiſſant & tantôt

en se rétrécissant. Comme saturne est tantôt plus près & tantôt plus loin de la terre, tantôt dans une position & tantôt dans une autre, à l'égard de la terre; on conçoit que son anneau A S, doit se montrer à nos regards de bien des façons différentes.

LES COMETES.

1201. OBSERVATION. Outre les six planetes principales, dont nous venons d'expliquer les révolutions périodiques autour du soleil, centre commun de leurs mouvements; il y a encore dans le ciel, entre le soleil & les étoiles, un grand nombre d'autres globes opaques, qui font leurs révolutions périodiques autour du soleil, centre commun de leurs mouvements, dans des ellipses immensément excentriques, les uns d'occident en orient, les autres d'orient en occident, ceux-ci du midi au nord, ceux-là du nord au midi. Par exemple (*fig.* 9):

Tandis que la terre & les planetes principales font leurs révolutions d'occident en orient, autour du soleil S, dans le zodiaque ABCDA; d'autres globes opaques font leurs révolutions autour du même soleil, les uns d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans l'ellipse MNOPM; les autres d'orient en occident & contre l'ordre des signes, dans l'ellipse *m n o p m*; ceux-là du midi vers le nord, dans l'ellipse GHKLG; ceux-ci du nord vers le midi dans l'ellipse *g h k l g*; & ainsi du reste. Le soleil S, sensiblement immobile dans l'espace infini, occupe un point de cet espace qui est un foyer commun à toutes ces ellipses des cometes & des

planetes principales : mais il y a d'ailleurs de grandes différences entre ces aſtres, tous opaques & errants.

I°. Toutes les planetes ſont leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, d'occident en orient & ſelon l'ordre des ſignes, dans l'enceinte du zodiaque d'où elles ne ſortent jamais. Les cometes au contraire font leurs révolutions périodiques autour du même ſoleil, les unes dans une direction, les autres dans une direction totalement différente, dans le zodiaque ou hors du zodiaque, ſelon l'ordre des ſignes ou contre l'ordre des ſignes. L'orbite de chaque comete eſt fixe & conſtante ; elle conſerve toujours ſenſiblement la même poſition dans le ciel ou dans l'eſpace infini : mais les différentes orbites des cometes ſont différemment poſées dans le ciel relativement à l'équateur.

De 43 cometes, ſur leſquelles on a des obſervations aſſez exactes, & dont M. de la Caille donna une table en 1755 ; il y en a 21 qui vont ſelon l'ordre des ſignes, & 22 qui vont contre l'ordre des ſignes, dans des orbites plus ou moins inclinées ſur le plan de l'équateur, depuis 2 degrés, juſqu'à 88 : ce qui embraſſe à peu près tout le ciel. Depuis lors on en a découvert pluſieurs autres, les unes directes, les autres rétrogrades.

II°. Les planetes ſont de perpétuelle apparition, quand elles ſont ſur notre horiſon hors des rayons du ſoleil : parce que périhélies ou aphélies (1184), elles ſont aſſez près de la terre, pour ſe montrer à nos regards ſous un angle ſenſible (921) ; & pour réfléchir dans nos yeux une quantité de lumiere capable de s'y faire ſentir. Les cometes au contraire ne

ſont viſibles à la terre que lorſqu'elles ſont pres de leur périhélie, ou de leur abſcide inférieure, vers les points de leur courbe M, *m*, G, *g*. Loin de leurs périhélies & plus ou moins près de leurs aphélies O, *o*, K, *k*, immenſément éloignées du ſoleil, elles ont trop peu de lumiere (898), elles ſe préſentent ſous un angle optique trop petit (918), pour être apperçues de la terre ABCDA. (921.)

III°. Les planetes dans leurs révolutions autour du ſoleil, décrivent une orbite peu excentrique (1186): périhélies ou aphélies, elles ſont toujours à peu près également éclairées & échauffées par cet aſtre. Les cometes au contraire décrivent autour du ſoleil des orbites MNOPM, *m n o p m*, immenſément excentriques: périhélies en *g* ou en *m*, elles ſont les unes cent fois, les autres mille fois, ou peut-être un million de fois plus près du ſoleil, que lorſqu'elles ſont aphélies en *k* ou en *o*.

IV°. Les courbes des planetes ſont toutes réguliérement placées les unes au-deſſus des autres; & les planetes qui les décrivent ou les parcourent, ne peuvent jamais ſe rencontrer & s'entre-choquer les unes les autres. Les cometes au contraire décrivent & parcourent des courbes dont la plupart s'enfoncent dans la région des planetes, ayant leur abſide inférieure *g* ou *m* entre le ſoleil & les planetes ABCDA. Car ſelon M. de Maupertuis, « preſque toutes les cometes » dont on a les meilleures obſervations, lorſ» qu'elles ſont venues dans ces régions du ciel, » ſe ſont beaucoup plus approchées du ſoleil, » que la terre n'en eſt proche. Elles ont preſque » toutes traverſé les orbites de ſaturne, de

» jupiter, de mars, & de la terre ». *Maupertuis, tome III, page* 232.

Leur action, leur chaleur, leur froidure.

1202. OBSERVATION. Selon le calcul de Halley, la comete de 1680 passa si près du soleil dans son périhélie, qu'elle n'en fut éloignée que d'environ un sixieme du diametre de cet astre, c'est-à-dire, d'environ 50000 lieues : & après son périhélie, elle passa le 11 novembre si près de l'orbe de la terre, qu'elle s'en trouva à la distance d'un demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, d'environ 150000 lieues. Delà deux réflexions à faire sur les cometes. (*fig.* 9.)

I°. Si une comete & une planete, animées l'une & l'autre d'une vîtesse au moins cent fois supérieure à celle d'un boulet de canon, venoient à se rencontrer & à se heurter en des sens plus ou moins opposés dans leur route, ce qui n'est pas absolument impossible; il est clair que le choc de ces énormes masses produiroit dans l'une & dans l'autre, selon les loix du mouvement, d'étranges révolutions.

Mais il est très-vraisemblable que l'auteur de la nature, qui en a voulu & décerné la stabilité dans l'ordre des choses par lui établi, a tellement arrangé & combiné les mouvements des planetes & des cometes (ce qui est évidemment très-possible), que ces différents corps, dans leurs révolutions périodiques autour du même soleil, centre commun de leurs mouvements, ne doivent ni se rencontrer pour se détruire, ni même s'approcher assez pour se troubler dans leur marche. Par exemple, quand la comete de

1680 paſſa ſi près d'un point B de l'orbite terreſtre, la terre ſe trouvoit alors fort loin de ce point B, & par là même de la comete, dont l'attraction ne cauſa aucune altération ſenſible, ni à ſon mouvement diurne, ni à ſon mouvement annuel, ni à la poſition de ſon équateur ſur le plan de l'écliptique, ni à aucune de ſes parties.

II°. Comme les cometes ſont toutes immenſément plus près du ſoleil dans leur périhélie, que dans leur aphélie; il paroît que *dans leur aphélie*, elles doivent eſſuyer un degré de froid exceſſivement grand; & que *dans leur périhélie*, elles doivent être en proie à une chaleur dévorante: chaleur qui peut aller peut-être juſqu'à embraſer leur ſurface expoſée à la lumiere extrêmement denſe & active que leur darde le ſoleil. Selon les calculs de Newton, calculs que chacun peut faire aiſément d'après la théorie de la raréfaction de la lumiere (898); la comete de 1680, qui paſſa ſi près du ſoleil, en éprouva dans ſon périhélie une chaleur vingt-huit mille fois plus grande que celle que la terre en éprouve en été.

De là la production d'une immenſe quantité de vapeurs qui, exaltées entre la comete & le ſoleil, formeront une *grande traînée de matiere fluide*, propre à réfléchir la lumiere du ſoleil. Telle eſt très-vraiſemblablement la cauſe phyſique de cette lumiere plus ou moins reſplendiſſante, qui accompagne ſi ſouvent les cometes dans leur périhélie; qui tantôt les précede en forme de *barbe*; tantôt les environne en forme de *chevelure*; tantôt les ſuit en forme de *queue*, ſelon la différente poſition de la comete à l'égard

de la terre & du ſoleil. Toutes les cometes ne traînent pas à leur ſuite une queue ſemblable, ou également brillante : ſoit parce qu'elles ne paſſent pas toutes également près du ſoleil ; ſoit parce qu'elles ne ſont toutes compoſées d'une matiere également propre à s'exalter en vapeurs.

Nature des cometes : aſtrologie judiciaire.

1203. OBSERVATION. Il y a eu de tout tems des philoſophes intimément perſuadés que *les cometes ſont des globes opaques, aſſez ſemblables à nos planetes.* Ce fut le ſentiment des anciens Chaldéens, des pytagoriciens, & de pluſieurs autres, tels qu'Apollonius le Myndien, Hypocrate de Chio, Eſchyle, Diogene, Démocrite, Séneque. Mais on doit à ce dernier ce témoignage, qu'aucun auteur ancien n'a parlé des cometes d'une maniere auſſi ſublime & auſſi philoſophique. Dans le ſixieme livre de ſes queſtions naturelles, il s'exprime ſur cet objet précisément comme parleroient dans ce ſiecle, les la Caille, les de Lalande, les Maupertuis, les de Buffon.

Mais le ſort de la vérité chez les humains, eſt d'être preſque toujours long-tems rejettée & combattue, avant d'être généralement adoptée. Ariſtote regarda les cometes comme des *météores d'une exiſtence fortuite & paſſagere.* L'opinion d'Ariſtote prévalut ; & cette opinion, adoptée par les Ptolomée, par les Bacon, par les Galilée, par les Tychobrahé, par les Kepler, par les Riccioli, par les de la Hire, a régné juſques dans ces derniers tems.

Il n'y a guere plus d'un ſiecle que l'ancienne

opinion a osé reparoître ; & ce n'est que depuis le commencement de 1759, que cette opinion s'est changée en vérité démontrée. Auparavant on regardoit communément les cometes, d'après l'idée d'Aristote, comme des *météores mal-faisants*, ignés ou lumineux, qui se formoient de vapeurs ou d'exhalaisons très-subtiles dans la plus haute région de notre athmosphere ; & qui après y avoir fermenté & brillé pendant un tems plus ou moins long, s'y dissipoient, & répandoient sur notre globe les venimeux principes dont ils étoient composés. Delà, selon le préjugé alors reçu, les guerres, les pestes, l'intempérie des saisons, la désolation des villes & des campagnes, la fermentation des esprits, la stérilité de la terre, les différents fléaux qui affligeoient le monde sublunaire, pendant & après l'apparition de ces aîtres sinistres, l'épouvantail du genre humain.

Delà vraisemblablement l'origine de l'*astrologie judiciaire*, science inepte & extravagante, l'opprobre éternel de l'esprit humain, laquelle faisoit absurdement dépendre les vertus & les vices, la vie & la mort, le bonheur & le malheur des différents humains, de certaines chimériques influences des corps célestes ; influences alternativement malignes ou bienfaisantes, selon la différente position de ces corps à l'égard du sujet sur lequel ils influoient au commencement de son existence. Mais la folie & le préjugé n'ont qu'un tems, & la raison est éternelle. Aujourd'hui, aux yeux du philosophe & du peuple même, les différents corps célestes, les cometes même, ne causent plus d'alarmes à la terre, vers laquelle ils n'envoient absolument aucune partie de leur substance bienfaisante ou mal-faisante, vers la-

quelle ils ſe bornent à réfléchir quelques molécules de lumiere ſolaire, auſſi pure que celle qui eſt réfléchie par nos rochers ou par nos miroirs.

1204. ASSERTION. *Les cometes, ainſi que la terre & les planetes principales, ſont des globes opaques, auſſi anciens que le monde, qui font paiſiblement leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, centre de leur mouvement, ſans faire ni bien ni mal à la terre; viſibles, quand ils ſont près de la terre; inviſibles, quand ils en ſont à une immenſe diſtance; ſoumis aux mêmes loix de force centrifuge & centripete, que les planetes; & ſe mouvant en différents ſens au ſein de l'eſpace immenſe, dans des courbes régulieres plus ou moins excentriques, dont le plan paſſe par le centre du ſoleil ſitué dans un des foyers.* (fig. 9.)

DÉMONSTRATION. Il eſt clair que les cometes, au lieu d'être des météores accidentels & d'une exiſtence paſſagere, ſont des corps ſtables & permanents, d'une nature & d'une origine aſſez ſemblables à celles de nos planetes, ſi elles ſe montrent à nous dans le ciel, comme ſe montreroient nos planetes plus ou moins grandes, miſes en leur place; ſi elles ont des mouvements auſſi réguliers, & des révolutions auſſi périodiques autour du ſoleil, que nos planetes. Or il conſte par les obſervations aſtronomiques, que les cometes ont tout cela de commun avec nos planetes principales.

I°. Le mouvement de nos planetes autour du ſoleil, n'eſt pas égal & uniforme dans toute la durée de leur révolution autour de cet aſtre: il eſt dans ſa plus grande vîteſſe au périhélie: il va en décroiſſant depuis le périhélie, juſqu'à l'aphé-

lie : il recommence à croître à l'aphélie, & il va toujours en croiſſant juſqu'au périhélie.

La même choſe arrive aux cometes. Dans la partie de leur orbite qui les ramene vers le ſoleil, on les voit d'abord paroître dans un grand éloignement, fort petites, fort obſcures, mal terminées, ayant un mouvement aſſez lent. Succeſſivement elles augmentent en groſſeur, en lumiere, en vîteſſe, juſqu'au point où elles ſont le plus près du ſoleil. On les voit enſuite dans la partie oppoſée de leur courbe qui les éloigne du ſoleil, diminuer ſucceſſivement en groſſeur, en lumiere, en vîteſſe, à peu près de la même maniere qu'elles avoient augmenté ; juſqu'à ce qu'enfin elles diſparoiſſent totalement dans la partie de leur orbite trop éloignée de nous, comme nous l'avons déja expliqué. (1201.)

II°. Les planetes principales emploient chacune un tems fixe, mais différent, à faire leur révolution périodique autour du ſoleil ; à paſſer d'un point déterminé de leur orbite au même point, par exemple, du périhélie au même périhélie. Mais il a fallu un nombre ſuffiſant d'obſervations exactes de ces retours périodiques de chaque planete à un même point de ſon orbite, pour fixer avec préciſion la durée de leurs différentes révolutions, ou leurs différents tems périodiques. (1178.)

La même choſe a également lieu dans les cometes : elles emploient chacune un tems fixe & conſtant, à paſſer du périhélie au même périhélie ; & ce tems périodique eſt plus long pour les unes, plus court pour les autres. Mais ce tems périodique des différentes cometes, déja déterminé pour deux ou trois, ſur leſquelles on

a eu des obſervations ſuffiſamment exactes, reſte encore à déterminer pour les autres, ſur leſquelles on n'a pas encore des obſervations ſuffiſantes.

Tems périodiques des cometes.

1205. OBSERVATION. La cauſe qui a empêché les progrès de l'aſtronomie ſur le fait des cometes, c'eſt principalement la perſuaſion où l'on a été pendant plus de deux mille ans, que ces aſtres effrayants n'étoient que des exhalaiſons enflammées dans la plus haute région de l'air; exhalaiſons dont les mouvements, réputés biſarres & irréguliers, ne méritoient pas qu'on ſe donnât la peine de les obſerver. Depuis un ſiecle, où l'on a ſoupçonné ces aſtres d'être des globes opaques de différente grandeur & aſſez ſemblables à nos planetes, on a obſervé avec le plus grand ſoin, la marche des cometes qui ont paru; & ces obſervations ont fait connoître démonſtrativement que les cometes ſont réellement des globes opaques, errants réguliérement autour du ſoleil.

Parmi les cometes, il n'y en a encore que deux dont le tems périodique ſoit connu avec quelque exactitude: l'une dont la derniere apparition arriva en 1759; l'autre dont la derniere apparition arriva en 1680. (*fig.* 9.)

I°. La premiere comete, celle de 1759, avoit été obſervée en 1531, en 1607, en 1682. Le fameux Halley, qui venoit d'obſerver avec tout le ſoin poſſible cette comete en 1682, faiſant uſage de la théorie de Newton ſur les forces centrifuges & centripetes des corps dans les

courbes elliptiques, osa le premier, plus de 70 ans avant l'événement, prédire le retour de cette comete pour l'année 1757 ou 1758.

M. Clairaut, par des méthodes plus exactes & par des calculs plus détaillés, fixa le retour de cette même comete vers la fin de 1758 ou vers le commencement de 1759. L'événement justifia la prédiction: cette comete fut apperçue à Paris, le 21 janvier 1759, dans la région du ciel où elle étoit attendue: son tems périodique est d'environ 76 ans. Cet événement, qui sera époque dans l'astronomie, a détruit de fond en comble l'opinion d'Aristote sur les cometes, & a démonstrativement établi l'opinion contraire.

II°. La seconde comete fut observée à la fin de 1680. Elle parut extrêmement grosse, soit parce qu'elle est telle en effet, soit parce qu'elle passa très-près de la terre & du soleil (1202). En rapprochant différentes circonstances de l'histoire, on a conclu avec assez de vraisemblance, qu'elle devoit être la même que celles qu'on a vues en 1106, en 531, & à la mort de Cesar: de sorte que le tems de sa révolution périodique, marqué par l'intervalle de ces quatre apparitions, doit être d'environ 575 ans.

III°. On connoîtra de même dans la suite, le tems périodique de toutes les cometes visibles, en tenant un registre exact de leurs apparitions, de leur route dans le ciel, de leur passage par le périhélie. L'intervalle entre les tems de leur passage par le périhélie, donne *leur tems périodique*; & ce passage par le périhélie est marqué par leur plus grande vîtesse réelle.

IV°. M. Halley a soupçonné aussi que les cometes de 1661 & de 1532 n'étoient que la même,

qui emploieroit 129 ans à faire sa révolution autour du soleil. Le fondement de ce soupçon, c'est que les cometes de 1661 & de 1532 ont tenu à peu près la même route dans le ciel, & ont eu des symptomes de mouvement assez semblables : ce qui suffiroit pour établir l'identité de ces deux cometes, si on pouvoit compter sur les observations grossieres & peu scrupuleuses qu'on a sur ces deux apparitions ; parce qu'il n'est point vraisemblable que deux cometes se meuvent précisément dans les mêmes points du ciel, avec les mêmes phénomenes de lumiere, de grandeur, de mouvement.

Il y a déja, au commencement de cette année 1772, un nombre de 59 cometes, directes ou rétrogrades, dont on connoît plus ou moins exactement la marche dans le ciel : nous en parlerons encore ailleurs. (1399.)

V°. La postérité sera peut-être un jour surprise, qu'il y ait eu encore, après l'accomplissement de l'astronomique prophétie de Halley, des philosophes qui se sont efforcés de ressusciter l'opinion d'Aristote sur les cometes ; & de faire de ces astres, des météores d'une existence fortuite & passagere. La postérité aura tort : elle doit savoir qu'il y a en tout tems quelques *esprits singuliers & bisarres*, obstinément décidés pour les paradoxes les plus insoutenables & les plus révoltans, hautement conjurés contre les vérités les plus certaines & les mieux démontrees.

Vîtesse des cometes.

1206. OBSERVATION. Il faut distinguer dans les cometes, & une vîtesse réelle, & une vîtesse apparente. (*fig.* 9.)

I°. La *vîteſſe réelle d'une comete*, eſt l'eſpace parcouru dans ſa courbe, diviſé par le tems employé à parcourir cet eſpace. Par exemple, que la comete M parcoure en un jour l'arc M*v* ou M*x* de ſa courbe MNOPM : cet arc meſurera ſa vîteſſe réelle, incomparablement plus grande dans le périhélie, que dans l'aphélie.

II°. La *vîteſſe apparente d'une comete*, eſt l'arc du firmament qu'elle paroît parcourir dans un tems déterminé, étant vue de la terre. Par exemple, ſoit la terre en A & la comete en M : la comete ſera vue dans le ciel, en F.

Que la comete & la terre aient leur mouvement dans la même direction ; & qu'elles parcourent en un jour, l'une larc M*x*, l'autre l'arc A*a* : la comete ſera vue en I, & paroîtra avoir parcouru dans le firmament, l'arc FI. Mais ſi la comete, mue dans une direction oppoſée à celle de la terre, va en un jour de M en *v*, tandis que la terre va dans le même tems de A en *a* ; la comete, au bout d'un jour, ſera vue en E, & paroîtra avoir parcouru l'arc immenſe FE ; quoiqu'elle n'ait réellement parcouru dans ſa courbe que l'arc M*v*, égal à l'arc M*x*.

On voit par-là que les cometes peuvent avoir, ainſi que les planetes, des directions, des ſtations, des rétrogradations (1183) ; quoique leur mouvement, tantôt plus & tantôt moins rapide, les emporte toujours dans la même direction autour du ſoleil.

Conjecture ſur les planetes & ſur les cometes.

1207. OBSERVATION. « La terre, qui eſt la » planete que nous connoiſſons le mieux, peut » nous

» nous faire croire, dit le célebre de Mauper-
» tuis, que toutes les autres, qui paroissent de
» même nature qu'elle, ne sont pas des globes
» deserts, suspendus dans le ciel; mais qu'elles
» sont habitées comme elle, par quelques êtres
» vivants. Quelques auteurs ont hasardé sur ces
» *habitants des planetes*, des conjectures qui ne
» sauroient être ni prouvées, ni démenties. Mais
» tout est dit, du moins tout ce qui peut être
» dit avec quelque probabilité; lorsqu'on a fait
» remarquer que ces vastes corps des planetes
» (1190), ayant déja tant de choses communes
» avec la terre, peuvent encore avoir de com-
» mun avec elle d'être habitées. Quant à la na-
» ture de leurs habitants, il seroit bien témé-
» raire d'entreprendre de la deviner. Si l'on ob-
» serve déja de si grandes variétés entre ceux
» qui peuplent les différents climats de la terre
» (537); que ne peut-on pas penser de ceux
» qui habitent des planetes si éloignées de la
» nôtre? Leurs variétés passent vraisemblable-
» ment toute l'étendue de notre imagination».

I°. En vain voudroit-on armer la religion contre cette conjecture philosophique: la religion ne nous enseigne rien, ni pour, ni contre, en ce genre. Si les planetes & les cometes sont habitées par des *êtres intelligents*, par des hommes plus ou moins semblables à nous; la Providence, toujours sage & conséquente, leur aura fourni, pour les conduire à leur fin totale, un ordre de choses convenable, ou semblable au nôtre, ou différent du nôtre. Quant à ce qui concerne le divin Messie, source de toute grace & de tout mérite; ou ces êtres intelligents n'ont point eu besoin de rédempteur, comme nous; ou s'ils

en ont eu besoin, ses mérites leur sont appliqués, ainsi qu'à nous, en telle maniere qu'il aura plu à l'éternelle Sagesse de déterminer.

II°. La raison ne dit rien non plus contre cette idée des planetes & des cometes peuplées, ainsi que la terre; idée qui semble aggrandir, perfectionner, rendre plus conséquents & plus raisonnables, les desseins & les ouvrages du Créateur; idée qui animant & vivifiant l'immensité de la nature, en bannit l'inutile qu'elle paroît en tout abhorrer. Si les différentes planetes & cometes sont peuplées d'êtres vivants, les uns doués & les autres privés d'intelligence, ainsi que ceux qui habitent notre globe; la nature leur aura donné une constitution analogue à leur séjour : celle des habitants de mercure exigera plus de chaleur : celle des habitants de saturne aura besoin de plus de froid : celle des habitants des cometes sera propre à passer insensiblement & peu à peu, des plus grandes chaleurs du périhélie aux plus grands froids de l'aphélie; à peu près comme nous sommes faits à passer des plus grandes chaleurs de l'été aux plus grands froids de l'hiver; avec cette seule différence, que leur nature sera capable de souffrir de plus grands extrêmes que la nôtre.

III°. L'imagination est effrayée des *excessives chaleurs* que devroient essuyer les habitants de mercure, & sur-tout les habitants de certaines cometes, qui dans leur périhélie sont incomparablement plus près du soleil, que mercure. Selon les calculs de Newton, la comete de 1680, dut éprouver dans son périhélie une chaleur environ deux mille fois plus grande que celle d'un fer rougi au feu.

Mais les calculs de Newton ſuppoſent ici que la lumiere & la chaleur du ſoleil agiſſent en plein & ſans obſtacle ſur la comete : ce qui peut n'avoir point lieu. Eſt-il improbable que ces immenſes torrents de vapeurs exaltées au-deſſus de la comete en forme de nuages très-épais, & qui vraiſemblablement forment ce que nous nommons ſa queue, la garantiſſent en grande partie des dévorantes ardeurs du ſoleil? Si les nuages qui enveloppent quelquefois notre globe dans les plus grandes chaleurs de l'été, produiſent ſur nos têtes un degré de froid capable d'y congeler l'eau (794) avec plus de célérité que les plus grands froids de nos hivers; pourquoi ces immenſes nuages des cometes périhélies, ne pourront-ils pas produire autour d'elles, un phénomene aſſez ſemblable?

D'ailleurs, comme dans notre globe les entrailles de la terre ont toujours, à une certaine profondeur, une même température, ſoit en été, ſoit en hiver (501); pourquoi les entrailles des cometes ne pourroient-elles pas avoir la même propriété à peu près? Dans cette ſuppoſition, les habitants des cometes s'enſeveliroient dans des villes ſouterreines, pour ſe garantir des chaleurs qui pourroient leur être funeſtes ſur la ſurface de leur globe, pendant le petit nombre de jours ou de mois où leur globe, mu avec une immenſe vîteſſe, ſe trouve trop près du ſoleil.



PARAGRAPHE QUATRIEME.

PARALLAXE ET RÉFRACTION ASTRONOMIQUES.

1208. OBSERVATION. Comme la terre paroît ſenſiblement le centre immobile de tous les mouvements céleſtes ; nous allons conſidérer ces mouvements, comme vus & du centre & de la ſurface de la terre immobile. La parallaxe & la réfraction aſtronomiques cauſent dans ces mouvements céleſtes, deux eſpeces oppoſées d'*illuſions optiques* ; qu'il eſt important de connoître, pour pouvoir en tenir compte dans les obſervations.

CHAPITRE PREMIER.

PARALLAXE D'UN ASTRE.

1209. EXPLICATION. Soit A, la terre immobile & tranſparente au centre ſenſible du firmament ; AK, le rayon terreſtre ; A & K, deux obſervateurs qui contemplent au même inſtant un même aſtre, par exemple, la lune, ou le ſoleil, ou mars, ou ſaturne ; HAG, l'horiſon rationnel de l'obſervateur K ; RKO, l'horiſon ſenſible du même obſervateur. (*fig.* 12.)

I°. Soit LML l'orbite de la lune autour de la terre. La lune, placée en L, ſera vue dans le ciel en deux lieux fort différents, par les deux obſervateurs A & K : vue du centre de la terre A, elle répondra dans le firmament à l'étoile T ; vue du point K, elle répondra dans le firmament à l'étoile ou au point R. L'angle RLT, ou l'angle égal KLA, eſt la *parallaxe de la lune.*

II°. Soit SPF l'écliptique, ou l'orbite appa-

rente du ſoleil. Le ſoleil, placé en S, ſera vu auſſi en deux lieux différents dans le ciel, par les deux obſervateurs A & K : vu du centre de la terre A, il répondra dans le ciel au point *a*; vu du point K, il répondra dans le ciel au point *k*. L'angle *aSk*, ou l'angle oppoſé au ſommet & égal ASK, eſt la *parallaxe du ſoleil.*

III°. Soit FPS l'orbite d'une planete quelconque, par exemple, de venus ou de jupiter. Jupiter, placé en F, ſera vu encore dans le firmament en deux lieux différents, par les deux obſervateurs A & K : vu du centre de la terre, il ſera rapporté en T : vu du point K, il ſera rapporté en V. L'angle VFT, ou l'angle oppoſé au ſommet AFK, eſt la *parallaxe de cette planete.*

La parallaxe, ſelon ſon étymologie, eſt une eſpece de changement de lieu. De ἄλλαξις, *permutatio*, échange; & de παρὰ, prépoſition qui fait ici la fonction de diminutif. Parallaxe d'un aſtre : *apparitio aſtri in loco non vero.*

DIFFÉRENTS LIEUX D'UN ASTRE.

1210. DÉFINITION. Il faut diſtinguer dans un même aſtre, par exemple, dans la lune, dans le ſoleil, dans une planete quelconque, dans une comete périgée, trois ſortes de lieux différents (*fig.* 12.) :

I°. Son *lieu réel* : c'eſt le point de l'eſpace immenſe, où l'aſtre eſt réellement placé au tems où on l'obſerve. Par exemple, L eſt le lieu réel de la lune; S, le lieu réel du ſoleil; F, le lieu réel de la planete ou comete F.

II°. Son *lieu optique vrai* : c'eſt le point du firmament, où l'aſtre ſeroit vu du centre de la terre, à l'extrêmité d'une ligne droite menée

du centre de la terre au centre de l'aſtre, & prolongée indéfiniment juſqu'à la région des étoiles. Le point T eſt le vrai lieu optique de la lune L : le point *a* eſt le vrai lieu optique du ſoleil S.

III°. Son *lieu optique apparent* : c'eſt le point du firmament où l'aſtre eſt vu de la ſurface de la terre. Le point R eſt le lieu optique apparent de la lune L, obſervée du point K : le point *k* eſt le lieu optique apparent du ſoleil S, obſervé du point K : le point V eſt le lieu optique apparent de la planete ou comete F, obſervée du point K.

L'arc intercepté entre le lieu optique vrai & le lieu optique apparent d'un aſtre, meſure la grandeur de l'angle parallactique, ou de la parallaxe de cet aſtre.

DIVERS COROLLAIRES.

1211. COROLLAIRE I. Il réſulte de cette théorie, que *la parallaxe d'un aſtre, eſt l'angle à l'aſtre, compris entre deux lignes droites, menées du centre de l'aſtre au centre de la terre & à l'œil de l'obſervateur* K ; ou *l'angle à l'aſtre oppoſé au ſommet à ce dernier, & compris entre ces deux mêmes lignes prolongées juſqu'au firmament.* Cet angle eſt meſuré par l'arc d'un grand cercle céleſte, intercepté entre les deux lieux optiques, où l'aſtre ſeroit vu du centre de la terre & du point de la ſurface terreſtre où eſt placé l'obſervateur.

1212. COROLLAIRE II. *Plus un aſtre eſt éloigné de la terre, toutes choſes étant égales d'ailleurs, plus ſa parallaxe eſt petite.* La raiſon en eſt que dans un triangle KLA, ou KFA ; un côté AK reſtant le même, l'angle oppoſé à ce côté devient

d'autant plus petit, que les deux autres côtés deviennent plus grands. (*fig.* 12.)

1213. COROLLAIRE III. *Les étoiles ne doivent avoir aucune parallaxe ſenſible.* La raiſon en eſt, que le rayon AK de la terre étant comme nul en comparaiſon des deux côtés qui aboutiſſent du centre & de la ſurface de la terre à une même étoile; l'angle oppoſé à ce côté AK, à une diſtance comme infinie (1163, IV°), doit être ſenſiblement nul. Ainſi, ſi le point F eſt une étoile comme infiniment éloignée de la terre; dans le triangle parallactique AFK, l'angle KFA ou VFT, ſera comme infiniment petit, & par là même inſenſible (921); & les deux côtés AF & KF de ce triangle, ſeront ſenſiblement paralleles.

1214. REMARQUE. I°. Le plan d'un triangle parallactique LKA, SKA, FAK, eſt toujours perpendiculaire à l'horiſon de l'obſervateur: puiſque le côté AK répond au zénith & au nadir du même obſervateur. Le plan d'un triangle parallactique eſt donc toujours dans le plan d'un centre vertical. (*fig.* 12.)

II°. L'effet de la parallaxe eſt d'éloigner l'aſtre du zénith, & de le rapprocher de l'horiſon. Par exemple, le vrai lieu optique de la lune L, eſt le point T, du vertical ZTH: la parallaxe la fait voir en R, plus loin du zénith Z, & plus près de l'horiſon HAG. De même le vrai lieu optique du ſoleil S eſt le point *a*; & la parallaxe le fait voir en *k*.

III°. Un aſtre n'a point de parallaxe, quand il eſt au zénith de l'obſervateur: parce que vu du point K & du point A, il répond toujours au point Z, qui eſt ſon vrai lieu optique.

VARIATION DE LA PARALLAXE.

1215. ASSERTION. *La distance d'un astre au centre de la terre restant la même, sa parallaxe est la plus grande qu'il soit possible, quand l'astre est dans l'horison ; & à mesure que l'astre s'éleve vers le zénith, sa parallaxe diminue comme les sinus des angles du complément de ses différentes hauteurs.* (fig. 13.)

EXPLICATION. Soit AC, le rayon de la terre; CV, l'horison rationnel; AH, l'horison sensible, confondu dans le ciel avec l'horison rationnel; A, le lieu de l'observateur; Z, son zénith; ZV, un vertical mené du zénith sur le point de l'horison où l'astre doit se lever, & tournant avec l'astre autour de la terre; HIK, l'orbite de l'astre qu'on va observer, & qui est supposé faire sa révolution diurne, réelle ou apparente, autour de la terre, d'orient en occident, dans le plan de ce vertical ZV. Il conste par les observations astronomiques & par des démonstrations géométriques,

I°. Que la parallaxe de cet astre est la plus grande qu'il soit possible, quand l'astre est dans l'horison en H; & que cette parallaxe diminue de plus en plus, à mesure que l'astre passe de H en I, de I en K, de K en L, où elle est nulle au zénith Z.

II°. Que cette parallaxe décroissante est en H, comme XC ou HC, sinus de l'angle droit HAC; en I, comme IM, sinus de l'angle ICZ; en K, comme KN, sinus de l'angle KCZ. De sorte que si on suppose la valeur ou la grandeur de l'angle AHC ou *a*H*c*, qui mesure la parallaxe

horiſontale, de 100000 parties, comme le ſinus total (*Math.* 646); on trouvera la diminution de cette parallaxe, à meſure que l'aſtre s'éloigne de l'horiſon & s'approche du zénith, en comparant le ſinus du complément de hauteur, au ſinus total.

Par exemple, on trouvera que l'aſtre étant à 60 degrés de hauteur au-deſſus de l'horiſon en K, ſa parallaxe eſt de moitié plus petite que dans l'horiſon en H: parce que ſa parallaxe en H eſt comme le ſinus total XC = 100000 parties; & que ſa parallaxe en K n'eſt que comme le ſinus KN de l'angle KCZ de 30 degrés; ſinus = 50000 parties.

Comme cette aſſertion eſt un point fondamental dans l'aſtronomie & dans toute la phyſique, il eſt important d'en donner ici une démonſtration géométrique, que pourront omettre ceux qui la trouveront trop difficile à ſaiſir; quoiqu'elle ne ſuppoſe que la plus ſimple théorie des proportions & des ſinus, telle qu'on la trouve dans nos éléments de mathématiques.

DÉMONSTRATION. On ſait que dans tout triangle, les différents côtés ſont entre eux, comme les ſinus des angles oppoſés à ces côtés (*Math.* 701). Comparons donc entre eux les trois triangles HCA, ICA, KCA, qui tous ont deux côtés égaux, & qui repréſentent les différentes poſitions de l'aſtre relativement au zénith & à l'horiſon de l'obſervateur placé en A.

I°. Comparons d'abord le triangle HCA qui atteint l'aſtre dans l'horiſon, avec le triangle ICA qui atteint le même aſtre à une certaine hauteur au-deſſus de l'horiſon.

Dans le triangle HCA, terminé à l'aſtre dans

l'horiſon, le ſinus de l'angle droit HAC, eſt au ſinus de l'angle AHC qui meſure la parallaxe horiſontale; comme le côté CH qui meſure la diſtance de l'aſtre à la terre, eſt au côté CA qui eſt le rayon de la terre.

De même dans le triangle ICA, terminé à l'aſtre au-deſſus de l'horiſon, le ſinus de l'angle obtus IAC, eſt au ſinus de l'angle AIC qui meſure la parallaxe de l'aſtre placé au-deſſus de l'horiſon; comme le côté IC = HC, eſt au côté CA. Voici ces deux proportions rapprochées, & comparées entre elles :

Sinus HAC . ſinus AHC : : côté CH . côté CA.
Sinus IAC . ſinus AIC : : côté CI = CH . côté CA.

Comme dans ces deux proportions, la derniere raiſon eſt commune & la même; il s'enſuit que les deux premieres raiſons ſont égales entre elles; & que leur égalité donne cette autre proportion (*Math.* 166) :

Sinus HAC . ſinus AHC : : ſinus IAC . ſinus AIC.
Et alternando,
Sinus AHC . ſinus AIC : : ſinus HAC . ſinus IAC.

Selon cette derniere proportion, le ſinus de l'angle AHC qui meſure la grandeur de la parallaxe horiſontale, eſt au ſinus de l'angle AIC qui meſure la parallaxe au-deſſus de l'horiſon; comme le ſinus de l'angle droit HAC, eſt au ſinus de l'angle obtus IAC. Or il conſte par la théorie des ſinus, que le ſinus de l'angle droit eſt plus grand que le ſinus de tout autre angle, obtus ou aigu (*Math.* 643) : donc la parallaxe horiſontale, exprimée par le ſinus total CX = CH, eſt plus grande que la parallaxe au-deſſus de l'horiſon, exprimée par un ſinus IM moindre que le ſinus total CX.

II°. Comparons ensuite le triangle ICA terminé à l'astre à une certaine hauteur au-dessus de l'horison, avec le triangle KCA terminé au même astre à une plus grande hauteur quelconque au-dessus de l'horison; la distance de l'astre au centre de la terre restant toujours la même. Nous aurons, de la même maniere & par la même théorie, les deux proportions suivantes, qui ayant une raison commune, donneront d'abord une troisieme, & ensuite une quatrieme proportion, d'où résultera la démonstration à donner.

Sinus IAC . sinus AIC :: côté IC . côté CA.
Sinus KAC . sinus AKC :: côté KC = IC . côté CA.
Sinus IAC . sinus AIC :: sinus KAC . sinus AKC.
Et alternando,
Sinus AIC . sinus AKC :: sinus IAC . sinus KAC.

Selon cette derniere proportion, le sinus de l'angle AIC qui mesure la grandeur de la parallaxe en I, est au sinus de l'angle AKC qui mesure la grandeur de la parallaxe en K; comme le sinus de l'angle IAC, est au sinus de l'angle KAC. Or le sinus de l'angle obtus IAC, est le même que celui de l'angle aigu ICZ, qui est le complément de la premiere hauteur I; & le sinus de l'angle obtus KAC est le même que le sinus de l'angle aigu KCZ, qui est le complément de la seconde hauteur K. Donc les différentes parallaxes d'un même astre placé à différentes hauteurs au-dessus de l'horison & toujours également éloigné de la terre, sont entre elles comme les sinus IM, KN, des angles ICZ, KCZ, qui complettent la hauteur de l'astre au zénith. C. Q. F. D.

1216. COROLLAIRE. *Etant donnée ou trouvée la parallaxe d'un aſtre à une hauteur quelconque, on aura aiſément ſa parallaxe horiſontale.* (fig. 13.)

Car cette parallaxe donnée ou trouvée à telle hauteur K, eſt à la parallaxe plus grande dans l'horiſon H; comme le ſinus KN, eſt au ſinus total. Par exemple, ſuppoſons que l'aſtre ait été placé à 53 degrés au-deſſus de l'horiſon, au moment où l'on a obſervé ſa parallaxe; & qu'on lui ait trouvé une parallaxe de 17 ſecondes: quelle eſt ſa parallaxe horiſontale? On la trouvera par cette analogie: la parallaxe à 53 degrés de hauteur $=17$, eſt à la parallaxe dans l'horiſon; comme le ſinus de l'angle de 37 degrés qui complettent la hauteur de l'aſtre, eſt au ſinus total; & en chiffres, $17 . x :: 60182 . 100000$.

En diviſant le produit des deux extrêmes 1700000, par le moyen connu 60182, on aura pour quotient $28 + \frac{1}{4}$, qui eſt la parallaxe horiſontale de cet aſtre, de 28 ſecondes & environ 15 tierces.

1217. REMARQUE. Quand on veut avoir exactement la parallaxe d'un aſtre, il faut la prendre à une aſſez grande élévation; pour éviter les inconvénients de la réfraction aſtronomique, qui eſt trop grande dans l'horiſon ou près de l'horiſon, comme nous l'obſerverons bientôt.

Après avoir trouvé la parallaxe d'un aſtre à une hauteur quelconque, où elle eſt moindre que la parallaxe horiſontale; on cherche & on trouve exactement par le calcul ſa parallaxe horiſontale, qui étant plus grande, eſt plus propre à donner avec préciſion la diſtance de cet aſtre à la terre, comme nous l'expliquerons dans peu.

PARALLAXE DE LA LUNE ET DU SOLEIL.

1218. PROBLÊME. *Trouver la parallaxe d'un aſtre, par exemple, de la lune & du ſoleil.* (fig. 13.)

SOLUTION. Pour ſimplifier & pour faciliter la ſolution de ce problême intéreſſant, ſuppoſons l'obſervateur A dans le plan de l'équateur terreſtre & céleſte; & l'aſtre faiſant ſa révolution diurne, réelle ou apparente, autour de la terre, dans l'orbite XHIKL, orbite placée dans le plan de l'équateur dont ZVXC repréſente une portion: nous allons obſerver la parallaxe de l'aſtre en I.

I°. Il faut ſavoir avec la plus grande préciſion, combien d'heures, de minutes, de ſecondes, de tierces, emploie l'aſtre dont on cherche la parallaxe, pour paſſer du méridien ZLC, dans le même méridien; ou la durée préciſe de ſa révolution diurne autour de la terre, à compter depuis l'inſtant où le centre de l'aſtre eſt dans le plan du méridien, juſqu'au retour du centre de l'aſtre dans le même méridien. Suppoſons que ce tems ſoit de 24 heures préciſes.

Comme le mouvement d'un aſtre, dans un même jour, eſt très-ſenſiblement uniforme, il eſt clair qu'il faudra à l'aſtre, 6 heures pour aller du méridien ſe coucher dans l'horiſon; 6 heures pour aller du couchant dans le méridien vers le nadir; 6 heures pour aller du méridien inférieur ſe lever dans l'horiſon; 6 heures pour aller de l'horiſon dans le méridien en L. Si la durée de la révolution diurne de l'aſtre eſt de plus ou de moins de 24 heures, cette durée répond toujours aux 360 degrés du grand cercle céleſte

que ſemble parcourir l'aſtre vu du centre de la terre : on trouvera donc toujours en quel inſtant précis il doit être au point où on l'obſerve.

II°. Suppoſons qu'on ait trouvé par ce calcul, qu'au moment où l'on obſerve l'aſtre en I, ſon centre doit répondre au point *n*, à 50 degrés du zénith Z ; & que ce même centre de l'aſtre, vu du point A, ne réponde qu'au point *m*, à 10 ſecondes plus loin du zénith Z : l'angle *m*I*n*, ou l'angle oppoſé au ſommet AIC, donnera la parallaxe de l'aſtre en I, laquelle ſera de 10 ſecondes ; & cette parallaxe de l'aſtre en I, égale à 10 ſecondes, fera trouver ſa parallaxe horiſontale en HX, qui eſt plus grande. (1216.)

Par cette méthode, ou par d'autres méthodes ſemblables, on trouvera la parallaxe du ſoleil, de la lune, des différentes planetes, des cometes périhélies & périgées. La parallaxe horiſontale du ſoleil & de la lune eſt toujours, à peu de choſe près, la même : parce que la lune & le ſoleil dans leur périgée ne ſont pas bien conſidérablement plus près de la terre, que dans leur apogée. Il n'en eſt pas de même pour la parallaxe horiſontale des planetes, qui dans leur périgée ſont très-conſidérablement moins éloignées de la terre, que dans leur apogée : leur parallaxe eſt très-notablement plus grande dans le premier cas, que dans le ſecond. (1212.)

III. Comme la réfraction aſtronomique diminue l'effet de la parallaxe & la fait paroître plus petite qu'elle n'eſt en effet, ainſi que nous l'obſerverons bientôt ; il faut avoir égard à cette diminution, & ajouter à la parallaxe trouvée *m*I*n*, ce que la réfraction doit lui ôter dans la hau-

teur IM (1231). Par exemple, ſi l'aſtre eſt obſervé en I, à 43 ou 44 degrés d'élévation au-deſſus de l'horiſon ; on trouvera par la table des réfractions, que ſa parallaxe *m*I*n* eſt diminuée d'environ une ſeconde ; & ſi cette parallaxe eſt trouvée égale à 10 ſecondes de degré, elle eſt de 11 ſecondes.

1219. REMARQUE. Pour trouver la parallaxe d'un aſtre, il n'eſt pas néceſſaire que l'aſtre & l'obſervateur ſoient dans le plan de l'équateur ; comme nous venons de le ſuppoſer, pour faciliter l'intelligence de ce problême. On peut obſerver & déterminer la parallaxe d'un aſtre dans toute contrée, quelle que ſoit la latitude de cet aſtre, par des méthodes plus compliquées dont nous nous diſpenſerons de donner une connoiſſance. Il nous ſuffira ici d'avoir fait connoître qu'on peut trouver cette parallaxe, par le moyen de laquelle on détermine la diſtance des aſtres à la terre & au ſoleil.

I°. Selon le dernier volume de connoiſſance des tems, pour l'année 1770 ; la *parallaxe horiſontale de la lune*, dans ſes diſtances moyennes, eſt à Paris, de 47 minutes 3 ſecondes.

II°. Selon l'abbé de la Caille, la *parallaxe horiſontale du ſoleil*, dans ſes diſtances moyennes, eſt d'environ 10 ou 11 ſecondes : quelques aſtronomes, antérieurs à l'abbé de la Caille, la font, les uns un peu plus grande ; les autres, un peu plus petite. Dans des obſervations auſſi délicates & auſſi compliquées que celles de la parallaxe d'un aſtre, il eſt impoſſible d'avoir toujours une préciſion entiere & parfaite.

Dans ces dernieres années, une foule d'aſtronomes célebres ont été envoyés dans toutes les

parties du monde, par les différents ſouverains de l'Europe, pour y obſerver le *paſſage de venus ſur le ſoleil*, & pour fixer définitivement, autant qu'il eſt naturellement poſſible, la grandeur préciſe de cette parallaxe du ſoleil. Selon le réſultat de ces différentes obſervations, tel que l'a fixé & déterminé le célebre de la Lande, la *parallaxe horiſontale du ſoleil*, dans la moyenne diſtance de cet aſtre à la terre, eſt d'environ 8 ſecondes & demie, au plus de 8 ſecondes & 42 tierces.

Ainſi on peut regarder comme un point décidé en aſtronomie, que cette parallaxe horiſontale du ſoleil, dans ſa moyenne diſtance de la terre, n'eſt ni de plus de 10 ſecondes de degré, ni de moins de 8 ſecondes & demie. On verra dans le ſecond problême ſuivant, quelle eſt, d'après cette parallaxe, la diſtance de la terre au ſoleil. Nous emploierons, pour réſoudre les deux problêmes ſuivants, une *méthode de notre création*, dont on trouvera & l'explication & la démonſtration dans nos éléments de mathématiques. (*Math.* 709 & 718.)

USAGE DE LA PARALLAXE.

1220. PROBLÊME I. *Étant données, la grandeur du rayon de la terre & la parallaxe horiſontale de la lune, trouver la diſtance de la lune au centre de la terre.* (fig. 13.)

SOLUTION. Soit le centre de la lune en H, préciſément dans l'horiſon ; & l'angle *c*H*a* ou AHC, meſuré par l'arc céleſte *ac*, égal à 57 minutes 3 ſecondes, comme on vient de le déterminer. Soit auſſi le rayon terreſtre donné AC, égal à 3269985 toiſes, tel qu'il eſt à peu près en

en France; comme nous le ferons voir ailleurs. (1377.)

I°. Dans le triangle parallactique HACH, on connoît l'angle A, qui eſt droit; puiſque le centre de la lune eſt ſuppoſé dans l'horiſon: on connoît auſſi l'angle H, qui eſt l'angle de la parallaxe donnée: on connoît enfin le côté AC, qui eſt le rayon terreſtre de 3269985 toiſes. On connoîtra donc les trois côtés de ce triangle, & par conſéquent le côté CH qui meſure la diſtance de la lune à la terre, en faiſant cette ſimple analogie: le ſinus connu de l'angle H, eſt au côté oppoſé & connu AC; comme le ſinus connu de l'angle droit A, eſt au côté oppoſé & inconnu CH. (*Math.* 702.)

II°. Pour ſoumettre cette proportion au calcul arithmétique, il faut ſuppoſer tous les ſinus augmentés de deux zéros, comme nous l'expliquons dans nos éléments de mathématique (*Math.* 717). Ainſi le ſinus total ſera de 1000000000 parties; le ſinus d'une minute, de 290900 parties; le ſinus d'une ſeconde, de 4848 parties.

Je prends d'abord le ſinus de 57 minutes, qui eſt de 16579900 parties, auquel j'ajoute le ſinus de trois ſecondes, ou 14545 parties: ces deux ſommes, converties en une ſeule, me donnent le ſinus de l'angle H, & j'ai la proportion ſuivante: 16594445 . 3269985 : : 1000000000 . x.

En diviſant le produit des deux moyens, par le premier extrême, on aura un quotient 197, 053,050, qui exprimera en toiſes, la grandeur du côté CH, ou la diſtance moyenne de la lune au centre de la terre.

RÉSULTAT. Cette *diſtance moyenne de la lune* au centre de la terre, eſt, ſelon ce calcul, de

197053050 toiſes, qui ſont environ 86162 lieues communes, qui ſont *environ 60 moyens rayons de la terre*, plus un quart de rayon.

Le calcul ſera beaucoup plus court & plus facile, dans ce problême & dans le problême ſuivant, ſi on prend le rayon terreſtre en lieues, au lieu de le prendre en toiſes : ce rayon terreſtre eſt de 1430 lieues communes. On aura donc la même proportion en cette maniere : 16594445 . 1430 : : 1000000000 . x. En diviſant le produit des deux moyens, par le premier extrême, on aura un quotient qui exprimera en lieues communes, la moyenne diſtance du centre de la terre au centre de la lune : car dans la parallaxe donnée, on ſuppoſe la lune dans ſa moyenne diſtance de la terre.

En prenant le rayon de la terre en toiſes, ſoit dans ce problême, ſoit dans le ſuivant, on ne gagne qu'un peu plus de préciſion ; préciſion dont on n'a pas beſoin.

REMARQUE. La ligne AH repréſente l'horiſon ſenſible, comme la ligne CV repréſente l'horiſon rationnel : ces deux horiſons ſe confondent dans le ciel V, & l'on peut prendre l'un pour l'autre.

Si l'on veut cependant que la lune ou le ſoleil ſoient placés en X dans l'horiſon rationnel, alors l'angle VXr ſera l'angle de la parallaxe donnée ; & dans le triangle parallactique XACX, on connoîtra l'angle X qui eſt donné, l'angle C qui eſt droit, & le côté AC qui eſt le rayon terreſtre : par ces trois choſes connues, on trouvera le côté AX, qui eſt la diſtance de l'obſervateur A à l'aſtre X dans l'horiſon rationnel ; diſtance ſenſiblement égale à la diſtance CX, en telle ſorte que l'on puiſſe prendre l'une pour

l'autre, ſans erreur ſenſible. Cette remarque regarde, comme on voit, & le problême qui précede, & le problême qui ſuit.

1221. PROBLÊME II. *Étant données, la grandeur du rayon terreſtre & la parallaxe horiſontale du ſoleil, trouver la diſtance du ſoleil à la terre.* (fig. 13.)

SOLUTION. Soit le centre du ſoleil en H, préciſément dans l'horiſon où il ſe trouve néceſſairement une fois chaque jour, & où il eſt ſuppoſé dans ce problême. Soit auſſi l'angle parallactique *c*H*a* ou CHA, égal à 10 ſecondes (1219). La ſolution de ce problême eſt la même que celle du précédent : il ne s'agit que de mettre le ſinus de la parallaxe du ſoleil, à la place du ſinus de la parallaxe de la lune.

I°. Suppoſons d'abord la parallaxe du ſoleil, égale à 10 ſecondes : pour avoir le ſinus de cet angle parallactique, il faut prendre le ſinus de 10 ſecondes (*Math.* 717). On aura donc encore, dans le triangle parallactique AHC, la proportion ſuivante (*Math.* 702) : le ſinus connu de l'angle H, eſt au côté oppoſé & connu A C, comme le ſinus connu de l'angle droit A, eſt au côté oppoſé & inconnu CH; & en chiffres, 48483 . 3269985 :: 1000000000 . *x*. (*Math.* 718.)

En diviſant le produit des deux moyens par le premier extrême, on aura un quotient qui exprimera en toiſes, la grandeur du côté CH, ou la diſtance moyenne du ſoleil à la terre; puiſque dans la parallaxe donnée, le ſoleil eſt ſuppoſé être dans ſa moyenne diſtance de la terre.

Cette *diſtance moyenne du ſoleil à la terre eſt*, ſelon ce calcul, d'environ 67,464,573,355 toiſes;

qui font environ 29,499,157 lieues communes.

II°. Si l'on suppose la parallaxe du soleil égale à 10 secondes & demie, on aura l'angle H égal à 10 secondes & 30 tierces, dont le sinus sera 48483 + 2424 = 50907 parties du sinus total (*Math.* 717). En faisant la proportion suivante, 50907 . 3269985 : : 1000000000 . *x*; on trouvera le côté CH, de 64,234,486,416 toises, qui font environ 28,086,789 lieues communes.

On voit ici combien il est important d'avoir dans la plus grande précision la parallaxe du soleil : puisqu'une *demi-seconde* de plus ou de moins dans cette parallaxe, donne une différence d'environ un million & demi de lieues en plus ou en moins, dans la distance de la terre au soleil.

III°. Supposons maintenant la parallaxe horisontale, égale à 8 secondes & demie : nous aurons l'angle H égal à 8 secondes 30 tierces, dont le sinus est 38787 + 2424 = 41211 (*Math.* 717). Dans le triangle parallactique ACH, nous aurons la proportion suivante : le sinus connu de l'angle H est au côté opposé & connu AC; comme le sinus connu de l'angle droit A, est au côté opposé & inconnu CH (*Math.* 702); & en chiffres, 41211 . 3269985 : : 1000000000 . *x*. En divisant le produit des moyens par le premier extrême 41211, on aura un quotient qui exprimera en toises la grandeur du côté CH, ou la distance moyenne de la terre au soleil : puisque dans la parallaxe donnée, le soleil est toujours supposé dans sa moyenne distance de la terre. Selon ce calcul, la *distance moyenne de la terre au soleil*, est de 79,347,382,903 toises, qui font 34,694,964 lieues communes.

RÉSULTAT. Ainsi la distance moyenne de la terre au soleil, est au moins de 28,086,789 lieues communes; au plus de 34,694,903 lieues communes; & en prenant la parallaxe de 10 secondes, de 29,499,157 lieues communes. On peut réduire ces trois dimensions à un même nombre de lieues, qu'on supposera d'un inégal nombre de toises chacune. Supposons cette *distance moyenne* de la terre au soleil, égale à 30 millions de lieues.

Selon la parallaxe de 10 secondes & demie, qui est trop grande; cette distance moyenne sera de 30 millions de lieues, de 2140 toises chacune.

Selon la parallaxe de 10 secondes, cette distance moyenne sera de 30 millions de lieues, d'environ 2250 toises chacune.

Selon la parallaxe de 8 secondes & demie, qui est la plus exacte; cette distance moyenne sera de 30 millions de lieues, de 2645 toises chacune.

En prenant un certain milieu entre ces deux dernieres parallaxes, on auroit vraisemblablement avec plus de précision cette distance.

DISTANCES DE LA TERRE AU SOLEIL.

1222. OBSERVATION. La distance moyenne du soleil à la terre, est la distance moyenne de la terre au soleil, dans l'ellipse que cette planete décrit chaque année autour de cet astre.

Supposons que la courbe CEGT représente l'orbite de la terre planete autour du soleil immobile en S; orbite dont l'excentricité OS est de 168 diametres de la terre (1186), qui font environ 404000 lieues, un peu plus ou un peu moins grandes. (*fig.* 23.)

I°. La terre en C ou en G sera dans sa

moyenne diſtance du ſoleil, éloignée de cet aſtre d'environ 30 millions de lieues. Telle eſt la terre, vers le commencement du printems & de l'automne, ſous la balance & ſous le bélier.

II°. La terre en E ſera dans ſa petite diſtance du ſoleil, moins éloignée de cet aſtre qu'en C, d'environ 404000 lieues. Telle eſt la terre en hiver, placée au nord de l'équateur céleſte, ſous les ſignes ſeptentrionaux, comme nous l'expliquerons bientôt. (1224.)

III°. La terre en T ſera dans ſa grande diſtance du ſoleil, plus éloignée de cet aſtre qu'en E, d'environ 808000 lieues. Telle eſt la terre en été, où elle ſe trouve au midi de l'équateur céleſte & ſous les ſignes méridionaux, un peu plus loin du ſoleil qu'en hiver.

IV°. La diſtance moyenne CS ou GS, priſe deux fois, eſt égale au grand axe TOE de l'orbite terreſtre (1176): ce grand axe eſt donc égal à environ 20000 diametres de la terre; c'eſt-à-dire, à environ 60 millions de lieues.

1223. REMARQUE I. La parallaxe des planetes & de certaines cometes donnera, par la même méthode & par le même calcul, leur diſtance actuelle de la terre; mais elle ne donnera pas leur diſtance du ſoleil, qu'il faut chercher & déterminer par une théorie différente.

La diſtance moyenne de la terre au ſoleil étant trouvée par le moyen de la parallaxe de cet aſtre, on trouvera la *diſtance moyenne des planetes principales & des cometes* au ſoleil, par la ſeconde loi de Kepler, que nous expliquerons bientôt. Cette diſtance moyenne de la terre au ſoleil, une fois fixée & déterminée avec pré-

cision, donne aisément par le calcul, la distance moyenne de tous les globes, planetes ou cometes, dont on connoît les révolutions périodiques autour de cet astre. (1263.)

1224. REMARQUE II. Il conste par les observations astronomiques (*) que le *diametre apparent* du soleil, de la lune, des différentes planetes, est tantôt plus grand & tantôt plus petit. Par exemple, le diametre apparent du soleil, toutes choses étant égales d'ailleurs, est le plus grand sous le capricorne, le plus petit sous le cancer, d'une grandeur moyenne sous le bélier & sous la balance. La raison de ces phénomenes, est que le diametre apparent d'un même objet est d'autant plus grand, que cet objet se trouve plus près du spectateur (918); & que le soleil, la lune, les planetes, sont tantôt périgées & tantôt apogées.

On voit ici la raison de ce que nous venons d'affirmer, qu'*en été le soleil est un peu plus loin de la terre qu'en hiver.* Car, puisque le diametre apparent du soleil, selon les observations astronomiques, est plus grand sous le capricorne en hiver, que sous le cancer en été; donc le soleil sous le capricorne en hiver est plus près de la terre, que sous le cancer en été : donc *le grand axe de l'orbite terrestre, est dirigé du nord vers le midi :* donc *le soleil, qui occupe un foyer de cette orbite, occupe le foyer boréal,* comme le représente à peu près la figure quatrieme.

Selon les tables astronomiques de M. de la Hire, le diametre apparent du soleil, dans sa

(*) Wolfe, tome III, page 442, numero 554.

grandeur moyenne, eſt de 32 minutes 10 ſecondes : celui de la lune varie depuis 29 minutes & 30 ſecondes, juſqu'à 33 minutes & 30 ſecondes.

Quant aux diametres apparents des planetes inférieures & ſupérieures ; ils varient trop, ſelon la différente poſition de ces planetes à l'égard de la terre, pour qu'on puiſſe en déterminer la grandeur dans ſa généralité.

DIAMETRE APPARENT ET RÉEL DU SOLEIL.

1225. PROBLÊME. *Étant données la diſtance du ſoleil à la terre, & la grandeur de ſon diametre apparent, trouver la grandeur de ſon diametre réel.* (fig. 21.)

SOLUTION. Soit SA, la diſtance du ſoleil à la terre, égale à 30,000,000 lieues ; CAB, l'angle qui meſure le diametre apparent du ſoleil, angle égal à 32 minutes & 10 ſecondes.

I°. Du point A, où je ſuppoſe obſervé & meſuré le diametre apparent du ſoleil, je mene par la penſée la ligne AS au centre du ſoleil. Cette ligne AS, perpendiculaire au diametre CSB du ſoleil, diviſe en deux parties égales, & le diametre réel CB du ſoleil, & l'angle donné CAB qui intercepte ce diametre. Par ce moyen, j'ai le triangle CSA, rectangle en S, dans lequel je connois le côté SA, qui eſt la diſtance donnée ; l'angle CSA, qui eſt droit ; l'angle CAS, qui eſt la moitié de l'angle donné ; & l'angle ACS, qui eſt le ſupplément à deux angles droits. J'ai donc, par la plus ſimple théorie des ſinus (*Math.* 702), la proportion ſuivante : le ſinus connu de l'angle CAS eſt au côté oppoſé & inconnu CS ; comme le ſinus connu de l'angle ACS, eſt au côté oppoſé

& connu AS. Le côté CS eſt la moitié préciſe du diametre réel du ſoleil.

II°. Il eſt facile de ſoumettre cette proportion au calcul arithmétique, par le moyen des ſinus augmentés de deux zéros (*Math.* 718). Le ſinus de l'angle CAS, qui eſt de 16 minutes & 5 ſecondes, eſt égal à 4654200 + 24242 parties, qui font 4678442 parties : le ſinus de l'angle ACS, qui eſt de 89 degrés 43 minutes & 55 ſecondes, eſt de 999,989,100 parties : le côté AC, qui eſt la diſtance de la terre au ſoleil, eſt d'environ 30000000 lieues. Ainſi 4678442 . x : : 999,989,100 . 30000000.

En diviſant le produit des deux extrêmes par le moyen connu, on aura un quotient 140355, qui exprimera en lieues, la grandeur réelle du côté SC ; & ce côté SC, pris deux fois, donnera le diametre entier CSB du ſoleil. Selon ce calcul, le rayon ou le demi-diametre ſolaire SC eſt de 140355 lieues ; & le diametre total CSB eſt de 280710 lieues.

Si l'on ſuppoſe la diſtance de la terre au ſoleil, égale à 30 millions de lieues de 2340 toiſes chacune, comme elle l'eſt à peu près (1221) ; les 280710 lieues qui meſurent le diametre du ſoleil, ſeront auſſi de 2340 toiſes chacune : ce qui fera environ 100 moyens diametres de la terre ; le moyen diametre de la terre étant d'environ 2860 lieues communes de 2287 toiſes chacune. Le diametre du ſoleil eſt donc environ 100 fois plus grand que le diametre de la terre, comme nous l'avons annoncé ailleurs. (1190.)

1226. REMARQUE. I°. Si l'on ſuppoſe que l'angle MDN ſoit l'angle plus ou moins grand, mais connu, qui embraſſe le diametre apparent

MN ou de la lune, ou de jupiter, ou de venus, ou d'une comete (*fig.* 21):

Étant donnée la diſtance LD de la planete ou de la comete à la terre, *on trouvera par la même méthode, & par le même calcul, le diametre réel de la planete ou de la comete.* C'eſt ainſi qu'on eſt venu à bout de trouver le diametre réel des différentes planetes, par le moyen de leur diametre apparent MLN meſuré avec les meilleurs inſtruments aſtronomiques. Nous avons marqué ailleurs la grandeur réelle de ces différents diametres des planetes (1190), telle qu'on peut la trouver d'après des obſervations qui exigent tant de préciſion, & dans leſquelles la plus petite erreur cauſe des différences aſſez notables dans les réſultats du calcul.

Le diametre réel d'un globe, tel que le ſoleil, tel qu'une planete ou comete, étant connu; il eſt aiſé d'en trouver à très-peu près, & la circonférence, & la ſurface, & la ſolidité. (*Math.* 480, 577; 608.)

II°. Par la même méthode & par le même calcul, on pourra auſſi *trouver à peu près la diſtance d'un ſatellite au centre de ſa planete.* Par exemple, quand le ſatellite *n* fait ſa révolution dans une courbe *n m n* perpendiculaire au rayon LT; l'angle DL*n* eſt droit. En meſurant l'angle LD*n*; on aura cette proportion: le ſinus connu de l'angle LD*n*, eſt au côté oppoſé & inconnu L*n*; comme le ſinus connu de l'angle L*n*D, eſt au côté oppoſé & connu LD. On trouvera par là la valeur du côté L*n*, qui eſt la diſtance du ſatellite au centre de ſa planete.

Si l'angle DL*n* n'eſt pas droit, il faudra par des obſervations très-délicates & très-réfléchies, en connoître la valeur; & alors la même théorie

& la même proportion auront lieu, en y faiſant les changements qu'exige la différence de l'angle DL*n*. On ſe borne ordinairement à marquer la diſtance d'un ſatellite au centre de ſa planete, en diametres de cette planete, comme nous l'avons marquée ailleurs. (1199.)

CHAPITRE SECOND.

RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

1227. OBSERVATION. Nous avons vu ailleurs (1044), que les rayons de lumiere qui tombent obliquement ſur l'athmoſphere terreſtre, s'infléchiſſent & s'inclinent vers le centre de la terre : ce qui occaſionne une illuſion optique, à laquelle il faut avoir égard, & dont il faut tenir compte dans les obſervations. Par exemple (*fig.* 95 *du tome précédent*) :

En ſuppoſant l'œil de l'obſervateur en *a*; le rayon de lumiere D*da*, parti du point D, s'infléchit & ſe coude vers la terre, en entrant dans l'athmoſphere terreſtre *dmvnd:* d'où il arrive que l'objet lumineux ou illuminé D, eſt vu en P (912), plus près du zénith qu'il ne l'eſt en réalité.

1228. COROLLAIRE. Il réſulte de là que l'*effet de la réfraction aſtronomique eſt oppoſé à l'effet de la parallaxe.*

EXPLICATION. La parallaxe & la réfraction aſtronomique font voir un objet céleſte hors de ſon vrai lieu optique; la parallaxe, en le rapprochant de l'horiſon (1214); la réfraction aſtronomique, en le rapprochant du zénith. Par exemple, (*fig.* 13) :

L'aſtre qu'on obſerve, étant en I, ſon vrai lieu optique (1210) ſera en *n:* la parallaxe le fera

voir en *m*, plus près de l'horiſon ; la réfraction aſtronomique le fera voir en R un peu au-deſſus de *m*, plus près du zénith. Donc, pour avoir la vraie parallaxe d'un aſtre qu'on obſerve, il faut ajouter à la parallaxe trouvée, la quantité R*m* dont la réfraction aſtronomique doit diminuer cette parallaxe : puiſque cette parallaxe trouvée ſeroit plus grande *mn*, ſi les rayons partis de l'aſtre I, ne s'infléchiſſoient pas dans l'athmoſphere terreſtre.

VARIATION DANS LA RÉFRACTION.

1229. OBSERVATION. Il conſte par les obſervations aſtronomiques de tous les tems & de tous les lieux (*fig.* 13) :

I°. Qu'il n'y a point de réfraction pour un aſtre qui eſt préciſément au zénith Z de l'obſervateur. La raiſon en eſt, que le rayon par lequel l'obſervateur voit cet aſtre, eſt perpendiculaire à l'athmoſphere terreſtre ; & que la lumiere n'eſſuie aucune réfraction, quand elle tombe perpendiculairement ſur un milieu quelconque. (987.)

II°. Que la réfraction eſt la plus grande, quand l'aſtre eſt dans l'horiſon H de l'obſervateur. La raiſon en eſt, que le rayon par lequel l'obſervateur voit cet aſtre, eſſuie pendant un plus long trajet, le pouvoir réfractant qui l'incline vers le centre de la terre. (1045, V°.)

III°. Que la réfraction va en décroiſſant, depuis l'horiſon juſqu'au zénith de l'obſervateur. La raiſon en eſt, que le rayon par lequel l'obſervateur voit cet aſtre s'élever de l'horiſon au zénith, traverſe une d'autant moindre portion de l'athmoſphere, que l'aſtre eſt plus près du zénith. On trouvera dans la table ſuivante, la quantité dont diminue la réfraction aſtronomique, depuis l'horiſon juſqu'au zénith, avec toute

la précision qu'on peut avoir en ce genre.

IV°. Que la réfraction est la même pour tous les astres, plus ou moins lumineux ou illuminés, plus ou moins voisins ou éloignés de la terre, qui ont une même hauteur sur l'horison. La raison en est, que la réfraction ne dépend, ni de l'éloignement de l'astre, ni de la quantité de sa lumiere; mais simplement & uniquement de l'athmosphere qui exerce son pouvoir réfractant sur le rayon quelconque qui la pénetre, quelles que soient la source & la densité de ce rayon.

V°. Que la réfraction d'un même astre, au même point du ciel, n'est point parfaitement constante, ou égale à elle-même. La raison en est qu'elle doit participer à toutes les variations de la cause réfractante, qui est l'air tantôt plus ou moins dense, tantôt plus ou moins chargé d'exhalaisons & de vapeurs.

1230. COROLLAIRE. La réfraction étant plus grande dans l'horison qu'au-dessus de l'horison, il s'ensuit que *le soleil & la lune doivent avoir, en sortant de l'horison, une figure un peu ovale, dont le petit diametre sera le diametre vertical:* puisque les rayons partis du limbe inférieur, sont plus réfractés & plus rapprochés du zénith, que les rayons partis du limbe supérieur. On voit ici que si ces astres paroissent plus grands dans l'horison, qu'au-dessus de l'horison; cet effet ne doit point être attribué à la réfraction astronomique: puisque la réfraction astronomique doit produire un effet précisément contraire. Cet effet dépend donc d'une autre cause, que nous avons exposée ailleurs. (936.)

La parallaxe contrarie un peu cette diminution apparente dans le diametre vertical d'un astre placé près de l'horison: puisque la paral-

laxe horiſontale étant plus grande que toutes les autres (1215), le limbe inférieur eſt ſoumis à une plus grande parallaxe, que le limbe ſupérieur ; ce qui éloigne néceſſairement un peu l'un de l'autre, ces deux limbes.

1231. REMARQUE. Comme la connoiſſance de la réfraction aſtronomique eſt abſolument néceſſaire pour avoir des obſervations exactes ſur les aſtres ; un grand nombre d'aſtronomes modernes ont employé toute l'attention & toute la ſagacité de leur génie, à obſerver & à ſuivre dans le plus grand détail, cette partie de la phyſique, ignorée des anciens. L'expérience leur a fait connoître,

I°. Que la réfraction dans l'horiſon eſt ſujette à de très-grandes variations d'un jour à l'autre ; étant tantôt de 32 ou de 33 minutes, tantôt de 36 ou 37 minutes. (1045, 1229.)

II°. Que la réfraction eſt ſujette à varier encore très-irréguliérement, d'un jour à l'autre, juſqu'à la hauteur de dix ou douze ou quinze degrés au-deſſus de l'horiſon : ce qui fait que l'on tient pour ſuſpectes, la plupart des obſervations qui ont été faites lorſque l'aſtre étoit fort près de l'horiſon.

III°. Qu'à 45 degrés de hauteur au-deſſus de l'horiſon, la réfraction n'eſt que d'environ une minute ; & qu'au-delà elle décroît aſſez uniformément juſqu'au zénith, où elle eſt nulle.

Voici, d'après les Bradley & les de Lalande, une table où l'on trouvera en minutes, en ſecondes & en tierces, la grandeur de la réfraction aſtronomique, relativement aux différentes hauteurs d'un aſtre quelconque ; table tracée ſur les obſervations les plus exactes & les plus uniformes qu'on puiſſe avoir en ce genre.

TABLE de la Réfraction astronomique, depuis l'horison jusqu'au zénith.

Hauteur apparente.

Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.		
D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S	T.	D.	M.	M.	S.	T.
0	0	33	0	0	5	0	9	54	3	11	0	4	46	6
0	5	32	10	4	5	10	9	38	2	11	15	4	40	3
0	10	31	22	2	5	20	9	22	8	11	30	4	34	3
0	15	30	35	4	5	30	9	8	0	11	45	4	28	6
0	20	29	49	7	5	40	8	54	0	12	0	4	23	2
0	30	28	22	3	5	50	8	40	6	12	20	4	16	1
0	32	28	4	8	6	0	8	27	8	12	40	4	9	4
0	36	27	30	3	6	10	8	14	9	13	0	4	3	0
0	40	26	59	7	6	20	8	2	8	13	20	3	56	9
0	50	25	41	8	6	30	7	51	1	13	40	3	51	1
1	0	24	28	6	6	40	7	40	3	14	0	3	45	5
1	10	23	19	8	6	50	7	30	2	14	20	3	40	1
1	20	22	15	2	7	0	7	20	5	14	40	3	34	9
1	30	21	14	7	7	10	7	11	1	15	0	3	29	9
1	40	20	17	9	7	20	7	2	1	15	30	3	23	7
1	50	19	24	8	7	30	6	53	4	16	0	3	16	9
2	0	18	35	0	7	40	6	45	1	16	30	3	10	5
2	10	17	48	4	7	50	6	37	1	17	0	3	4	5
2	20	17	4	5	8	0	6	29	4	17	30	2	58	9
2	30	16	23	8	8	10	6	22	0	18	0	2	53	6
2	40	15	45	4	8	20	6	15	2	18	30	2	48	6
2	50	15	9	4	8	30	6	8	0	19	0	2	43	9
3	0	14	35	6	8	40	6	1	3	19	30	2	39	4
3	10	14	3	9	8	50	5	54	8	20	0	2	35	1
3	20	13	34	1	9	0	5	48	5	20	30	2	31	0
3	30	13	6	2	9	10	5	42	4	21	0	2	27	2
3	40	12	39	6	9	20	5	36	5	21	30	2	23	6
3	50	12	14	6	9	30	5	30	9	22	0	2	20	3
4	0	11	51	1	9	40	5	25	5	23	0	2	13	7
4	10	11	28	9	9	50	5	20	0	24	0	2	7	4
4	20	11	7	9	10	0	5	14	8	25	0	2	1	6
4	30	10	48	0	10	15	5	7	3	26	0	1	56	2
4	40	10	29	2	10	30	5	0	1	27	0	1	51	2
4	50	10	11	3	10	45	4	53	2					

Hauteur apparente.

Suite de la même Table.

Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.			Haut.		Réfraction.		
D.	M.	M.	S.	T.	D.	M.	M.	S	T	D.	M	M.	S.	T.
28	0	1	46	6	50	0	0	47	6	72	0	0	18	4
29	0	1	42	4	51	0	0	45	9	73	0	0	17	3
30	0	1	38	4	52	0	0	44	2	74	0	0	16	2
31	0	1	34	6	53	0	0	43	6	75	0	0	15	1
32	0	1	31	0	54	0	0	41	1	76	0	0	14	0
33	0	1	27	6	55	0	0	39	6	77	0	0	13	0
34	0	1	24	4	56	0	0	38	2	78	0	0	12	0
35	0	1	21	4	57	0	0	36	8	79	0	0	11	0
36	0	1	18	5	58	0	0	35	5	80	0	0	10	0
37	0	1	15	7	59	0	0	34	2	81	0	0	9	0
38	0	1	13	0	60	0	0	33	0	82	0	0	8	0
39	0	1	10	4	61	0	0	31	7	83	0	0	7	0
40	0	1	7	9	62	0	0	30	4	84	0	0	6	0
41	0	1	5	5	63	0	0	29	1	85	0	0	5	0
42	0	1	3	3	64	0	0	27	8	86	0	0	4	0
43	0	1	1	1	65	0	0	26	5	87	0	0	3	0
44	0	0	59	3	66	0	0	25	3	88	0	0	2	0
45	0	0	57	0	67	0	0	24	1	89	0	0	1	0
46	0	0	55	0	68	0	0	23	9	90	0	0	0	0
47	0	0	53	1	69	0	0	21	7					
48	0	0	51	2	70	0	0	20	6					
49	0	0	49	4	71	0	0	19	5					

PARAGRAPHE CINQUIEME.

LA LUNE ET LES ÉCLIPSES.

1232. OBSERVATION. L'aſtre qui éclaire nos nuits, la *Lune*, eſt une des planetes ſubalternes, celle ſans contredit qui nous intéreſſe le plus. Elle fait douze ou treize révolutions autour de la terre, centre de ſon mouvement, d'occident en orient & ſelon l'ordre des ſignes, dans la di-

reĉtion

rection ABCDA; tandis que la terre, qui l'emporte avec elle, fait une révolution autour du soleil, centre de son mouvement, dans l'écliptique & dans la direction TVXZT. (*fig.* 22.)

La théorie de la lune a donné plus de peine aux astronomes, que tout le reste du ciel ensemble. Le grand Newton a découvert le premier, le principe physique de tous ses mouvements, si irréguliers en apparence, mais qui découlent tous du principe général de l'attraction : de sorte que la théorie de la lune est aujourd'hui en prise à toute la précision & à toute la rigueur du calcul, autant que celle des astres dont les mouvements sont les plus simples & les plus réguliers. Nous allons faire connoître ici ce qu'il y a de plus intéressant & de plus digne d'attention dans cette théorie de la lune.

Différentes phases de la lune.

1233. DÉFINITION. On nomme *phases de la lune*, les différents aspects sous lesquels elle se montre à nos regards, en faisant ses révolutions ABCDA, autour de la terre T. (*fig.* 22.)

I°. Quand la lune est en A, entre la terre T & le soleil S, c'est *nouvelle lune*. La partie éclairée de la lune est toute tournée vers le soleil, & invisible à la terre.

II°. Quand la lune est en B, à 90 degrés STF du soleil, c'est le *premier quartier*, ou la *premiere quadrature* (1191). On voit de la terre, la moitié de son disque éclairé, celle qui est tournée vers l'occident.

III°. Quand la lune est en C, à 180 degrés STF + FTG du soleil, c'est *pleine lune*. Si la

lune C eſt hors de l'ombre de la terre T, tout ſon diſque éclairé eſt viſible de la terre.

IV°. Quand la lune eſt en D, à 90 degrés STH du ſoleil, c'eſt le *dernier quartier*, ou la *ſeconde quadrature.* On voit de la terre, la moitié de ſon diſque éclairé, celle qui eſt tournée vers l'orient.

On nomme *diſque de la lune*, la moitié de ſa ſurface ſphérique, laquelle à cauſe du grand éloignement qui nous empêche de ſaiſir ſa convexité, ſe montre à nos regards ſous l'image d'un plan circulaire, obſcur ou éclairé, ou en partie éclairé & en partie obſcur.

INCLINAISON DE SON ORBITE.

1234. OBSERVATION. Si l'orbite ABCDA de la lune étoit couchée ſur le plan de l'écliptique TVXZT; le centre de la lune feroit toujours dans le plan de l'écliptique, auſſi bien que le centre de la terre & le centre du ſoleil. La lune dans chaque révolution ABCDA, éclipſeroit le ſoleil en A; & ſeroit éclipſée par la terre en C: parce que dans ſa conjonction A & dans ſon oppoſition C, elle ſeroit dans la ligne droite qui enfile les trois centres, du ſoleil, de la terre, de la lune. (*fig.* 22.)

Mais la choſe n'eſt point ainſi. L'orbite ABCDA de la lune, eſt toujours inclinée ſur l'écliptique TVXZT. Le plan de la premiere coupe le plan de la ſeconde, ſous un angle tantôt un peu plus & tantôt un peu moins grand; ſous un angle qui varie depuis 5 degrés, 0 minutes, juſqu'à 5 degrés & 18 minutes, & dont la grandeur moyenne eſt de 5 degrés & 9 minutes (*fig.* 18).

Si ATB eſt le plan de l'écliptique; ATM ſera l'angle d'inclinaiſon de l'orbite lunaire MNM.

La courbe ABCDA que parcourt la lune dans chaque révolution autour de la terre, coupe le plan de l'écliptique en deux points; & ces deux points d'interſection, s'appellent les *nœuds de la lune.* Ces deux nœuds, ou ces deux points de l'orbite lunaire, ſont toujours dans le plan de l'écliptique : le reſte de cette orbite eſt hors du plan de l'écliptique, une moitié au nord & l'autre moitié au midi de l'écliptique. (*fig.* 22.)

La lune, dans chaque révolution ABCDA, *a b c d a*, eſt donc tantôt au nord & tantôt au midi de l'écliptique; & dans chaque révolution autour de la terre, elle paſſe deux fois par le plan de l'écliptique, une fois du midi au nord de l'écliptique, dans ſon *nœud aſcendant*; & une autre fois du nord au midi de l'écliptique, dans ſon *nœud deſcendant.* Ces deux nœuds de l'orbite lunaire ſont mobiles & rétrogrades; comme nous l'expliquerons bientôt.

SA FORCE PERTURBATRICE.

1235. OBSERVATION. Les planetes principales, dans leur révolution périodique autour du ſoleil, ne ſont ſenſiblement animées que de deux forces; d'une *force de projection*, qui tend à les emporter par la tangente à leur courbe; & d'une *force de gravitation* ou de peſanteur vers le ſoleil, qui tend à les emporter par le rayon de leur courbe vers le centre du ſoleil, centre unique & commun de leurs mouvements : comme nous l'avons déja expliqué ailleurs (360), &

comme nous l'expliquerons encore plus au lo: g dans la ſuite. (1285.)

La lune, dans ſa révolution périodique autour de la terre, eſt animée de deux forces ſemblables; d'une *force de projection* AP, qui tend à l'emporter par la tangente à ſa courbe; & d'une *force de gravitation* ou de peſanteur AT, qui tend à l'emporter par le rayon de ſa courbe vers le centre de la terre, centre particulier de ſon mouvement ABCDA autour de la terre T. (*fig.* 22.)

Si la lune, pendant ſes révolutions autour de la terre, n'étoit en priſe qu'à ces deux forces; ſon mouvement ſeroit régulier, ainſi que celui des planetes principales: ſa courbe ABCDA, *a b c d a*, ſeroit toujours également applatie ou allongée dans le même ſens & dans la même direction; toujours également inclinée ſur le plan de l'écliptique. Mais la choſe n'eſt point ainſi. La lune, ainſi que toutes les planetes principales, a une gravitation ou une peſanteur ou une tendance vers le centre du ſoleil. Cette planete, dans ſes révolutions autour de la terre, eſt donc perſévéramment en priſe à une *troiſieme force* qui agit ſur elle, à l'attraction du ſoleil qui tantôt favoriſe & tantôt contrarie l'attraction de la terre. Delà une *force perturbatrice*, une cauſe permanente d'irrégularités dans ſon mouvement.

I°. Il eſt clair, par la théorie du mouvement, que la lune ne décrit une courbe autour de la terre, qu'en vertu d'une force centrale qui la fait tendre ſans ceſſe vers la terre, & qui l'empêche ſans ceſſe de s'enfuir par la tangente à ſa courbe.

II°. Ainſi que les planetes principales, la lune a une tendance vers le ſoleil : mais cette tendance de la lune vers le ſoleil étant moindre que la tendance de la lune vers la terre, la force ſupérieure l'emporte ſur la force inférieure ; & la lune reſte captive autour de ſa planete principale.

III°. L'action attractive du ſoleil ſur la lune, pour être vaincue, n'eſt pas anéantie : elle doit donc avoir ſon effet, qui eſt ou d'augmenter ou de diminuer ou d'infléchir la tendance de la lune vers la terre, ſelon la différente poſition qu'a la lune à l'égard du ſoleil & de la terre.

IV°. L'action attractive du ſoleil ſur la lune augmente ou diminue en raiſon inverſe du quarré de la diſtance de la lune au ſoleil (84) : la lune, tantôt plus près & tantôt plus loin de cet aſtre, doit donc eſſuyer fort irréguliérement ſon action attractive.

V°. L'action attractive de la terre ſur la lune eſt toujours à peu près perpendiculaire au mouvement qui tend à l'emporter par la tangente : l'attraction de la terre agit donc toujours en plein & ſelon toute ſon étendue ſur la lune.

Il n'en eſt pas de même pour l'action attractive du ſoleil, laquelle eſt tantôt perpendiculaire, tantôt parallele, tantôt oblique au mouvement projectile de la lune, ou au mouvement qui tend à l'emporter par la tangente à ſon orbite : cette action attractive du ſoleil ſur la lune, doit donc encore produire des effets fort différents ſur la lune, ſelon qu'elle agit d'une façon plus ou moins favorable ; comme nous allons l'expliquer en conſidérant la lune dans deux poſitions différentes, dans le plan de l'écliptique & hors du plan de l'écliptique.

La force perturbatrice dans l'écliptique.

1236. EXPLICATION. Considérons d'abord la lune dans le plan de l'écliptique, où elle se trouve deux fois dans chaque révolution autour de la terre; & supposons que l'orbite LOPC, soit placée toute entiere dans le plan de l'écliptique, & confondue avec ce plan. (*fig.* 15.)

I°. Quand la lune est en conjonction en C, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est plus près du soleil que la terre, d'une quantité égale à environ 30 diametres terrestres (1220). La lune en C est donc plus fortement attirée que la terre T vers le soleil, par l'action attractive de cet astre; laquelle est toujours & par-tout en raison inverse du quarré de sa distance aux corps attirés C & T (1273). Ce plus de tendance qu'a la lune C vers le soleil S, devient nécessairement dans elle un moins de tendance vers la terre T; & la tendance ou la pesanteur de la lune C vers la terre T, est diminuée d'autant.

II°. Quand la lune est en opposition en O, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est plus loin du soleil que la terre, d'une quantité égale à environ 30 diametres terrestres. La lune en O est donc moins fortement attirée que la terre T vers le soleil S; & ce plus de tendance qu'à la terre T vers le soleil S, soustrait d'autant la terre à l'effet de la tendance qu'a la lune vers la terre; ou devient réellement dans la lune un moins de tendance ou de pesanteur dans la direction OTS vers la terre T.

III°. Quand la lune est en L dans sa premiere quadrature, dans le plan de l'écliptique & sans latitude; elle est en prise à l'action attractive LS du soleil. Cette action attractive LS, qui

eſt oblique à l'égard de la lune L, & qui eſt repréſentée par la diagonale du parallélogramme LTSEL, ſe décompoſe ici en deux parties inégales (351): la premiere LE tend à porter la lune en E; la ſeconde LT, tend à porter la lune en T. Cette action attractive LS du ſoleil, eſt donc employée en partie à preſſer la lune L vers le centre T de la terre; & par conſéquent, à augmenter la tendance ou la peſanteur de la lune vers la terre. La même choſe arrive, & pour la même raiſon, à la lune en P, dans ſa ſeconde quadrature dans le plan de l'écliptique.

1237. REMARQUES. De cette théorie générale ſur l'action attractive du ſoleil à l'égard de la lune, réſultent les vérités ſuivantes, qui doivent ſervir de baſe à l'explication de pluſieurs grands phénomenes de la nature. (*fig.* 15.)

I°. *L'action attractive du ſoleil ſur la lune, doit diminuer ſa peſanteur vers la terre, quand elle eſt dans les ſyzigies; l'augmenter, quand elle eſt dans les quadratures.* Puiſque dans les quadratures L & P, l'action attractive LS du ſoleil ſe décompoſe en deux forces LT & LE, dont l'une LT eſt employée à preſſer & à pouſſer la lune L vers la terre T: ce qui n'a point lieu de même, quand la lune eſt dans les ſyzigies C & O; comme on vient de l'expliquer & de le faire voir.

II°. *En vertu de cette action attractive du ſoleil, la peſanteur de la lune eſt plus diminuée dans les ſyzigies, qu'elle n'eſt augmentée dans les quadratures.* Car l'augmentation de la peſanteur de la lune vers la terre dans les quadratures, eſt repréſentée par la ligne LT ou PT: au lieu que dans les ſyzigies, la diminution de la peſanteur eſt repréſentée par la différence entre les quarrés

des distances TS & CS, ou TS & OS. Or on sait & on trouvera par le calcul, que la distance TS est à la distance CS, à peu près comme 333 est à 332; on sait aussi que la différence entre les quarrés de deux nombres qui different d'une unité, est environ le double de la différence de ces deux nombres (*Math.* 127), laquelle est ici TC ou TO : par conséquent, la différence entre les quarrés des lignes ou des distances CS & TS, ou OS & TS, est à très-peu près 2TC ou 2TO.

Il résulte delà, que *la diminution de la pesanteur de la lune vers la terre, dans les syzigies, est à peu près double de l'augmentation de cette même pesanteur dans les quadratures.* Ainsi, à tout prendre, la pesanteur de la lune vers la terre, pendant une révolution entiere, est plus diminuée qu'elle n'est augmentée, par l'action attractive du soleil; & dans chaque révolution, la lune est plus attirée vers le soleil, qu'elle n'est pressée vers la terre, par cette action du soleil : delà une cause toujours subsistante, propre à altérer son mouvement autour de la terre. Selon les calculs, l'action du soleil sur la lune augmente sa pesanteur naturelle vers la terre, dans les quadratures, d'environ un cent-soixante-dix-huitieme; la diminue dans les quadratures d'une quantité double, ou d'un quatre-vingt-neuvieme.

III°. *L'action attractive du soleil doit tantôt retarder & tantôt accélérer la vîtesse de la lune.* Car lorsque la lune va de C en L, son plus de tendance vers le soleil, occasionné par un moindre éloignement de cet astre, doit opposer un plus de résistance à sa vîtesse; & lorsque la terre va de L en O, son moins de tendance vers le

ſoleil, occaſionné par un plus grand éloignement de cet aſtre, doit oppoſer un moins de réſiſtance à ſa vîteſſe. Ainſi en ne conſidérant ici que l'effet de l'action du ſoleil ſur la lune, la vîteſſe de cette planete doit diminuer depuis la conjonction C, juſqu'à la premiere quadrature L, pendant le premier quart de ſon mois; doit augmenter enſuite depuis la quadrature L, juſqu'à l'oppoſition O, pendant le ſecond quart de ſon mois; doit diminuer de nouveau depuis l'oppoſition O, juſqu'à la ſeconde quadrature P, pendant le troiſieme quart de ſon mois; doit augmenter de nouveau depuis la ſeconde quadrature P, juſqu'à la conjonction C, pendant le dernier quart de ſon mois.

IV°. *Quoique la peſanteur de la lune vers la terre, ſoit plus grande dans les quadratures que dans les ſyzigies; il ne s'enſuit pas que l'orbite lunaire doive être applatie vers les quadratures & allongée vers les ſyzigies; il s'enſuit même le contraire.* Car la peſanteur de la lune vers la terre étant plus grande en L qu'en O; il eſt clair qu'elle doit infléchir, & avec plus de force, & avec plus de fréquence, le mouvement projectile LV, de la lune, vers le centre de la terre. Ainſi le mouvement projectile LV, plus fortement & plus fréquemment infléchi, au lieu de prendre la direction Lx, prendra une direction plus courbe Lr, & rapprochera la lune de la terre. Donc, en ſuppoſant que la lune ait commencé à ſe mouvoir dans un cercle LOPC; la force attractive du ſoleil l'aura fait mouvoir dans une ellipſe La Pb; dont le grand axe ſeroit toujours dirigé vers les quadratures, ſi elle étoit immobile.

V°. *La lune en B eſt attirée par le ſoleil, avec*

plus de force que la terre plus éloignée : mais cet excès d'attraction qu'essuie la lune en B, *n'est pas employé tout entier à l'éloigner de la terre & à la rapprocher du soleil.* Car la force attractive BS qui attire la lune vers le soleil, est oblique à l'égard de la lune ; & se décompose en deux forces, qu'il faut analyser.

Si l'on exprime par TS la pesanteur de la terre vers le soleil, il faudra prolonger BS jusqu'en D, afin que BD représente la pesanteur de la lune vers le même astre ; & former le parallélogramme BRDFR, dont BD sera la diagonale. On verra alors que la force BD qui tire obliquement la lune vers le soleil, se décompose en deux forces ; l'une BF, égale & parallele à TS pesanteur de la terre vers le soleil, laquelle agit dans le même sens, & ne produit par conséquent aucune variation dans le mouvement projectile de la lune ; l'autre BR, qui est proprement la *force perturbatrice*, & dont l'effet est le même que celui des deux forces BM & BN agissant conjointement (346). De cette force perturbatrice BR, divisée en deux forces BM & BN, naît dans la lune en B, & une diminution de pesanteur, égale à BM ; & une augmentation de vîtesse ou de mouvement projectile, égale à BN, en supposant que la lune va de P en C.

VI°. *Si on forme sur tous les points de l'orbite lunaire une figure semblable à celle que nous venons de construire sur le point* B ; *on verra que la vîtesse de la lune sera altérée dans tous ces points par une force semblable à* BN, *mais tantôt plus & tantôt moins grande, toujours en conséquence de l'obliquité de l'action du soleil.* Cette force BN favorise le mouve-

ment projectile de la lune, quand elle va de B en C : elle lui nuiroit, si la lune alloit de B en P : elle favorise ou contrarie d'autant plus ce mouvement projectile, qu'elle est plus grande ; & réciproquement.

VII°. *Il n'en est pas de même de la force* BM : *il y a quatre points dans l'orbite lunaire où elle est nulle : dans tous les autres points, elle augmente ou diminue la pesanteur de la lune vers la terre.* En effet, plus la lune sera près de la quadrature P, plus la ligne BF, qu'on doit toujours faire égale à TS, sera élevée vers TP ; moins l'angle TBF sera grand. La ligne BR, qui représente la force perturbatrice, & qui fait ici un angle obtus RBT, a fait auparavant un angle droit avec BT, entre P & B : elle fera dans d'autres positions, un angle aigu avec le même rayon vecteur de la lune. (*fig.* 15 & 17.)

Quand la force BN qui influe sur la vîtesse, & la force BM qui influe sur la pesanteur de la lune, nées l'une & l'autre de l'attraction du soleil sur la lune, font entr'elles un angle droit en A *r* ; il est clair que ces deux forces ne se nuisent en rien & ne se favorisent en rien, pour rapprocher ou pour éloigner la lune du centre T de son orbite (348) : la diagonale entre ces deux forces conspirantes tombe sur l'orbite même de la lune. C'est ce qui arrive dans quatre points de l'orbite lunaire, savoir, en A, en B, en D, en F, à 54 degrés & 44 minutes des syzigies de part & d'autre. (*fig.* 17.)

Quand les deux mêmes forces BN & BM font entr'elles un angle obtus en BR, il est clair que la diagonale BR porte la lune en R hors de son orbite ; & alors la force BM diminue la pesanteur

de la lune vers la terre. C'eſt ce qui arrive à la lune dans tout l'arc ACB, & dans tout l'arc DOF de ſon orbite.

Quand les deux mêmes forces BN & BM font entr'elles un angle aigu en L*r*; la diagonale entre ces deux forces conſpirantes pénetre dans le plan de l'orbite lunaire, & y porte la lune; & alors la force BM augmente la peſanteur de la lune vers la terre. C'eſt ce qui arrive à la lune dans tout l'arc BLD, & dans tout l'arc FPA de ſon orbite. (*fig.* 17.)

Ces deux arcs BLD & FPA ſont plus petits que les deux arcs DOF & ACB : puiſque les deux premiers ne renferment que 141 degrés & 4 minutes, tandis que les deux derniers renferment 218 degrés & 56 minutes. D'où il réſulte que l'action attractive du ſoleil eſt employée, & plus long-tems & plus fortement, à preſſer la lune vers le ſoleil, qu'à la preſſer vers la terre; & par conſéquent, que *la tendance de la lune vers le ſoleil, pendant chaque révolution entiere, eſt réelle & poſitive.*

La force perturbatrice hors de l'écliptique.

1238. EXPLICATION. Conſidérons enſuite la lune hors du plan de l'écliptique, ſoit dans ſes ſyzigies, ſoit dans ſes quadratures, ſoit dans les tems intermédiaires. (*fig.* 14.)

Il eſt clair que la lune en A ou en B, hors du plan de l'écliptique NRM, tant dans les ſyzigies que dans les quadratures, reſte encore en priſe à la force perturbatrice, à l'action attractive du ſoleil S; laquelle favoriſe ou contrarie l'action attractive de la terre ſur la lune. Cette attrac-

tion du ſoleil, toujours oblique à l'égard de la lune placée hors du plan de l'écliptique, ſe décompoſe en deux forces, dont l'une tend à attirer la lune vers le ſoleil ; & dont l'autre tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Par exemple, ſoit la lune en A dans ſon oppoſition, à quatre ou cinq degrés au-deſſus ou au-deſſous du plan de l'écliptique STMRN, dans lequel plan ſe trouvent toujours les centres de la terre & du ſoleil. Que l'orbite AMBNA de la lune coupe le plan de l'écliptique, en deux points M & N, qui ſeront ſes nœuds.

I°. Si la lune en A, hors du plan de l'écliptique, étoit dépouillée, & de ſon mouvement projectile AC, & de ſon mouvement centripete AT, n'étant livrée qu'à la ſeule attraction du ſoleil repréſentée par la ligne AS ; il eſt clair que la lune parcourroit la ligne AS, s'approchant à la fois, & du ſoleil S, & du plan de l'écliptique NRM. Cette action du ſoleil ſur la lune en A, produiroit donc ſur cette planete un mouvement équivalemment double; ſavoir, une tendance vers le ſoleil, & une tendance vers le plan de l'écliptique. Cette action du ſoleil ſur la lune placée en A, équivaut donc à deux forces conſpirantes AZ & AT, en vertu deſquelles le mobile A parcourroit la diagonale AS du parallélogramme ATSZA. Cette action AS du ſoleil ſur la lune A, ſe décompoſe donc en deux forces; dont l'une, repréſentée par le côté AZ, tendroit à rapprocher la lune du ſoleil; & dont l'autre, repréſentée par le côté AT, tendroit à rapprocher la lune du plan de l'écliptique, d'où elle eſt ſuppoſée écartée de quelques degrés.

II°. Mais la lune en A eſt en priſe à la fois, &

à ſa force de projection qui tend à l'emporter par la tangente AC, & à l'attraction de la terre qui tend à l'emporter par le rayon AT, & à l'attraction du ſoleil qui tend à l'emporter dans la direction AS: de ces trois forces combinées réſulte ſa courbe AMBNA, qui coupe maintenant l'écliptique en MN. Les deux premieres forces, toujours oppoſées à angles droits, luttent toujours perpendiculairement l'une contre l'autre ſelon toute l'étendue de leur activité: la troiſieme, preſque toujours oblique aux deux premieres, décompoſe ſon action, & n'agit pas toujours ſelon toute l'étendue de ſon activité.

Suppoſons que ces trois forces combinées, en employant chacune toute l'étendue de leur action contre la lune A, doivent la conduire de A en M dans un tems déterminé. Il eſt clair que ſi l'une des trois forces conſpirantes, au lieu d'être employée en plein à voiturer la lune dans l'arc AM, étoit employée en partie à infléchir le mouvement de la lune vers MRN; la lune, pendant ce tems déterminé, ſe porteroit vers *m*, & non en M: puiſqu'une partie des forces qui devoient contribuer à la porter en M, eſt employée à la détourner de M, & à l'infléchir vers *m*.

III°. Or l'une des trois forces conſpirantes, la force perturbatrice ou l'attraction du ſoleil, eſt employée en partie à rapprocher la lune A du plan de l'écliptique MRN; ſavoir, dans la force perturbatrice repréſentée par ZAT, la partie AT, laquelle luttant de concert avec l'attraction de la terre contre la force projectile AC, infléchit ſans ceſſe de plus en plus cette force projectile vers le plan de l'écliptique MRN; & porte la lune dans le plan de l'écliptique en

un point *m*, moins éloigné & plus occidental que le point M. La force perturbatrice fera donc que la lune, placée hors du plan de l'écliptique, tendra ſans ceſſe à ſe rapprocher de ce plan.

IV°. La même choſe arrive à la lune *en conjonction* au point B, à quatre ou cinq dégrés au-deſſus ou au-deſſous du plan de l'écliptique. Si la lune en B étoit livrée à la ſeule force perturbatrice, à la ſeule attraction du ſoleil; elle parcourroit la diagonale BS du parallélogramme BTSVB, s'approchant à la fois, & du ſoleil S, & du plan de l'écliptique NRTS. Donc la force perturbatrice étant repréſentée par les deux côtés VBT du parallélogramme; une partie BT de cette force eſt employée à lutter de concert avec l'attraction de la terre, contre la force projectile BD : donc ces deux forces réunies, infléchiſſant de concert la courbe de la lune, porteront cette planete vers le plan de l'écliptique en un point *n*, moins éloigné & plus occidental que le point N.

V°. Il eſt clair encore que la même décompoſition de la force perturbatrice auroit lieu, ſi les points A & B, au lieu d'être dans les ſyzigies, étoient dans les quadratures. L'action du ſoleil AS ou BS, ſeroit employée en partie à attirer la lune vers le ſoleil, & en partie à rapprocher la lune du plan de l'écliptique. Et c'eſt en effet dans les quadratures, qu'une plus grande partie de la force perturbatrice eſt employée à infléchir le mouvement de la lune vers le plan de l'écliptique, & à faire rétrograder ſes nœuds d'une plus grande quantité.

VI°. Il ne s'enſuit pas de ce que nous venons de dire ſur la décompoſition & ſur l'action de

la force perturbatrice, que l'orbite de la lune doive à la fin ſe placer toute entiere dans le plan de l'écliptique. La raiſon en eſt, qu'autant que l'orbite lunaire eſt infléchie en un ſens dans ſa partie MAN, autant elle eſt à peu près infléchie en un ſens oppoſé dans ſa partie NBM : l'inclinaiſon reſte donc toujours à peu près la même.

Nous aurions pu donner ſur cet objet des lumieres plus géométriquement analyſées & détaillées : mais elles auroient intéreſſé un trop petit nombre de lecteurs. On ne deſire communément des connoiſſances ſur la lune, qu'autant qu'elles ont un rapport prochain avec les grands phénomenes de la nature, tels que les éclipſes, la grande révolution du zodiaque, le mouvement rétrograde de la terre, le flux & le reflux de la mer.

RÉTROGRADATION DE SES NŒUDS.

1239. COROLLAIRE I. *La force perturbatrice, ou l'attraction du ſoleil, doit faire rétrograder les nœuds de l'orbite lunaire.* (fig. 14.)

EXPLICATION. Pour ſimplifier les choſes, pour ne pas embraſſer trop de difficultés à la fois ; ſuppoſons la terre immobile en T, & la lune faiſant ſes révolutions autour de la terre. L'orbite lunaire AMBNA, eſt inclinée ſur le plan de l'écliptique d'environ cinq degrés en A & en B ; & elle coupe le plan de l'écliptique en deux points M & N, qui ſont ſes nœuds.

I°. Si la lune n'avoit aucune force perturbatrice qui altérât ſa révolution AMBNA autour de la terre perſévéramment immobile en T ; l'orbite lunaire conſerveroit toujours la même poſition

position dans le ciel. La lune passeroit toujours, dans chaque révolution autour de la terre, dans les mêmes points AMBNA : puisqu'elle seroit toujours livrée aux mêmes forces, à son mouvement projectile par la tangente, & à son mouvement centripete par le rayon. Son orbite couperoit donc toujours l'écliptique aux mêmes points M & N, lesquels vus de la terre seroient rapportés dans le zodiaque PQXY, aux points Q & N.

II°. Mais la lune, hors du plan de l'écliptique, en B, par exemple, est livrée à l'action oblique du soleil, qui tend en partie à la rapprocher du plan de l'écliptique; & qui, au lieu de la conduire en N, la presse & l'infléchit vers l'écliptique en un point moins éloigné & plus occidental *n* (1238). Ce nouveau nœud *n*, observé de la terre, sera vu dans le zodiaque en P, plus à l'occident que le nœud précédent N, qui étoit vu en Q : ce nœud *n* paroîtra donc avoir rétrogradé contre l'ordre des signes, en comparaison du nœud précédent N.

En vertu de cette action oblique & décomposée, la lune, au lieu de tendre vers l'écliptique par l'ancienne route BNAMB, y tend par une nouvelle route *bnamb*, & passe par des points différents de l'espace infini répandu autour de la terre, que nous supposons toujours immobile au point T.

III°. De même la lune en B, hors du plan de l'écliptique, soit dans les syzigies, soit dans les quadratures, soit dans les tems intermédiaires, est en prise à la force perturbatrice, dont une partie tend sans cesse à la rapprocher du plan de l'écliptique, & lui fait atteindre ce plan dans un

point *m* moins éloigné & plus occidental que le précédent M : d'où il arrive qu'au bout d'un certain nombre de révolutions, la lune a coupé le plan de l'écliptique en une foule de points qui, vus de la terre, embrassent toute l'étendue du zodiaque, en rétrogradant d'orient en occident contre l'ordre des signes.

On voit par là que la lune, dans la même région du ciel, ne passe pas toujours par les mêmes points de l'espace infini ; & que si son orbite laissoit des traces permanentes & visibles dans cet espace, on verroit ces traces AMBNA, *ambna*, s'entre-couper les unes les autres, en passant les unes sur les autres d'orient en occident.

1240. COROLLAIRE II. *Si toute l'orbite lunaire, toujours inclinée de même sur le plan de l'écliptique, étoit remplie de globes contigus, semblables à la lune ; tous ces globes rétrograderoient à la fois avec l'orbite qui les porte.* (fig. 14.)

EXPLICATION. Si l'orbite lunaire étoit remplie de globes contigus semblables à la lune, chaque globe placé hors du plan de l'écliptique, seroit en prise à la force perturbatrice (1238), & seroit déterminé à rétrograder par cette force : donc, dans chaque révolution, chacun de ces globes atteindroit l'écliptique sur un point plus occidental, en rétrogradant autour du zodiaque contre l'ordre des signes. Cet anneau de globes AMBNA seroit donc périodiquement une révolution rétrograde, d'orient en occident, autour des poles de l'écliptique, en vertu de la force perturbatrice, ou de l'attraction du soleil : *image sensible du mouvement rétrograde de l'équateur terrestre autour des poles de l'écliptique*, ou autour

d'un axe terreſtre qui ſe confond ſenſiblement avec l'axe de l'écliptique. (1328.)

La terre, renflée vers ſon équateur, préſente à l'attraction du ſoleil, comme un anneau ſaillant & incliné au plan de l'écliptique : chaque partie de cet anneau eſt déterminée par l'action oblique du ſoleil, à rétrograder ; de la même maniere, mais non avec la même vîteſſe que l'anneau lunaire dont nous venons de parler.

1241. REMARQUES. I°. Pour ſimplifier les choſes, nous avons ſuppoſé la terre immobile en T, & la lune errante autour de ce point immobile de la terre, toujours expoſée à peu près de la même maniere à l'action du ſoleil. Mais comme la terre, dans ſa révolution annuelle autour du ſoleil, emporte avec elle ſa planete ſecondaire ; la lune change ſans ceſſe de poſition à l'égard de la force perturbatrice : ce qui fait que cette force perturbatrice, plus grande dans le périhélie, plus petite dans l'aphélie, toujours en raiſon inverſe du quarré de la diſtance du ſoleil à la lune, tantôt plus & tantôt moins oblique à l'égard de cette planete, y opere ſucceſſivement des effets différents qui paroiſſent d'abord tout autant d'irrégularités dans ſon mouvement, & qui ne ſont que la ſuite d'une différente action ou application de la même cauſe.

II°. Pour ſimplifier encore les choſes, nous avons paru ſuppoſer que la force attractive du ſoleil fait ſans ceſſe rétrograder les nœuds de la lune : ce qui n'a lieu cependant dans chaque révolution, que dans la majeure partie de l'orbite lunaire, où l'action du ſoleil ſur la lune opere dans cette planete une tendance réelle & poſitive vers le ſoleil (1237, VII°). Ainſi l'action

attractive du ſoleil opere une rétrogradation réelle dans les nœuds de la lune, pendant chaque révolution de cette planete autour de la terre : mais cette rétrogradation, quoique périodique, n'eſt point uniforme & permanente pendant tout le mois lunaire. Les nœuds de la lune, dans leur révolution rétrograde & périodique, ſont quelquefois ſtationnaires, quelquefois plus & quelquefois moins rétrogrades. Cette révolution rétrograde des nœuds de la lune, tantôt ſuſpendue, & tantôt plus ou moins accélérée, s'acheve en près de 19 ans; ou plus préciſément en 18 ans 224 jours 5 heures, à l'égard du premier point du bélier. (*fig.* 22.)

III°. Cette même force perturbatrice, cette même action du ſoleil ſur la lune, opere auſſi une révolution dans le grand axe de l'orbite lunaire : mais une révolution directe & ſelon l'ordre des ſignes ; comme nous l'expliquerons ailleurs. Cette révolution BTD, *b*V*d*, *b*X*d*, *b*Z*d*, s'acheve en près de 9 ans ; ou plus préciſément, en 8 ans 309 jours 8 heures 20 minutes, à l'égard du premier point du bélier.

IV°. Cette même force perturbatrice, cette même action du ſoleil ſur la lune, fait varier auſſi l'inclinaiſon de l'orbite lunaire ſur le plan de l'écliptique, d'une quantité qui va juſqu'à 18 ſecondes (*fig.* 18). Cette inclinaiſon de l'orbite lunaire change quatre fois à chaque révolution; elle augmente deux fois & diminue deux fois. Elle eſt la plus grande, quand la ligne des nœuds concourt avec celle des quadratures : elle eſt la plus petite, lorſque la ligne des nœuds concourt avec celle des ſyzigies.

V°. La même force perturbatrice, la même action attractive du ſoleil, a priſe ſans doute

ſur les ſatellites de ſaturne & de jupiter : mais comme elle eſt toujours en raiſon inverſe des quarrés de ſa diſtance ; il eſt clair qu'elle doit produire ſur ces ſatellites, des effets beaucoup moindres que ſur la lune ; des effets trop peu conſidérables pour être apperçus de la terre.

SES PRINCIPALES RÉVOLUTIONS.

1242. OBSERVATION. On diſtingue dans la lune, outre la révolution de ſes nœuds & de ſes abſides, dont nous venons de parler, deux principales révolutions autour de la terre ; une révolution périodique à l'égard du premier point du bélier, & une révolution ſynodique à l'égard du ſoleil. (*fig.* 22.)

I°. La *révolution périodique* de la lune eſt le mouvement ABCDA autour de la terre, par lequel elle parcourt toute ſon orbite, à compter depuis ſon paſſage par le premier point du bélier, juſqu'à ſon retour dans le premier point du bélier. Par exemple,

Suppoſons que le premier point du bélier ſoit en L, dans le demi-cercle de latitude KLE : la lune en A, obſervée de la terre, eſt vue en L, ſans longitude & dans le premier point du bélier. Quand la lune aura fait ſa révolution ABCDA, elle ſera encore ſans longitude & dans le premier point du bélier : elle aura achevé ſa révolution autour du premier point du bélier ; révolution qui dure 27 jours 7 heures 43 minutes 5 ſecondes, c'eſt ſon *tems périodique.*

II°. La *révolution ſynodique* de la lune eſt une révolution de cet aſtre autour de la terre, à compter depuis une conjonction avec le ſoleil, juſqu'à la nouvelle conjonction avec le ſoleil : elle

eſt de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 ſecondes. C'eſt le *mois lunaire*, plus long que le tems périodique. Par exemple,

Suppoſons la lune en A, en conjonction avec le ſoleil. Si la terre reſtoit immobile en T, pendant tout le tems de la révolution lunaire ABCDA; la lune arrivée en A, ſeroit encore en conjonction avec le ſoleil; & le mois lunaire ſeroit égal au tems périodique.

Mais pendant que la lune fait ſa révolution périodique autour de la terre, la terre paſſe de T en M dans l'écliptique : ce qui change la poſition de la lune à l'égard du ſoleil. Car après avoir fait ſa révolution périodique ABCDA ou *abcda*; la lune en *a*, obſervée de la terre M, eſt vue en *k* dans le cercle de latitude KLE qui paſſe par le premier point du bélier L: la lune en *ak*, a donc fait une révolution à l'égard du premier point du bélier, ſans avoir fait une révolution à l'égard du ſoleil, dont elle eſt encore éloignée de tout l'eſpace intercepté dans l'angle *x* M *a* ou N M *k*. Pour achever ſa révolution à l'égard du ſoleil, la lune eſt obligée de parcourir encore l'arc *ax* de ſon orbite : ce qui exige encore 2 jours 5 heures 58 ſecondes.

On voit par-là pourquoi le mois périodique eſt plus court que le mois ſynodique. Le premier eſt égal ſimplement au tems employé à parcourir toute l'orbite lunaire : le ſecond eſt égal au tems employé à parcourir toute l'orbite lunaire *abcda*, plus l'arc *ax*. La lune en *x*, ſera dans la ligne ou dans le plan MS, qui paſſe par le centre du ſoleil; & paroîtra avoir fait ſimplement une révolution autour de cet aſtre.

SON MOUVEMENT DE ROTATION.

1243. OBSERVATION. La lune, dans ſa révolution périodique autour de la terre, nous préſente toujours la même face. Par exemple, ſuppoſons au milieu du diſque de la lune, qui eſt actuellement tourné vers la terre, une tache ſenſible & remarquable : cette tache ſera toujours à peu près au milieu du diſque tourné vers la terre, dans la nouvelle lune, dans le premier quartier, dans la pleine lune, dans le dernier quartier, dans la nouvelle lune ſuivante, & ainſi de ſuite. D'où il réſulte que *la lune fait une révolution ſur elle-même & autour de ſon axe, préciſément dans le même tems qu'elle fait une révolution périodique autour de la terre.*

Car il eſt clair qu'une perſonne qui tourne autour de moi en me regardant toujours, fait une révolution ſur une ligne menée de ſes pieds à ſa tête, *ou ſur ſon axe*, à meſure qu'elle fait une révolution autour de moi. Il eſt évident que la même choſe doit arriver à tout objet qui tourne autour d'un autre en le regardant toujours, ou en tournant toujours vers lui la même face.

1244. REMARQUE. Quoique la lune nous préſente toujours les mêmes taches ; ces taches paroiſſent cependant, dans chaque révolution de cette planete, avoir un petit mouvement particulier à l'égard de ſon centre. Elles paroiſſent s'en approcher tant en longitude qu'en latitude ; puis s'en écarter & ſe rétablir à peu près dans le même état : ce qui prouve que l'axe dont nous venons de parler, l'axe autour duquel tournent

toutes les parties de la lune dans chaque révolution périodique, a une petite vacillation qui l'incline alternativement d'une quantité très-petite, au nord, au midi, au levant, au couchant; & qui lui fait décrire irréguliérement une espece de petit cône de part & d'autre sur le centre de la lune. Ce mouvement s'appelle *libration de la lune;* parce qu'il affecte tout le corps & toutes les parties de cette planete.

ECLIPSES DE SOLEIL ET DE LUNE.

1245. DÉFINITION I. On nomme *éclipse de soleil*, une disparition de lumiere dans cet astre, causée par l'interposition de la lune entre la terre & le soleil : elle ne peut arriver que dans les conjonctions, c'est-à-dire, dans les nouvelles lunes. Par exemple (*fig.* 22),

La terre étant en T & la lune en A; il y aura éclipse de soleil, si la lune A est dans le plan ou très-près du plan de l'écliptique TVXZ. Mais si la lune A est à environ 34 minutes ou plus, hors du plan de l'écliptique; il n'y aura point d'éclipse de soleil : parce que la terre T verra le soleil S, par des rayons qui passent à côté de la lune, placée hors du plan de l'écliptique, & hors de la route qu'ils doivent suivre pour atteindre la terre T.

1246. DÉFINITION II. On nomme *éclipse de lune*, une cessation de lumiere dans cette planete, occasionnée par l'interposition de la terre entre le soleil & la lune : elle ne peut arriver que dans les oppositions, c'est-à-dire, dans les pleines lunes. Par exemple (*fig.* 22),

La terre étant en T & la lune en C; il y aura

éclipſe de lune, ſi la lune C eſt dans le plan ou très-près du plan de l'écliptique TVXZT. Mais ſi la lune C eſt hors du plan de l'écliptique d'une quantité d'environ 34 minutes ou plus, il n'y aura point d'éclipſe de lune : parce qu'alors la lune C ſera éclairée par des rayons ſolaires qui paſſent à côté de la terre toujours placée dans le plan de l'écliptique, & qui vont ſe rendre ſur la ſurface de la lune alors placée hors du plan de l'écliptique.

Dans les éclipſes de ſoleil, l'aſtre éclipſé ne perd point réellement ſa lumiere : mais cette lumiere, toujours la même dans le ſoleil, n'arrive point juſqu'à la partie de la terre qu'elle iroit éclairer ; parce qu'elle eſt arrêtée dans ſa route, par la ſurface impénétrable de la lune placée entre le ſoleil & la terre. Dans les éclipſes de lune, l'aſtre éclipſé perd réellement ſa lumiere : parce que la lune n'a de lumiere qu'autant qu'elle en reçoit du ſoleil ; & qu'elle n'en peut recevoir du ſoleil, quand elle eſt placée dans l'ombre de la terre.

1247. DÉFINITION III. On nomme *cône ombreux* d'une planete, l'ombre que le diſque de la planete, moindre que le diſque du ſoleil, forme & traîne toujours derriere elle à l'oppoſite du ſoleil, en forme d'un cône dont la baſe eſt un cercle de la planete, & dont l'axe eſt une ligne droite qui enfile & le centre de la planete & le centre du ſoleil. L'axe du cône ombreux de la terre eſt toujours dans le plan de l'écliptique : l'axe du cône ombreux des autres planetes principales ou ſecondaires n'eſt dans le plan de l'écliptique, que lorſque le centre de ces planetes ſe trouve dans le plan de l'écliptique. (*fig.* 20, 19.)

Par exemple, A V B eſt le cône ombreux de la terre : LTH eſt le cône ombreux de la lune. Il eſt clair que ces deux cônes ombreux auront d'autant moins de longueur, que leur planete ſera placée plus près du ſoleil ; & que le corps qui traverſera ces cônes ombreux, eſſuiera une éclipſe d'autant plus grande & plus longue, qu'il paſſera plus près & de l'axe & de la baſe du cône qui lui ravit la lumiere du ſoleil.

1248. DÉFINITION IV. Les éclipſes prennent différents noms, ſelon les différences qui les caractériſent :

I°. On nomme *éclipſes centrales*, celles où le centre de l'aſtre éclipſé paſſe dans l'axe du cône ombreux : dans ce cas, le centre du ſoleil, du globe éclipſé, & du globe éclipſant, ſe trouvent dans une même ligne droite, au milieu de l'éclipſe. Par exemple (*fig.* 20), l'éclipſe de lune eſt centrale en L : de même (*fig.* 19), l'éclipſe de ſoleil eſt centrale en N.

II°. Dans les éclipſes de ſoleil, on nomme *éclipſes annulaires*, celles où le milieu de cet aſtre eſt caché par la lune ; tandis qu'on voit paroître encore dans la circonférence de ſon diſque, un anneau de lumiere. Ces ſortes d'éclipſes ont lieu, quand la lune M ſe trouve apogée au tems où elle éclipſe centralement le ſoleil.

III°. On nomme *éclipſes totales*, celles où la lumiere de l'aſtre éclipſé diſparoît entiérement. Une éclipſe de lune eſt totale (*fig.* 20), quand la lune, en L ou en P, eſt plongée toute entiere dans le cône ombreux de la terre. Une éclipſe de ſoleil eſt totale pour un lieu N (*fig.* 19), quand la lune LH cache totalement la vue du ſoleil à ce lieu. Si la lune eſt périgée & ſans

latitude en LH, l'éclipse de soleil qu'elle occasionne, sera, & centrale, & totale, & avec demeure. Si la lune est apogée & sans latitude en M, cette éclipse sera centrale & annulaire.

IV°. On nomme *éclipses partiales*, celles où la lumiere de l'astre éclipsé ne disparoît que dans une partie de son disque. Quand, dans une éclipse de lune, le disque visible de la lune est en partie dans le cône ombreux, & en partie hors du cône ombreux pendant tout le tems de l'éclipse; cette éclipse est partiale. Quand, dans une éclipse de soleil, la lune, en passant sur cet astre, ne cache toujours qu'une portion plus ou moins grande du disque solaire, cette éclipse est partiale.

1249. DÉFINITION V. On nomme *pénombre* dans les éclipses des planetes, une diminution plus ou moins grande de lumiere dans leur disque éclairé; ou la partie de ce disque qui est hors de la lumiere, & qui est en même tems privée d'une partie de la lumiere solaire. Par exemple (*fig.* 20),

La lune en M n'est pas encore éclipsée: parce qu'elle est encore éclairée par une certaine portion de rayons solaires FAM. Mais elle est déja dans la pénombre; parce que le globe terrestre T intercepte une grande portion des rayons solaires qui iroient l'éclairer. De même (*fig.* 19):

Quand le lieu N est totalement plongé dans l'ombre de la lune, les lieux voisins C & D sont dans la pénombre; parce qu'ils ne sont plus éclairés que par une portion plus ou moins grande du disque solaire. Dans une éclipse de soleil, les lieux qui sont dans la pénombre ne

voient qu'une portion du disque solaire.

1250. REMARQUE I. Dans une éclipse de soleil, la lune passe, d'occident en orient, devant le soleil: dans une éclipse de lune, la lune passe derriere la terre & dans le cône ombreux de la terre. Et comme la lune parcourt douze ou treize fois le zodiaque d'occident en orient, tandis que le soleil ne fait dans le même zodiaque qu'une seule révolution réelle ou apparente dans le même sens; c'est aussi dans ce sens, c'est-à-dire, d'occident en orient, que la lune gagne le soleil de vîtesse: d'où il arrive que l'on voit toujours le soleil RSV commencer à s'éclipser par son bord occidental R; & la lune *mn*, par son bord oriental *n*. (*fig.* 19 & 20.)

I°. Dans chaque éclipse de soleil & de lune, ou de telle autre planete, on observe principalement trois choses; savoir, l'*immersion*, ou l'entrée de l'astre dans l'ombre; le *milieu de l'éclipse*; & l'*émersion*, ou la sortie de l'astre éclipsé hors de l'ombre. Quand le soleil est éclipsé, le cône ombreux LTH de la lune, paroît prolongé indéfiniment au-delà du soleil; & le soleil, observé d'un point N, semble entrer dans ce cône ombreux RTV par le côté R, pour en sortir ensuite par le côté V.

II°. Pour déterminer la grandeur d'une éclipse, on suppose divisé en douze parties égales, qu'on nomme *doigts écliptiques*, le diametre de l'astre éclipsé qui passe par le centre de l'ombre au milieu de l'éclipse: puis, en comptant combien de parties de ce diametre sont couvertes par l'ombre, on dit que telle éclipse a été ou sera de 4, ou de 6, ou de 9, ou de 11 doigts; & ainsi du reste.

1251. REMARQUE II. Les *éclipſes de ſoleil* ne ſont point univerſelles, & ne commencent point à la même heure pour toutes les contrées où elles ſont obſervées. Par exemple (*fig.* 19):

I°. L'éclipſe de ſoleil RLTHV, que nous ſuppoſerons centrale & totale, commencera en C; paſſera de C en N, de N en D; & ira finir en D: mais elle finira en C, quand elle commencera plus loin en N ou en D.

II°. Cette éclipſe ne ſera point viſible pour toute la terre, mais ſeulement ſur une petite zone terreſtre où ſe promenera le cône ombreux de la lune. Les contrées ſituées en-deçà ou en-delà de cette zone, que ſemble balayer le cône ombreux de la lune, reſteront librement expoſées aux rayons du ſoleil, & ne ſouffriront aucune éclipſe.

1252. REMARQUE III. Les *éclipſes de lune* au contraire ſont univerſelles, commencent & finiſſent au même inſtant, pour toutes les contrées où le diſque éclairé de la lune ſeroit viſible, s'il n'y avoit point d'éclipſe. (*fig.* 20.)

I°. Elles ſont univerſelles, en ce ſens qu'elles s'apperçoivent également & de la même maniere, par-tout où le diſque de la lune ſeroit vu, s'il n'étoit pas éclipſé par la terre. Par exemple, le commencement de l'éclipſe en M, le milieu de l'éclipſe en L, la fin de l'éclipſe en N, ſont vus indifféremment, & du point A, & du point D, & du point B, & de tous les points de la ſurface terreſtre qui eſt tournée vers la lune éclipſée. Cette éclipſe de lune eſt donc univerſelle pour tous les peuples qui habitent cette partie de la ſurface terreſtre.

II°. Elles commencent & finiſſent au même

instant pour tous les peuples qui l'observent; savoir, à l'instant où commence l'immersion M, & où finit l'émersion N : puisque ces instants sont ceux où la planete éclipsée entre dans le cône ombreux, & sort du cône ombreux AVB.

Cette identité de tems dans le commencement, dans le milieu, & dans la fin des éclipses de lune, sert à déterminer les longitudes terrestres; ou à faire connoître de combien de degrés, de minutes, de secondes, un lieu est plus à l'orient que l'autre. Par exemple, supposons que ADB représente l'équateur ou un cercle parallele à l'équateur. L'immersion commence au même instant pour la ville *d* & pour la ville D. Supposons que cet instant de l'immersion soit minuit pour la ville D, & onze heures pour la ville *d*. Il est clair que la ville D est plus orientale que la ville *d*; & que leur différence de longitude est l'arc que parcourt le soleil dans sa révolution diurne en une heure de tems, c'est-à-dire, un arc de 15 degrés: donc la ville *d* & la ville D different en longitude, de 15 degrés: donc l'arc terrestre *d*D, semblable à l'arc que parcourt ou semble parcourir le soleil dans le ciel en une heure de tems, est de 15 degrés : & ainsi du reste.

1253. REMARQUE IV. Si l'orbite de la lune, au lieu d'être inclinée d'environ 5 degrés sur le plan de l'écliptique, étoit couchée sur ce plan de l'écliptique & confondue avec lui; chaque révolution synodique de la lune (1242) donneroit une éclipse de soleil dans la conjonction, & une éclipse de lune dans l'opposition (1234). Mais comme il n'y a jamais que deux points de cette orbite qui soient dans le plan de l'éclip-

tique ; & que ces deux points, qu'on nomme les nœuds de la lune ou de l'orbite lunaire, ſont ſouvent très-éloignés des conjonctions & des oppoſitions ; il doit arriver très-ſouvent que dans les conjonctions & dans les oppoſitions de la lune avec le ſoleil, la lune écartée tantôt d'un degré, tantôt de deux, de trois, de quatre ou de cinq degrés du plan de l'écliptique, ne donne & ne ſouffre aucune éclipſe. En général (*fig.* 19, 20) :

I°. Il y a *éclipſe de ſoleil*, toutes les fois que la latitude de la lune en conjonction, eſt moindre que le demi-diametre apparent du ſoleil, plus le demi-diametre apparent de la lune. Et comme la ſomme de ces deux demi-diametres fait au plus 33 ou 34 minutes, & au moins 30 ou 31 minutes (1224) ; il n'y aura point d'éclipſe de ſoleil, quand la lune en conjonction aura plus de 34 minutes de latitude. Il y aura toujours éclipſe de ſoleil, quand la lune en conjonction aura moins de 30 minutes de latitude ; & cette éclipſe de ſoleil ſera d'autant plus grande, que la latitude actuelle de la lune approchera plus de zéro.

II°. Il y a *éclipſe de lune*, toutes les fois que la latitude de la lune en oppoſition, eſt moindre que le demi-diametre apparent de la lune, plus le demi-diametre apparent de l'ombre terreſtre, pris dans l'endroit où la lune traverſe le cône ombreux.

1254. REMARQUE V. On conçoit, d'après tout ce que nous venons de dire, & ſur la lune, & ſur les éclipſes, comment il eſt poſſible de calculer les éclipſes de ſoleil & de lune à l'infini, ſoit pour le paſſé, ſoit pour l'avenir. Il

s'agit pour cela de combiner enſemble, le mouvement périodique de la lune autour de la terre & du zodiaque, le mouvement périodique & rétrograde des nœuds de la lune autour de l'écliptique, le mouvement périodique du ſoleil ou de la terre autour de la même écliptique.

Quand la lune & un de ſes nœuds, vus de la terre, coïncident ſur le lieu de l'écliptique où doit être le ſoleil; il doit y avoir pour ce tems, éclipſe de ſoleil. Quand la lune & un de ſes nœuds, vus de la terre, coïncident ſur un point du ciel diamétralement oppoſé au lieu où doit être au même inſtant le ſoleil; il doit y avoir pour ce tems, éclipſe de lune. En ſuivant, & en déterminant ſucceſſivement la différente poſition des nœuds de la lune à l'égard de la lune & du ſoleil; on trouvera, ſoit pour le paſſé, ſoit pour l'avenir, toutes les poſitions poſſibles qui ont dû, ou qui devront donner éclipſe plus ou moins grande de ſoleil ou de lune.

Comme le calcul des eclipſes paſſées & futures eſt néceſſairement très-difficile & très-compliqué; nous nous abſtiendrons ici de le développer, nous contentant d'avoir fait entrevoir les principes d'où il doit dépendre. Les perſonnes qui voudront ſe donner la peine, ou le plaiſir de ce calcul, pourront conſulter l'aſtronomie des Caſſini ou des de la Lande: elles y trouveront, non des méthodes aveugles & fautives, mais des méthodes ſcientifiques & auſſi lumineuſes que le ſouffre la difficulté de la matiere.

ARTICLE

ARTICLE TROISIEME.

THÉORIE DES LOIX DE KEPLER.

1255. OBSERVATION I. AVANT Kepler, on se bornoit à observer soigneusement les divers mouvements de chaque planete en particulier dans les différents points de son orbite; sans penser que ces mouvements fussent soumis à aucune loi commune, & que la connoissance de l'un pût mener à la connoissance de l'autre. Ce grand astronome, voyant que les planetes mettoient d'autant plus de tems à faire leur révolution autour du soleil, qu'elles en étoient plus éloignées; & s'étant bien assuré que la vîtesse réelle d'une même planete, plus ou moins éloignée du soleil, de mars par exemple, croît de plus en plus depuis l'aphélie jusqu'au périhélie, décroît ensuite de moins en moins depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie; osa soupçonner que ce mouvement de chaque planete, dans les différents points de son orbite, devoit avoir *quelque rapport*, & avec la durée de sa révolution, & avec son éloignement du soleil. Il chercha donc ce double rapport; &, après mille & mille fausses suppositions, il trouva enfin la véritable; c'est-à-dire, qu'il découvrit le grand secret de la nature, ou les *deux loix générales* selon lesquelles tous les astres errants font leurs révolutions périodiques autour de leur centre de mouvement.

Ces deux loix, auxquelles la postérité a conservé le nom du grand homme qui les découvrit, constatées par les observations astronomiques, appuyées sur des principes physiques, suscep-

tibles de toute la rigueur des démonſtrations & des calculs mathématiques, ſont regardées par tous les aſtronomes, comme deux vérités fondamentales, comme deux axiomes qui doivent ſervir de baſe à toute la théorie aſtronomique. Avant de les expoſer & de les développer, il eſt à propos de donner quelques définitions & quelques connoiſſances, d'où dépend néceſſairement leur intelligibilité.

1256. OBSERVATION II. Il conſte par les obſervations aſtronomiques, qu'une même planete quelconque, mars par exemple, en faiſant ſa révolution périodique autour de ſon centre de mouvement, a une vîteſſe réelle d'autant plus grande, qu'elle eſt plus près de ſon centre de mouvement; d'autant plus petite, qu'elle eſt plus loin de ſon centre de mouvement. Par exemple (*fig.* 23):

La planete quelconque T, en faiſant ſa révolution périodique autour de ſon centre de mouvement S, a ſa plus petite vîteſſe réelle en T; &cette vîteſſe augmente ſucceſſivement & continuellement de T en A, de A en B, de B en C, de C en D, de D en E, où elle eſt dans ſon plus grand point d'accroiſſement. Enſuite, depuis le point E, cette vîteſſe diminue ſucceſſivement & continuellement dans la même proportion, de E en F, de F en G, de G en H, de H en I, de I en T, où la vîteſſe ceſſe de diminuer pour recommencer à croître.

I°. Comme la planete, principale ou ſecondaire, dans les différents points de ſon orbite, ſe trouve toujours à l'extrêmité d'un rayon plus ou moins long, qui ſemble la *porter* & qui aboutit à ſon centre de mouvement; on nomme ces

différents rayons ST, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, *rayons vecteurs.*

II°. Comme la planete, en paſſant du point T à un autre point A de ſon orbite, ſemble toujours portée par ſon rayon; ce rayon, tantôt croiſſant & tantôt décroiſſant, étant ſuppoſé laiſſer des traces de lui-même dans tous les points où il paſſe, forme un triangle mixtiligne TSAT. L'eſpace renfermé entre deux rayons vecteurs & l'arc qu'ils interceptent dans l'orbite de la planete, ſe nomme *aire du triangle.* L'eſpace TSAT eſt l'aire d'un triangle : l'eſpace DSED eſt l'aire d'un autre triangle.

1257. OBSERVATION III. Il eſt clair que la planete, principale ou ſecondaire T, ne peut décrire une courbe rentrante ſur elle-même autour de ſon centre de mouvement S, ſans avoir dans chaque point de ſon orbite, une force TM dans la direction de la tangente, & une autre force TN dans la direction du rayon. Si la planete en T n'avoit que la force TM, elle ſe mouvroit à l'infini dans la direction TM prolongée, ſans ſe détourner vers les points A & B. Si la même planete en T n'avoit que la force TN, elle tendroit uniquement vers le centre de ſon mouvement S, ſans s'écarter vers les points A & B. En vertu de ces deux forces conſpirantes TM & TN, la planete parcourt à chaque inſtant dans un point quelconque de ſon orbite, la petite diagonale TA d'un petit parallélogramme formé ſur la direction & ſur la proportion actuelle de ces deux forces, comme nous l'avons déja expliqué ailleurs. (362.)

I°. La force TM, en vertu de laquelle la planete en un point quelconque T de ſa courbe,

tend à s'enfuir par la tangente, ſe nomme *force projectile.*

II°. La force TN, par laquelle la planete en un point quelconque T de ſa courbe, tend vers le centre S de ſon mouvement, ſe nomme *force centrale*, ou force centripete.

III°. La force par laquelle la planete, en un point quelconque T de ſa courbe, tend à s'éloigner de ſon centre de mouvement, ſe nomme *force centrifuge.* On va voir quelle différence il y a entre la force projectile & la force centrifuge.

1258. ASSERTION I. *La force centrifuge naît de la force projectile, mais elle n'eſt pas la même choſe que la force projectile.* (fig. 24.)

EXPLICATION. Soit AB la force projectile de la planete A pour un jour, ou la quantité d'eſpace qu'elle parcourroit en un jour par la tangente à ſa courbe, ſi elle n'étoit détournée de cette direction par aucune force centrale. La planete A, en vertu de ſon mouvement projectile AB, iroit en un jour de A en B, & s'éloigneroit de ſon centre C, de la quantité DB: cette quantité DB exprime la valeur de la *force centrifuge*, née de la force projectile AB, mais moindre que cette force projectile qui n'eſt pas employée toute entiere à éloigner le mobile A de ſon centre C.

I°. Un mobile qui décrit un cercle autour de ſon centre de mouvement, eſt par-tout à égale diſtance de ce centre de mouvement: donc dans un mobile qui décrit un cercle, la force centrifuge eſt conſtamment & perſévéramment égale à la force centripete; puiſque ſi l'une de ces

deux forces oppoſées prévaloit ſur l'autre, le mobile s'approcheroit ou s'éloigneroit de ſon centre de mouvement.

Le mobile A, livré à la force projectile AB, ne peut aller en D, toujours à égale diſtance de ſon centre de mouvement C, ſans avoir ſur chaque point de ſa courbe, une force centripete AX, préciſément égale à la force centrifuge DB. Autant que la force DB tend à éloigner le mobile de ſon centre; autant préciſément la force égale & oppoſée AX tend à l'en rapprocher; & l'égalité de diſtance au centre ſubſiſte.

II°. Un mobile qui décrit une ellipſe A *m* ou A *n* autour de ſon centre de mouvement, s'approche ou s'éloigne ſucceſſivement de ce centre de mouvement : donc *dans un mobile qui décrit une ellipſe, la force centrifuge eſt tantôt plus grande & tantôt plus petite que la force centripete.*

Quand le mobile va de A en *n*, il s'éloigne de ſon centre de mouvement, de la quantité D *n*: donc la force centrifuge l'emporte ſur la force centripete, d'une quantité égale à D *n*. Quand le mobile va de A en *m*, il s'approche de ſon centre de mouvement de la quantité D *m* : donc la force centripete l'emporte ſur la force centrifuge, d'une quantité égale à D *m*.

III°. Nous ferons voir ailleurs que ces deux forces variables croiſſent & décroiſſent ſelon différentes proportions; que la *force centripete* eſt toujours en raiſon inverſe des quarrés des diſtances (1273); & que la *force centrifuge* eſt toujours en raiſon inverſe des cubes des diſtances (1298). Par exemple,

Si on compare la *force centripete* d'un mobile

en A, à la force centripete du même mobile en *m*; cette force eſt en A, comme le quarré de la diſtance *m*C; & en *m*, comme le quarré de la diſtance AC. Si on compare enſuite la *force centrifuge* du même mobile en A, à la force centrifuge du même mobile en *m*; cette force ſera en A, comme le cube de la diſtance où du rayon vecteur *m*C; & en *m*, comme le cube du rayon vecteur AC. Dans le cercle, ou les diſtances, meſurées par les rayons vecteurs AC & DC, ſont toujours égales; la force centrifuge & la force centripete une fois égales, reſtent toujours égales.

1259. ASSERTION II. *La planete* A, *livrée à la force projectile* AB *& à la force centrale* AX, *ſoit qu'elle décrive un cercle, ſoit qu'elle décrive une ellipſe, reſte toujours dans un plan formé ſur les deux directions de la force projectile & de la force centrale; & ce plan paſſe par le centre* C *de mouvement.* (fig. 24.)

EXPLICATION. La raiſon en eſt, que la force projectile & la force centrale, égales ou inégales, qui voiturent la planete dans ſon orbite, n'ont aucune impulſion qui tende hors d'un plan qui paſſeroit par leurs deux directions. La planete, livrée à ces deux forces, dont l'une ſe convertit en partie en force centrifuge, n'a donc rien qui puiſſe la porter hors de ce plan: elle doit par conſéquent reſter toujours dans ce plan, plus ou moins loin de ſon centre de mouvement.

I°. Si la planete A exiſtoit ſeule dans la nature plus ou moins loin du ſoleil, ſa courbe, vue du centre du ſoleil, répondroit éternellement

aux mêmes points du ciel MNOP, pendant chaque révolution : elle feroit toujours dans un même plan indéfini, qui pafferoit par le centre du foleil C, & par les points FAB *n* D *m*.

II°. Mais fi la même planete A eft alternativement attirée vers le nord ou vers le midi par d'autres planetes ou cometes ; elle pourra fortir de fon plan primitif, tantôt s'éloignant & tantôt fe rapprochant de fon plan primitif. Delà réfultera une courbe variable & plus ou moins irréguliere.

III°. Mais comme l'action attractive qu'ont les planetes les unes fur les autres, eft très-peu confidérable en comparaifon de l'action attractive immenfément plus grande du foleil (1445) ; il s'enfuit que chaque planete principale, auffi bien que chaque comete, doit refter fenfiblement dans le même plan primitif, ou ne s'en écarter que d'une quantité comme infiniment petite qui ne pourra point être apperçue : delà l'immobilité fenfible de leurs plans, & l'inclinaifon fixe & conftante de leurs orbites fur le plan de l'écliptique. (1180.)

PREMIERE LOI.

1260. *Les aires des triangles que décrivent les rayons vecteurs d'une même planete, pendant fa révolution périodique autour de fon centre de mouvement, font proportionnelles aux tems employés à les parcourir.* (fig. 23.)

EXPLICATION. Cette loi fignifie que, quoiqu'une planete ait tantôt plus & tantôt moins de vîteffe dans fon orbite, & que les arcs que décrit ou parcourt fon centre dans un tems

donné, ſoient tantôt plus & tantôt moins grands; les aires des triangles que décrivent ſes rayons vecteurs, ſont toujours comme les tems employés à les parcourir; égales dans des tems égaux, doubles dans un tems double, quadruples dans un tems quadruple; & ainſi du reſte. Par exemple,

Suppoſons que la courbe TCEGT, repréſente l'orbite que décrit autour du ſoleil le centre de jupiter en douze ans: l'aire TSAT, parcourue dans la premiere année, ſera égale à l'aire ASBA, parcourue dans la ſeconde année: l'aire BSDCB, parcourue en deux ans, ſera préciſément double de chacune des deux précédentes: l'aire DSED, parcourue en un an, ſera préciſément la moitié de la précédente. Ce que nous diſons ici des aires parcourues en une année, on peut le dire de même des aires parcourues en un mois, en un jour, en une heure, en une minute, en une ſeconde: la grandeur des aires eſt toujours & par-tout proportionnelle à la grandeur des tems. De ſorte qu'en connoiſſant la durée de la révolution périodique d'une planete, & la grandeur de l'aire qu'elle parcourt en un tems déterminé; on connoît la grandeur entiere de toute ſon aire, ou de l'eſpace renfermé dans toute ſon orbite.

Selon cette loi, les deux triangles mixtilignes TSAT, ASBA, que nous ſuppoſerons parcourus en tems égaux, ſont égaux entre eux en ſurface; & cependant l'arc TA du premier eſt plus petit que l'arc AB du ſecond: parce que la vîteſſe de la planete eſt plus petite en TA, qu'en AB. Il faut donc, pour que l'égalité de ſurface ſubſiſte entre ces deux triangles, que l'un gagne par

l'aggrandiſſement de ſon arc, autant qu'il perd par la diminution de ſes côtés ; & que la planete s'approche d'autant plus de ſon centre, qu'elle acquiert plus de vîteſſe, & qu'elle parcourt un plus grand arc dans un même tems.

Telle eſt la premiere des deux fameuſes loix de Kepler ; loi conſtatée par l'expérience, & que tous les aſtronomes reconnoiſſent unanimement avoir lieu, non ſeulement dans les mouvements des planetes & des cometes autour du ſoleil, mais encore dans les mouvements des planetes ſecondaires autour de leur planete principale, par exemple, de la lune autour de la terre.

Cette premiere loi de Kepler eſt le fondement inébranlable de toute la théorie de Newton ſur l'attraction. Ce grand géometre, après avoir démontré par la voie des obſervations que la peſanteur des corps étoit toujours en raiſon inverſe des quarrés de leurs diſtances, fit voir par un enchaînement de démonſtrations géométriques, également lumineuſes & profondes, que cette premiere loi de Kepler ne pouvoit avoir lieu, ſans que la *force centrale* d'une même planete ou comete quelconque augmentât & diminuât alternativement en raiſon inverſe des quarrés des diſtances ; ſans que la *force centrifuge* de la même planete ou comete augmentât ou diminuât alternativement en raiſon inverſe des cubes des diſtances, ou des cubes de ſes différents rayons vecteurs, tantôt plus & tantôt moins longs : de ſorte que la théorie géométrique de Newton ſur le mouvement des planetes & des cometes autour de leur centre de mouvement, n'eſt qu'une dépendance ou un

corollaire d'une loi que l'expérience & l'obſervation avoient fait connoître ; & que cette loi, manifeſtée par l'expérience & par les obſervations aſtronomiques, n'eſt qu'une conſéquence néceſſaire de la théorie du mouvement, tel que nos yeux nous le montrent dans les aſtres errants. Quel triomphe pour Kepler, s'il avoit pu découvrir ou prévoir que ſes obſervations n'étoient qu'une dépendance des principes géométriques & des cauſes phyſiques !

SECONDE LOI.

1261. *Les planetes principales, placées à différentes diſtances du ſoleil, font chacune leur révolution périodique autour de cet aſtre, centre commun de leur mouvement ; en telle ſorte que les quarrés de leurs tems périodiques ſont entre eux, comme les cubes de leurs diſtances*, leſquelles feront exprimées par les racines cubiques de ces cubes. $tt : TT :: d3 . D3$.

EXPLICATION. Kepler, après avoir déterminé la durée préciſe de la révolution de chaque planete principale, après avoir cherché par le moyen de la parallaxe la diſtance moyenne des différentes planetes au ſoleil, découvrit qu'il y avoit un rapport général & conſtant entre la durée des révolutions & la diſtance moyenne des différentes planetes ; & ce rapport eſt celui qu'énonce cette ſeconde loi : loi célebre & fondamentale, qui conſtatée, ainſi que la précédente, & par les obſervations aſtronomiques & par des démonſtrations géométriques, ſoumet à la lumiere & à la préciſion du calcul, tous les mouvements des planetes & des cometes dont on connoît les tems périodiques.

Soit que l'on compare les tems périodiques connus, aux distances moyennes, dont l'une seroit inconnue ; soit que l'on compare les distances moyennes connues, aux tems périodiques dont l'un seroit inconnu ; on trouve toujours la quantité inconnue, par le moyen d'une simple regle de trois, en prenant pour un des termes de la proportion, la distance moyenne de la terre, qui est la plus facile à connoître & la mieux connue de toutes (1221), en cette maniere : le quarré du tems périodique de la terre, est au quarré du tems périodique de saturne, par exemple ; comme le cube de la distance moyenne de la terre, est à x qui sera le cube de la distance moyenne de saturne. Les trois premiers termes connus font trouver aisément le quatrieme, dont il faudra extraire la racine cubique ; & cette racine cubique exprimera la distance moyenne de saturne, qu'on cherchoit. On trouvera dans nos éléments de mathématique, une méthode facile pour extraire, & les racines cubiques, & les racines quarrées d'un nombre quelconque. (*Math.* 129, 145.)

Cette seconde loi de Kepler s'observe & se vérifie dans toutes les planetes principales, pendant leur révolution périodique autour du soleil ; comme on peut aisément s'en convaincre, en l'appliquant successivement aux différentes planetes dont le tems périodique & la distance moyenne étoient connus antécédemment à cette loi. Depuis qu'on a analysé & développé cette loi, & qu'on a reconnu qu'elle convient généralement à tout corps qui décrit autour d'un centre une courbe rentrante sur elle-même ; on l'a appliquée aussi aux cometes, qui décrivent

des ellipſes immenſément excentriques autour du ſoleil ; & aux planetes ſecondaires, qui décrivent des ellipſes plus ou moins excentriques autour de leur planete principale ; & les obſervations ont démontré que la théorie étoit exacte, que l'application étoit juſte, & que cette loi avoit lieu non-ſeulement à l'égard des planetes principales, mais encore à l'égard des cometes, & à l'égard des différents ſatellites d'une même planete.

1262. COROLLAIRE. *Dans les révolutions des planetes & des cometes autour du ſoleil, les tems périodiques ſont entre eux, comme les racines quarrées des cubes des diſtances moyennes ; & les diſtances moyennes ſont entre elles, comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques.*

DÉMONSTRATION. On ſait que toute grandeur mathématique peut être conſidérée, ou comme une racine, qui n'eſt produite par rien ; ou comme un quarré, qui eſt produit par ſa racine quarrée ; ou comme un cube, qui eſt produit par ſa racine cubique : ainſi tt, par exemple, peut être conſidéré, ou comme une racine ; ou comme un quarré, dont la racine eſt t; ou comme un cube, dont la racine x, multipliée par elle-même, & multiplant ſon produit, donneroit une grandeur égale à tt.

On ſait auſſi que toute proportion géométrique donne toujours un rapport permanent entre les racines $a . b :: c . d$; entre les quarrés $aa . bb :: cc . dd$; & entre les cubes $aaa . bbb :: ccc . ddd$; & réciproquement (*Math.* 225, 228). Ainſi,

I°. Puiſque ſelon la loi précédente, $tt = d3$; en diviſant ces deux grandeurs égales, que nous conſidérerons ici comme deux quarrés, par la

grandeur qui les produit & qui eſt leur racine quarrée, on aura $\sqrt{tt}$ ou $t = \sqrt{d3}$: donc puiſque $tt . TT :: d3 . D3$; on aura $t . T :: \sqrt{d3} . \sqrt{D3}$. Donc les tems périodiques ſont entre eux, comme les racines quarrées des cubes des diſtances.

Cette regle induit quelquefois en erreur les commençants, qui s'imaginent que les racines quarrées des cubes des diſtances ſont les diſtances elles-mêmes. Ils ſe trompent : ces racines ſont des quantités proportionnelles qu'il faut élever à leurs quarrés, pour en extraire les racines cubiques, leſquelles exprimeront les diſtances reſpectives. Par exemple, dans cette proportion, le tems périodique de la terre 1, eſt au tems périodique de mars 2; comme 1000000, racine quarrée du cube de 10000 diſtance moyenne de la terre, eſt à x ou à 2000000, qui ſera la racine quarrée du cube de la diſtance moyenne de mars. Elevez ces deux racices 1000000 & 2000000 à leurs quarrés : vous aurez les cubes des deux diſtances moyennes. Extrayez la racine cubique des 2 cubes 1000000000000 & 4000000000000 : ces deux racines cubiques 10000 & 15874 environ, exprimeront en moyens diametres de la terre, les diſtances moyennes de la terre & de mars au ſoleil.

Mais la diſtance moyenne de mars, 15874, eſt un peu trop grande : parce qu'on a ſuppoſé ſon tems périodique égal à deux ans, quoiqu'il ne ſoit pas même de 23 mois : le nombre 2, trop grand, a donné, & une racine quarrée, & un cube trop grands. En prenant le tems de la terre & de mars en heures, on trouvera par la même méthode, la diſtance moyenne de mars, juſte & préciſe. (1186.)

II°. Puiſque ſelon la loi précédente $tt = d3$; en conſidérant ces deux grandeurs égales comme deux cubes, on verra que la racine cubique de la premiere eſt néceſſairement égale à la racine cubique de la ſeconde, laquelle exprime une diſtance. Donc, en réduiſant ces deux cubes égaux à leur racine cubique, on aura $\sqrt[3]{d3}$ ou $d = \sqrt[3]{tt}$: donc puiſque $tt . TT :: d3 . D3$, on aura $d . D :: \sqrt[3]{tt} . \sqrt[3]{TT}$. Donc les diſtances moyennes ſont entre elles, comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques.

Donc, par exemple, la diſtance moyenne de la terre 10000, eſt à la diſtance moyenne de ſaturne x; comme la racine cubique du quarré du tems périodique de la terre, eſt à la racine cubique du quarré du tems périodique de ſaturne.

1263. PROBLÊME. *Étant donnés le tems périodique de la terre, la diſtance moyenne de la terre au ſoleil, le tems périodique d'une planete ou comete quelconque; trouver la diſtance moyenne de cette planete ou comete.*

SOLUTION. On peut réſoudre ce problême indifféremment, ou par le *rapport du quarré des tems aux cubes des diſtances*, ou par le *rapport des tems aux racines quarrées des cubes des diſtances*, ou par le *rapport des diſtances aux racines cubiques des quarrés des tems*. Nous allons donner un exemple relatif à chacun de ces rapports : le premier & le dernier nous paroiſſent plus ſimples ou moins embarraſſants que le ſecond.

I°. PREMIER RAPPORT. Les tems périodiques étant donnés, ou en années, ou en jours, ou en

heures, ou en minutes, selon qu'on voudra avoir plus de précision; on élevera séparément chacun des tems donnés, à son quarré. On prendra ensuite la distance moyenne de la terre, ou en parties proportionnelles 10000, qui expriment chacune environ un moyen diametre de la terre (1187); ou en parties absolues 30000000, qui répondent chacune à environ une lieue (1221). Enfin, d'après la seconde loi de Kepler, on fera la proportion suivante: le quarré du tems périodique de la terre, est au quarré du tems périodique de telle planete ou comete; comme le cube de la distance moyenne de la terre, est à x, qui sera le quatrieme terme dont la racine cubique exprimera la distance cherchée.

Par exemple, soit le tems périodique de la terre en heures 8766, dont le quarré est 76842756; le tems périodique de mercure en heures 2111, dont le quarré est 4456321; la distance moyenne de la terre 10000 parties ou moyens diametres terrestres, dont le cube est 1000000000000: on aura les trois premiers termes de la proportion suivante, 76842756 . 4456321 :: 1000000000000 . x. Divisez le produit des deux moyens par le premier extrême: vous aurez pour quotient 57992698534, qui sera le quatrieme terme de la proportion, ou le cube de la moyenne distance de mercure. Extrayez la racine cubique de ce quatrieme terme: vous trouverez pour racine cubique le nombre 3872, qui exprimera en parties proportionnelles ou en moyens diametres de la terre, la moyenne distance de mercure au soleil. (1186.)

Par exemple encore, soit le tems périodique de la terre, égal à 1 an; le tems périodique de

la comete de 1759, égal à 76 ans, dont le quarré est 5776 : vous aurez de même la proportion suivante; 1 . 5776 : : 1000000000000 . x. Le quatrieme terme 5776000000000000 est le cube de la distance moyenne de cette comete; & la racine cubique de ce quatrieme terme, racine égale à 179420 moyens diametres de la terre, exprimera la distance moyenne de cette comete au soleil.

II°. SECOND RAPPORT. En prenant le rapport des tems périodiques aux racines quarrées des cubes des distances, on aura cette proportion : le tems périodique de la terre, est au tems périodique de telle planete ou comete; comme la racine quarrée du cube de la moyenne distance de la terre, est à un quatrieme terme qu'il faudra élever à son quarré pour en extraire la racine cubique, qui exprimera la distance cherchée. Par exemple, soit en nombre ronds le tems périodique de la terre 1 an; le tems périodique de saturne 30 ans; la racine quarrée du cube de la moyenne distance de la terre 1000000 : on aura cette proportion; 1 . 30 : : 1000000 . x. Elevez le quatrieme terme à son quarré, & extrayez la racine cubique de ce quarré : vous aurez en parties proportionnelles, ou en moyens diametres de la terre, la distance moyenne de saturne. Mais pour avoir avec plus de précision cette distance moyenne de saturne, il faut exprimer les deux tems périodiques en jours ou en heures : parce que le tems périodique de saturne n'est pas tout-à-fait 30 fois plus grand que celui de la terre.

III°. TROISIEME RAPPORT. En prenant le rapport des distances moyennes aux racines cubiques

cubiques des quarrés des tems périodiques, on aura encore la proportion ſuivante: la diſtance moyenne de la terre, eſt à la diſtance moyenne de telle planete ou comete; comme la racine cubique du quarré du tems périodique de la terre, eſt à la racine cubique du quarré du tems périodique de telle planete ou comete. Par exemple, les quarrés des tems périodiques de la terre & de mercure étant donnés en heures, comme nous venons de les marquer, on aura: $10000 . x :: \sqrt[3]{76842756} . \sqrt[3]{4456321}$. Extrayez les racines cubiques des quarrés des tems périodiques: ces deux racines ſeront 425 & 164. Subſtituez ces deux racines à leurs nombres reſpectifs dans la proportion précédente, & vous aurez: $10000 . x :: 425 . 164$. En diviſant le produit des deux extrêmes par le moyen connu, vous aurez le quatrieme terme qui exprimera la diſtance moyenne de mercure.

Quand, en extrayant les racines cubiques des quarrés des tems périodiques, on a dans les deux nombres, des reſtes proportionnellement trop inégaux; il faut ajouter à chacun des quarrés des tems, trois ou ſix ou neuf zéros, & extraire la racine cubique de ces nombres ainſi augmentés proportionnellement (*Math.* 135). Par exemple, dans le cas préſent où la racine cubique 164 a un trop grand reſte; en ajoutant trois zéros aux quarrés des tems de la terre & de mercure, on aura reſpectivement pour racines cubiques 4251 & 1646; & la proportion $10000 . x :: 4251 . 1646$, donnera aſſez exactement la vraie diſtance de mercure 3872.

1264. REMARQUE. Comme cette ſeconde loi

de Kepler a lieu à l'égard de tous les corps qui décrivent une courbe rentrante sur elle-même autour d'un même centre de mouvement; étant donnés la distance moyenne d'un satellite à sa planete, le tems périodique de ce satellite A, le tems périodique d'un autre satellite B, on trouvera de même la distance moyenne du satellite B, qu'on suppose inconnue, en faisant l'une des trois proportions précédentes; par exemple, le quarré du tems périodique du satellite A, est au quarré du tems périodique du satellite B, comme le cube de la distance du premier, est au cube de la distance inconnue du second. Nous avons fait voir ailleurs comment on peut trouver la distance d'un satellite à sa planete. (1226.)

Il n'a manqué à la gloire de Kepler, en découvrant ces deux fameuses loix de la nature, que de démontrer qu'elles découloient de la théorie du mouvement & de la théorie de la pesanteur des corps. Ce qu'il ne fit pas, plusieurs géometres l'ont fait, d'après le grand Newton. Nous nous bornerons ici à poser les principes les plus lumineux & les plus sensibles de cette théorie.

PARAGRAPHE PREMIER.

THÉORIE DE LA PREMIERE LOI.

1265. THÉORÊME I. *Un corps qui se meut dans une courbe, est persévéramment animé de deux forces; l'une projectile & dans la direction de la tangente, l'autre centrale & dans la direction du rayon.* (fig. 23.)

DÉMONSTRATION. I°. Comme les corps ſont indifférents par leur nature au mouvement & au repos ; il eſt clair que ſi le corps T tend du point T au point A, il faut qu'il ait eu une impulſion ou l'équivalent d'une impulſion, capable de le tirer du point T, où par lui-même il reſteroit éternellement en repos.

II°. Comme un corps ne peut ſe mouvoir dans une courbe, ſans paſſer d'un point T de cette courbe au point ſuivant & contigu, & que deux points contigus d'une courbe forment néceſſairement une ligne droite ; il eſt clair que tout corps qui ſe meut dans une courbe, a un mouvement qui commence à chaque inſtant en ligne droite, dans la direction AM.

III°. Comme le mouvement tend par ſa nature à ſuivre ſa direction primitive en ligne droite ; il eſt clair que le mouvement qui s'effectue en ligne courbe, exige une force permanente, qui détourne à chaque inſtant le mobile de la ligne droite que forment néceſſairement deux points contigus, pour le faire paſſer à un troiſieme point qui ne ſera plus dans la direction des deux précédents. (308.)

IV°. Il faut donc que le mobile T, qui ſe porte de T en A, ait une force projectile TM dans la direction de la tangente, & une force centrale TN dans la direction du rayon ; & que ces deux forces ſubſiſtent & ſe contre-balancent perſévéramment dans le centre du mobile ſur chaque point T C E G T de ſa courbe, & pendant toute la durée de ſa révolution : ſoit que ces deux forces demeurent toujours conſtantes, ſoit qu'elles aient des variations dans leur intenſité ou dans leur grandeur abſolue. C. Q. F. D.

1266. THÉORÊME II. *Un corps livré à deux forces, l'une projectile & l'autre centrale, doit décrire une courbe concave, dont le plan passera par le centre de mouvement.* (fig. 23.)

DÉMONSTRATION. I°. Selon la théorie du mouvement composé (345), tout mobile livré à deux forces conspirantes doit décrire la diagonale d'un parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion des deux forces conspirantes. Donc le mobile T, tendant à s'enfuir par la tangente TM, & attiré vers S par une force centrale TN, doit décrire dans un tems infiniment court, la diagonale TA du parallélogramme TNAM. Donc le même mobile, sur un point quelconque de sa courbe, livré aux deux mêmes forces, doit décrire la diagonale d'un semblable parallélogramme, comme nous l'avons déja fait voir ailleurs (361, 362). Or il est clair que la somme de toutes ces diagonales infiniment petites, forme une courbe continue, dont la concavité est dirigée vers le centre de mouvement S.

II°. Le plan de cette courbe passera par le centre de mouvement S. Car quelle que soit la direction de la force projectile TM, soit qu'elle tende plus ou moins vers le nord, soit qu'elle tende plus ou moins vers le midi ou vers tel autre point quelconque; il est clair que du centre de mouvement S, on peut faire passer un plan par cette direction TM; & que la force centripete TN du mobile, sera toujours dans ce plan. Donc le mobile T se trouvera toujours dans ce plan; puisque le mobile n'a aucune force qui le porte hors de ce plan: donc la courbe plus

ou moins infléchie, qui ſera décrite par le centre du mobile, ſera toujours dans un plan qui paſſe par le centre de mouvement, où tend toujours l'impulſion de la force centrale. C. Q. F. D.

1267. REMARQUE. Avant de développer les effets que doivent produire la *force projectile* & la *force centrale* par leur action combinée ſur le mobile; il eſt néceſſaire d'obſerver & de connoître quelles variations ſouffrent ces deux forces dans les différentes poſitions qu'elles donnent au mobile, en le voiturant dans ſa courbe plus ou moins loin du centre de mouvement. Tels ſont les deux objets que nous allons tâcher de mettre à la portée de tout lecteur qui poſſede les plus ſimples éléments de la géométrie & de la phyſique.

VARIATIONS DANS LA FORCE CENTRALE.

1268. OBSERVATION. On a ſu de tout tems, que les corps terreſtres ont une *peſanteur*, & que cette peſanteur tend par-tout vers le centre de la terre. Mais il n'y a pas encore un ſiecle, qu'on ſait que cette peſanteur eſt *variable*; & qu'un même corps peſe moins ſous l'équateur qu'en France, moins en France que ſous le cercle polaire. (251, 1417.)

Cette découverte, qui fut faite en 1672, & qui a été confirmée & conſtatée depuis lors par une infinité d'expériences & d'obſervations toutes d'accord les unes avec les autres, apprit au monde ſurpris & étonné, que la peſanteur abſolue d'un même corps quelconque, alloit en décroiſſant depuis l'équateur juſqu'aux poles: mais elle ne lui apprenoit pas ſelon quelle pro-

portion ſe faiſoit cette diminution de peſanteur.

Dans un tems où l'on ignoroit encore ſi la terre étoit ſphérique, ou ſi elle étoit alongée ou applatie vers les poles, Newton découvrit & démontra que la peſanteur abſolue d'un même corps qui gravite vers le centre de la terre, eſt d'autant plus petite, que ce corps eſt plus loin du centre de la terre; d'autant plus grande, que ce corps eſt plus près du centre de la terre; & que cette peſanteur abſolue d'un même corps eſt toujours & par-tout en raiſon inverſe du quarré de ſes diſtances au centre de la terre. Il réſultoit de cette théorie de Newton ſur la peſanteur, que la terre devoit être applatie vers les poles, où les corps peſent plus; & alongée ou renflée vers l'équateur, où les corps peſent moins: les obſervations & les découvertes de ce ſiecle ont démontré que cette conſéquence étoit vraie (1373); & que la théorie d'où elle découle, étoit la théorie même de la nature.

Pour décider ſi la peſanteur des corps étoit variable à différentes diſtances de leur centre, Newton entreprit de *peſer la lune*, ou de comparer la peſanteur qu'a la lune dans ſon orbite, avec la peſanteur qu'auroit la lune ſur la ſurface de la terre; & il trouva que la lune, éloignée du centre de la terre d'environ 60 demi-diametres terreſtres, peſe environ 3600 fois moins, qu'elle ne peſeroit ſur la ſurface de la terre, où elle ne ſeroit éloignée du centre de ſa peſanteur que d'un demi-diametre terreſtre; ou que la peſanteur de la lune à la diſtance de 60 rayons terreſtres, eſt à la peſanteur qu'auroit la lune à la diſtance d'un ſeul rayon; comme le quarré de 1 = 1, eſt au quarré de 60 = 3600.

Nous allons faire voir comment Newton s'y prit pour découvrir & pour démontrer cette loi fondamentale de la pesanteur & de l'attraction des corps : mais nous aurons soin de dépouiller ses idées de cette trop sublime profondeur, qui les mettroit au-dessus de la portée du commun des lecteurs.

1269. LEMME. *Le sinus verse d'un arc infiniment petit, est égal au quarré de cet arc divisé par le diametre du cercle.* (fig. 27.)

DÉMONSTRATION. Soit ACB un angle à la circonférence, formé par le diametre & par une corde, & mesuré par l'infiniment petit arc AB. Il est clair que BS sera le sinus droit, que SA sera le sinus verse de cet arc (*Math.* 635). Il s'agit de faire voir que ce sinus verse SA est égal à $\frac{AB^2}{AC}$.

I°. L'arc AB étant supposé infiniment petit; il est clair que cet arc ne differe point ou ne differe qu'infiniment peu de la ligne droite : la ligne AB peut donc être considérée comme une ligne droite, & le triangle ABCA, comme un triangle rectiligne inscrit au cercle. Ce triangle est rectangle en B : puisque l'angle ABC est appuyé sur le diametre AC, & qu'il a pour mesure la moitié de la circonférence. (*Math.* 368.)

II°. Le triangle ABCA étant rectangle en B, la ligne ou le sinus BS est une perpendiculaire menée de l'angle droit sur l'hypothenuse AC. On a donc ici deux triangles rectangles, savoir, ABC rectangle en B; & ABS rectangle en S. Or par la propriété fondamentale du triangle rectangle (*Math.* 516), on a cette proportion : le petit

côté SA du petit triangle, eſt à ſon hypothénuſe AB; comme le petit côté AB du grand triangle, eſt à ſon hypothénuſe AC; ou plus ſimplement SA . AB :: AB . AC. D'où il réſulte que $SA = \frac{AB^2}{AC}$; ou que le ſinus verſe SA eſt égal au quarré de l'arc AB diviſé par le diametre AC du cercle. C. Q. F. D.

1270. COROLLAIRE. *Ce même ſinus verſe, eſt proportionnel au même quarré de l'arc diviſé par le rayon* AT : puiſque le rayon eſt la moitié du diametre, & qu'une même grandeur AB2, diviſée par un tout & par une moitié, donne deux quotients évidemment proportionnels.

1271. REMARQUE. Cette propriété ne ſe borne pas uniquement au cercle : elle convient également à toute courbe telle que par les points A & B on puiſſe faire paſſer un cercle de même courbure. Car alors l'arc AB appartiendra tout entier à ces deux courbes ; & la valeur de AB reſtera la même. Mais alors AC ſera le diametre du cercle, & non le diametre de la courbe décrite par le mobile. Plus l'arc AB de l'orbite décrite par le mobile aura de courbure, moins le diametre AC du cercle qui paſſera par les deux mêmes points, aura de longueur : moins l'arc AB, aura de courbure, plus le diametre AC du cercle qui paſſera par les deux mêmes points, aura de longueur.

Dans les deux propoſitions ſuivantes, nous ſuppoſerons que l'arc AB eſt pris dans les moyennes diſtances du mobile ; c'eſt-à-dire, dans une portion de la courbe elliptique, où le rayon de la courbe eſt à peu prés égal au rayon du cercle dont nous parlons, en telle ſorte qu'on puiſſe

prendre indifféremment pour diviſeur du quarré de l'arc AB commun à l'ellipſe & au cercle, ou le diametre du cercle, ou le diametre de la courbe elliptique que décrit le mobile.

PROPOSITION I.

1272. *La peſanteur qu'a la lune dans ſon orbite à la diſtance de 60 rayons terreſtres du centre de la terre, eſt à la peſanteur qu'auroit la lune ſur la ſurface terreſtre à la diſtance d'un rayon du centre de la terre ; comme le quarré de la derniere diſtance, eſt au quarré de la premiere ; ou comme le quarré de* 1 = 1, *eſt au quarré de* 60 = 3600.

DÉMONSTRATION. Il eſt clair que tout corps qui décrit une courbe, fait effort à tout moment pour s'échapper par la tengente à cette courbe (1257) : il faut donc que ce corps ſoit perſévéramment animé d'une tendance vers ſon centre, ou d'une force centrale, qui le détourne plus ou moins de la tengente à chaque inſtant. Il eſt clair que la lune décrit une courbe autour de la terre ; & que la force centrale qui produit cette courbe dans le mouvement de la lune, n'eſt autre choſe que la tendance ou la gravitation ou la peſanteur de la lune vers le centre de la terre : comme la force centrale qui détourne à chaque inſtant une bombe ou un boulet de canon ou tel autre mobile quelconque de la direction horiſontale, n'eſt autre choſe que leur tendance ou leur gravitation ou leur peſanteur vers le centre de la terre. Il s'agit donc ici uniquement de faire voir que la force qui infléchit à chaque inſtant le mouvement projectile de la lune dans ſon orbite, eſt 3600 fois

moindre qu'elle ne feroit fur la furface ou près de la furface de la terre. (*fig.* 27.)

I°. La *force centrale* ou la pefanteur de la lune dans fon orbite MAN, eft exprimée par le *finus verfe* de l'arc AB qu'elle décrit dans un tems donné, par exemple, dans une minute: puifque ce finus verfe SA repréfente de combien la lune s'éloigne de la tangente AV, pendant le tems employé à parcourir l'arc AB, ou de combien la lune s'approcheroit du centre T de la terre, pendant le même tems, en tombant librement le long de fon rayon vecteur TA. Car il confte par l'expérience, & tout le monde fait, que la quantité de chûte eft la même, foit qu'un corps tombe perpendiculairement ou par le rayon; foit qu'il tombe par la ligne circulaire, ou elliptique, ou parabolique. Par exemple, un boulet de canon qui dans une feconde parcourt quinze pieds en tombant verticalement en vertu de fa feule pefanteur, tombe dans le même tems de quinze pieds en vertu de cette même pefanteur, étant lancé dans une direction parallele ou oblique à l'horifon. D'où il réfulte qu'en connoiffant la valeur du finus verfe de l'arc que parcourt la lune dans un tems déterminé, on connoîtra la quantité de pefanteur qu'a la lune dans fon orbite; & qu'en comparant la valeur ou la grandeur de ce finus verfe, avec la valeur ou la grandeur de l'efpace que parcourent les corps en tombant librement fur la furface de la terre, on pourra juger fi la pefanteur eft variable & felon quelle proportion elle varie.

II°. Il eft facile d'*évaluer le finus verfe* SA, de l'arc AB, que parcourt la lune dans un tems donné, par exemple, dans une minute. Car en

ſuppoſant que l'orbite de la lune eſt égale à un cercle dont le rayon eſt de 60 demi-diametres terreſtres ; on peut comparer cette circonférence à celle de l'équateur : ces deux circonférences ſeront entre elles comme leurs diametres (*Math.* 475.) Or ſelon les meſures les plus récentes & les plus exactes, la circonférence de l'équateur terreſtre, plus grande que celle du méridien, eſt d'environ 123249600 pieds de roi (1377) : donc puiſque la lune, dans ſa moyenne diſtance, eſt éloignée de nous d'environ 60 demi-diametres terreſtres (1220); l'orbite de la lune eſt de $123249600 \times 60 = 7394976000$ pieds. En cherchant par le rapport d'Archimede le diametre d'une circonférence de 7394976000 pieds, on trouvera 2352946909 pieds, qui exprimeront le diametre de l'orbite lunaire. (*Math.* 480.)

Puiſque l'on connoît, & la valeur de l'orbe entier ANCMA que décrit la lune, & le tems qu'elle met à faire ſa révolution dans tout cet orbe, tems qui eſt de 39343 minutes; il eſt clair qu'en diviſant par 39343, l'orbe entier de la lune ou 7394976000 pieds, le quotient qui eſt 187964 pieds environ, ſera l'arc AB que parcourt la lune dans une minute de tems. Et cet arc peut paſſer pour infiniment petit ou inſenſible ; puiſqu'il n'eſt qu'environ la quarante millieme partie de l'orbe entier.

Si donc on diviſe le quarré de 187964 qui eſt 35330465295, par le diametre de l'orbite lunaire lequel eſt 2352946909 pieds; le quotient qui eſt 15 pieds exprimera le *ſinus verſe* SA de l'arc AB d'une minute, ou la quantité d'eſpace dont la peſanteur détourne la lune de la tangente AV pendant une minute. La peſanteur

ou la gravitation ou l'attraction de la lune (car tous ces termes ſont parfaitement ſynonymes), lui fait donc parcourir environ 15 pieds en une minute, dans la direction du rayon au-deſſous de la tangente AV, en tendant vers le centre de la terre.

III°. Il conſte par les obſervations, que les graves quelconques, qui tombent librement près de la ſurface de la terre, parcourent environ 15 pieds en une ſeconde, ou s'approchent de 15 pieds du centre de la terre (248): donc la peſanteur eſt incomparablement moindre à la diſtance de la lune, que près de la ſurface de la terre. Il reſte à faire voir que la peſanteur ſur la ſurface ou près de la ſurface de la terre, eſt à la peſanteur à la diſtance de la lune; comme le quarré de la diſtance de la lune au centre de la terre, eſt au quarré de la diſtance des corps qui ſont ſur la ſurface de la terre, à ce même centre de la terre.

Les corps parcourant 15 pieds en une ſeconde près de la ſurface de la terre, & les eſpaces parcourus étant ſelon la théorie de Galilée (371) comme les quarrés des tems; il s'enſuit qu'un corps quelconque, qui livré librement à ſa gravité tomberoit ici pendant une minute entiere vers le centre de la terre, parcourroit 15 × 3600 pieds dans l'eſpace d'une minute ou de 60 ſecondes. Par conſéquent, l'eſpace que la peſanteur fait parcourir à la lune dans une minute, eſt à l'eſpace que la peſanteur feroit parcourir ici aux corps graves quelconques, & par là même à la lune, ou à un corps ſemblable à la lune; comme 15 eſt à 15 × 3600, ou comme 1 eſt à 3600: ce qui eſt juſtement la raiſon inverſe des

quarrés des diſtances; 1 exprimant le quarré de la diſtance de la ſurface de la terre à ſon centre, & 3600 exprimant le quarré de la diſtance de la lune au même centre. Donc la peſanteur des corps qui gravitent vers un même centre de la terre, ſuit la raiſon inverſe des quarrés de leurs différentes diſtances à ce centre.

IV°. Il ne paroît pas qu'on puiſſe objecter rien de ſolide contre cette théorie. La grandeur du diametre terreſtre eſt aſſez bien connue (1377), pour qu'on puiſſe en déduire la grandeur de la circonférence terreſtre : la diſtance de la terre à la lune eſt aſſez bien connue (1220), pour qu'on puiſſe en déduire & le diametre & la circonférence de l'orbite lunaire. D'ailleurs ſi cette diſtance de la terre à la lune, eſt un peu plus grande ou un peu plus petite, par exemple, de 100 lieues, l'orbite lunaire ſera plus grande ou plus petite d'environ 300 lieues: la courbure de cette orbite ſera un peu plus petite ou un peu plus grande; & le *ſinus verſé* dont on vient de parler, ſera d'un peu moins ou d'un peu plus de 15 pieds, exprimant toujours la peſanteur de la lune vers la terre; peſanteur toujours ſenſiblement, & par là même réellement en raiſon inverſe des quarrés de la diſtance, comme on vient de l'expliquer & de le démontrer. Il ſera facile d'appliquer cette même obſervation à la propoſition ſuivante. C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

1273. *La peſanteur ou l'attraction des différents corps qui gravitent vers un même centre, tel que le ſoleil, ſuit auſſi la raiſon inverſe des quarrés de leurs diſtances à ce centre.*

DÉMONSTRATION. I°. Comme la pesanteur est une propriété commune à tous les corps terrestres & célestes, il est clair qu'on peut généraliser la découverte de Newton; & que par un jugement d'analogie le mieux fondé (*Mét.* 135), on peut conclure que tous les corps gravitent vers leur centre quelconque, de la même maniere que la lune & les corps terrestres gravitent vers le centre de la terre. La pesanteur sera donc toujours & par-tout, selon cette loi, la masse gravitante divisée par le quarré de la distance, ou $\frac{M}{DD}$. Par exemple (*fig.* 27):

En supposant le soleil en T, & la terre en A, on trouvera la pesanteur de la terre vers le soleil; pesanteur qui sera exprimée par le sinus verse SA. Car le diametre ATC de l'orbite terrestre autour du soleil étant d'environ 900,000, 000,000 pieds (1221, III°.); la circonférence, ou l'orbite entiere ANCMA, sera d'environ 2,828, 500,000,000 pieds; & le tems employé à parcourir cette orbite, d'environ 525968 minutes (1179). En divisant d'abord, comme dans la proposition précédente, l'orbe terrestre ou 2828500000000 pieds, par 525968 minutes; on aura pour quotient 5376750 pieds qui exprimeront l'arc AB que parcourt la terre en une minute de tems. En divisant ensuite le quarré de cet arc AB par le diametre ATC, ou 28909440562500 par 900000000000; on aura pour quotient environ 32 pieds; & ce quotient exprimera la valeur du sinus verse SA, ou la quantité dont la pesanteur de la terre vers le soleil placé en T, détourne cette planete de la tangente AV pendant une minute de tems.

II°. En ſuppoſant toujours le ſoleil immobile en T; ſi on applique la même théorie du ſinus verſe aux différentes planetes qui ſont leurs révolutions périodiques autour de cet aſtre, centre commun de leur gravitation ou de leur peſanteur; on trouvera que le ſinus verſe SA d'un arc infiniment petit, par exemple d'une ſeconde ou d'une minute de degré, pris dans l'orbite de vénus, eſt au ſinus verſe d'un arc ſemblable pris dans l'orbite de la terre; comme le quarré de la diſtance de la terre au ſoleil, eſt au quarré de la diſtance de vénus au même ſoleil (1186): enſuite, que le ſinus verſe SA de l'arc décrit par jupiter en une minute, par exemple, eſt au ſinus verſe de l'arc décrit par ſaturne dans le même tems; comme le quarré de la diſtance de celui-ci, eſt au quarré de la diſtance de celui-là. Or tous les ſinus verſes expriment la peſanteur de ces différents corps vers le ſoleil, ou la quantité d'eſpace dont la peſanteur les rapproche ou tend à les rapprocher de cet aſtre dans un tems donné: donc dans tous ces corps, la peſanteur ou la tendance vers leur centre de mouvement, eſt en raiſon inverſe des quarrés de leurs diſtances à ce centre de leur mouvement, qui eſt le ſoleil. La même loi a lieu auſſi dans les ſatellites de jupiter & de ſaturne, à l'égard de leur planete principale qui eſt leur centre commun de gravitation.

III°. Nous ferons voir bientôt que les planetes décrivent des ellipſes autour du ſoleil, dont elles s'approchent & s'éloignent alternativement; & qu'elles ne peuvent décrire des ellipſes autour du ſoleil, ſans être perſévéramment animées d'une force centrale ou d'une

pesanteur qui croisse comme le quarré de la distance diminue ; qui diminue comme le quarré de la distance augmente. Ainsi tous les genres de preuves concourent à établir & à généraliser cette loi fondamentale de la pesanteur ou de l'attraction en raison inverse des quarrés des distances. C. Q. F. D.

1274. REMARQUE. Dans la courbe MABN, que décrit, ou la lune, ou une planete quelconque autour de son centre de gravitation T (*fig.* 27); l'arc AB exprime la vîtesse du mobile, ou l'espace qu'il parcourt dans un tems déterminé: le sinus verse AS exprime la force centrale du même mobile dans le même tems déterminé. Or, puisque $\frac{AB^2}{AC}$ donne l'expression de la force centrale AS (1272); en nommant V la vîtesse égale à AB, & en nommant R le diametre ou le rayon du cercle AC, on aura une autre expression de la force centrale, qui sera $\frac{VV}{R}$, c'est-à-dire, le quarré de la vîtesse divisé par le diametre du cercle, ou par le rayon qui lui est proportionnel. Nous ferons souvent usage de cette expression de la force centrale dans la suite de cet article.

Comme dans un cercle la force centripete AS est toujours égale à la force centrifuge BV; l'expression $\frac{VV}{R}$ de la force centripete, est aussi l'expression de la force centrifuge.

VARIATIONS DANS LA FORCE PROJECTILE.

1275. ASSERTION. *La vîtesse d'un corps qui décrit une courbe en vertu d'une force projectile & d'une force*

force centrale, eſt accélérée, quand le rayon vecteur fait un angle aigu avec la direction de la force projectile; retardée; quand cet angle eſt obtus; uniforme, quand cet angle eſt droit. (fig. 29.)

DÉMONSTRATION. Soit AHBMA une courbe décrite autour d'un centre de mouvement S, en vertu d'une force projectile dans la direction de la tangente, & d'une force centrale dans la direction du rayon. Les directions plus ou moins oppoſées de ces deux forces, font toujours un angle au centre du mobile qui décrit cette courbe ou une portion quelconque de cette courbe ou de telle autre courbe qu'on voudra.

I°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conſpirantes eſt aigu, ces deux forces ſe favoriſent; & leur effet commun augmente d'autant plus, que l'angle eſt plus aigu (349): donc le mobile en M, livré à la force centrale MS, & à la force projectile MP, doit accélérer ſa vîteſſe. La force centrale MS, étant exprimée par MN, ſe décompoſe en deux parties (346); l'une N*n*, ou *m*M, perpendiculaire à la tangente de la courbe, & qui exprime l'effort réel par lequel la force centrale retient le corps dans la courbe & le preſſe vers le centre S; l'autre *n*M ou N*m*, parallele à la tangente & à la direction de la force projectile, & qui exprime un effort de la force centrale dans la direction de la force projectile MP: cet effort *n*M de la force centrale doit donc contribuer à augmenter la vîteſſe du mobile en M.

II°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conſpirantes eſt obtus, les deux forces ſe nuiſent; & leur effet commun

diminue d'autant plus, que l'angle eſt plus obtus (349) : donc le mobile en H, livré à la force centrale HS, & à la force projectile HP, doit retarder ſa vîteſſe. La force centrale HS, étant exprimée par HR, ſe décompoſe également en deux parties, dont l'une H*h*, ou R*r* eſt employée à retenir le mobile dans ſon orbite & à le preſſer vers ſon centre S; & dont l'autre R*h* ou *r*H agit ſur le mobile dans un ſens diamétralement oppoſé à la direction HP de la force projectile : cet effort R*h* de la force centrale doit donc contribuer à retarder la vîteſſe du mobile en H.

III°. Quand l'angle intercepté entre les directions des deux forces conſpirantes eſt droit; les deux forces ne ſe nuiſent ni ne ſe favoriſent, & chacune produit préciſément la quantité d'effet qu'elle produiroit en agiſſant ſeule & iſolée (348). La force centrale AS ou BS, étant perpendiculaire à la tangente & par-là même à la force projectile ou à la direction du mobile AP & BP, ne ſe décompoſe point, comme dans les deux cas précédents : elle eſt donc employée toute entiere dans les points A & B où l'angle eſt droit, à retenir le mobile dans ſa courbe, & à le preſſer vers ſon centre S; ſans faire aucun effort pour le porter dans la direction AP qui eſt la direction de la force projectile, ou dans la direction AV qui eſt diamétralement oppoſée à la direction de la force projectile.

Donc la vîteſſe d'un mobile qui décrit une courbe en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, doit être accélérée, quand l'angle intercepté entre le rayon vecteur & la force projectile, eſt aigu; retardée, quand cet angle eſt

obtus ; uniforme, ſans accroiſſement & ſans diminution, quand cet angle eſt droit. C. Q. F. D.

1276. COROLLAIRE. Il réſulte delà que ſi les planetes ſe meuvent dans un cercle, elles doivent avoir une vîteſſe *toujours uniforme ;* & que ſi elles ſe meuvent *dans des ellipſes*, leur vîteſſe doit être *retardée* depuis leur périhélie A, juſqu'à leur aphélie B ; *accélérée* depuis leur aphélie B, juſqu'à leur périhélie A ; *moyenne*, à égale diſtance du périhélie & de l'aphélie. (*fig.* 29.)

I°. Il conſte par les obſervations aſtronomiques, que les planetes ont tantôt plus & tantôt moins de vîteſſe réelle ; & nous démontrerons bientôt que cette vîteſſe réelle d'une même planete dans ſon orbite, eſt toujours en raiſon inverſe de ſes rayons vecteurs (1281) : donc *les planetes ne décrivent point un cercle, concentrique ou excentrique, autour du ſoleil.*

II°. Il conſte également par les obſervations, que les courbes décrites par le centre des planetes autour du ſoleil, rentrent ſur elle-mêmes : donc *l'orbite des planetes, qui n'eſt point un cercle, eſt néceſſairement une ellipſe.* (Math. 769.)

ACTION COMBINÉE DES DEUX FORCES PROJECTILE ET CENTRALE.

1277. THÉORÊME I. *La ligne que décrit le centre d'un mobile animé d'une force projectile & d'une force centrale, eſt plus ou moins courbe, toutes choſes étant égales d'ailleurs, ſelon que la force centripete eſt plus ou moins grande par rapport à la force projectile.* (fig. 24.)

DÉMONSTRATION. Plus la force projectile ſera

grande, & la force centripete petite; moins le mobile sera détourné de sa direction projectile, moins l'arc décrit par le mobile différera de la tangente ou de la ligne droite. Plus au contraire la force centripete sera grande, & la force projectile petite; plus le mobile sera infléchi dans la direction de la force centrale; plus l'arc décrit par le mobile s'éloignera de la tangente. C. Q. F. D.

1278. THÉORÊME II. *La différente combinaison de la force projectile & de la force centrale peut faire décrire au mobile ou un cercle, ou une ellipse, ou telle autre courbe qu'on voudra.* (fig. 30, 31.)

DÉMONSTRATION. I°. Le mobile, animé d'une force projectile AV & d'une force centrale AS, décrira une courbe: puisque son mouvement projectile sera à chaque instant infléchi & détourné de la ligne droite, par la force centrale. Si l'inflexion VB est toujours & par-tout égale à l'effet de la force centrale AS; la courbe décrite par le centre du mobile sera un cercle. Si l'inflexion VB est plus grande ou plus petite que l'effet de la force centrale AS; le mobile s'approchera ou s'éloignera du centre S; & la courbe qu'il décrira, sera différente du cercle.

II°. Le mobile pourra décrire telle courbe qu'on voudra, par la différente combinaison de la force projectile & de la force centrale. Car la nature d'une courbe dépend d'un certain degré d'inflexion dans un certain point donné, & d'un nouveau degré d'inflexion suivant certaine loi fixe, dans les points suivants: or la force projectile peut être infléchie en toute maniere & selon toute loi assignable, par la force centrale: donc la force centrale, qui par sa combinaison

actuelle avec la force projectile fait décrire des ellipses aux planetes & aux cometes, auroit pu sous d'autres loix & par le moyen d'une direction & d'une combinaison différentes, leur faire décrire toute autre espece de courbe. C.Q.F.D.

1279. THÉORÊME III. *Quelque courbe que décrive un mobile en vertu d'une force projectile & d'une force centrale ; son rayon vecteur parcourra toujours des aires égales en tems égaux, & par conséquent des aires proportionnelles aux tems.* (fig. 25.)

DÉMONSTRATION. Ce théorême renferme, comme on voit, la premiere loi de Kepler : il renferme par conséquent la plus intéressante théorie de toute la physique ; théorie que nous allons tâcher de rendre sensible & palpable à toute personne qui connoît & les plus simples loix du mouvement & les plus simples éléments de la géométrie.

Soit un mobile A, qui en vertu d'une force projectile AP & d'une force centrale A*a*, ait déja parcouru l'arc AB, & décrit par son rayon vecteur l'aire du triangle ASBA, dans un tems donné. Je dis & je démontre que ce mobile, en vertu de sa force projectile & de sa force centrale, décrira par son rayon vecteur l'aire du triangle BSCB, dans un second tems égal ; l'aire du triangle CSDC, dans un troisieme tems égal ; l'aire du triangle DSED ou DSFD, dans un quatrieme tems égal ; & ainsi de suite à l'infini ; & que tous ces triangles sont égaux entre eux en surface.

Comme dans un tems fort court, les arcs AB & BC, décrits par le centre du mobile, ne different qu'infiniment peu de la ligne droite ; il est

clair qu'on peut confidérer les deux triangles mixtilignes ASBA, BSCB, comme deux triangles rectilignes. J'ai à démontrer que ces deux triangles font égaux en furface, quelque excès de grandeur qu'ait l'arc ou le côté BC du fecond, fur l'arc ou le côté AB du premier : la même démonftration aura lieu pour tous les triangles fuivants.

I°. Le mobile A, dont le rayon vecteur a d'abord parcouru l'aire du triangle ASBA dans un tems donné, par exemple, dans une minute, fe trouve enfin en B au bout d'une minute. Si ce mobile en B n'avoit que fa force projectile BR = AB, il iroit de B en R dans une minute; & fon rayon vecteur parcourroit l'aire du triangle BSRB. Ces deux triangles ASBA, BSRB, font égaux en furface: parce qu'ils ont une même bafe AB = BR; & qu'ils ont auffi une même hauteur, étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles AR & MN. (*Math.* 494.)

Mais le mobile en B, au lieu d'être livré à fa feule force projectile BR, eft animé auffi d'une force centrale plus ou moins grande B *b*, qui lui donne une impulfion dans la direction du rayon BS, & dont l'effet fera RC parallele à BS. En vertu de ces deux forces confpirantes BR & B*b*, le mobile parcourt la diagonale BC; & fon rayon vecteur parcourt l'aire du triangle BSCB. Les deux triangles BRSB & BCSB font égaux en furface : parce qu'ils ont une même bafe BS; & qu'ils ont auffi une même hauteur, étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles BS & RV. Si l'on demande pourquoi la ligne RCV eft parallele à la ligne BS; la raifon en eft que le mobile en B a reçu une impulfion de la part de

la force centrale B *b* ; & que cette impulsion doit avoir son effet RC dans la direction B *b*, pendant que le mobile, dans un tems fort court, passe de B en C.

Maintenant, puisque l'aire du triangle ABSA est égale à l'aire du triangle BRSB ; puisque l'aire du triangle BCSB est égale à l'aire du même triangle BRSB ; il est clair que les deux premieres grandeurs ABSA & BCSB, qui sont égales chacune à une troisieme BRSB, sont égales entre elles : donc les deux premiers triangles, décrits par le rayon vecteur du mobile en deux tems égaux, sont égaux en surface.

II°. La même théorie a lieu pour les triangles suivants. Dans un troisieme tems égal à l'un des deux précédents, le mobile en vertu de sa force projectile CX = BC, iroit en X ; en vertu de sa force centrale plus ou moins grande C *c*, iroit en *c* dans la direction du rayon vecteur ; en vertu de ces deux forces combinées ensemble, ira en D. Les deux triangles BCSB & CXSC sont égaux en surface : parce qu'ils ont même base BC = BX ; & même hauteur, étant renfermés l'un & l'autre entre les paralleles BX & *n* M. Les deux triangles CXSC & CDSC sont aussi égaux en surface : parce qu'ils ont une même base CS ; & qu'ils ont aussi une même hauteur, étant compris l'un & l'autre entre les deux paralleles CS & XD. Les deux triangles BCSB & CDSC, décrits en tems égaux par le rayon vecteur du mobile, sont donc égaux entre eux en surface : puisque l'un & l'autre est égal en surface au triangle de comparaison CXSC.

III°. Le mobile en D, en vertu de sa force projectile DZ = DC, iroit en Z ; en vertu de sa

force centrale plus ou moins grande D d, iroit en d dans la direction du rayon vecteur, ou dans toute direction ZE parallele à l'impulsion D d; en vertu de ces deux forces conspirantes & combinées ensemble, ira en E. Les deux triangles CDSC & DESD sont égaux entre eux en surface: parce qu'ils sont égaux chacun à un troisieme triangle DZSD.

Une augmentation ou une diminution dans la force centrale, ne détruit point l'égalité des surfaces triangulaires décrites par le rayon vecteur en tems égaux. Par exemple, une force centrale D d portera le mobile en E, en une minute; une force centrale plus grande le porteroit dans le même tems en F; une force centrale plus grande encore le porteroit dans le même tems en G. Le rayon vecteur du mobile, en vertu de ces trois différents degrés de force centrale dans la direction DS, parcourroit ou le triangle DESD, ou le triangle DFSD, ou le triangle DGSD. Or ces trois triangles sont égaux en surface: puisqu'ils ont tous une même base DS; & qu'ils ont une même hauteur, étant tous compris entre les deux paralleles DS & ZG. Donc quelle que soit l'intensité de la force centrale, le rayon vecteur du mobile décrira toujours des aires égales en des tems égaux.

IV°. Il est clair qu'il est inutile de suivre le mobile dans le reste de sa révolution autour du point central S, pendant le tems où le mobile s'approche de plus en plus de ce point central. Mais il ne sera peut-être pas inutile de donner quelque attention à la marche du même mobile pendant le tems où il s'éloigne du point central S. Dans le premier cas, la vîtesse du mobile est

accélérée de plus en plus ; parce que l'angle formé par les deux forces conſpirantes eſt aigu : dans le ſecond cas, la vîteſſe du mobile eſt retardée de plus en plus ; parce que l'angle formé par les deux forces conſpirantes, eſt obtus. (1275.)

Que le mobile, au lieu d'aller dans la direction ABCDE, aille dans la direction EDCBA, toujours animé d'une force projectile & d'une force centrale. Dans un premier tems, ſon rayon vecteur parcourra l'arc ED, & l'aire du triangle ESDE. Dans un ſecond tems égal, ſa force projectile DH = ED, le porteroit en H : mais ſa force centrale infléchira ſa direction & retardera ſa vîteſſe, & il ira en C. Dans un troiſieme tems égal, ſa force projectile CK = CD, le porteroit en K : mais ſa force centrale, infléchiſſant ſa direction & retardant encore ſa vîteſſe, le portera en B, & ainſi du reſte. Tous ces triangles ESDE, DSCD, CSBC, BSAB, ſeront égaux en ſurface ; pour les mêmes raiſons que nous venons d'expoſer & de développer.

Puiſqu'en vertu des deux forces, projectile & centrale, le rayon vecteur d'un mobile parcourt toujours néceſſairement des aires égales en des tems égaux ; il eſt clair que dans un tems double, triple, quadruple, ce même rayon vecteur décrira des aires doubles, triples, quadruples, & ainſi de ſuite : donc ce rayon vecteur décrira des aires poportionnelles aux tems. C. Q. F. D.

1280. COROLLAIRE. *Un mobile parcourant des aires égales en tems égaux ; il eſt clair que ſon tems périodique ſera en raiſon directe de l'aire entiere de ſon orbite, & en raiſon inverſe de l'aire décrite dans un tems donné :*

C'eſt-à-dire que le mobile mettra autant de tems égaux à faire ſa révolution, qu'il y a dans ſon aire de triangles égaux à celui qu'il parcourt dans un tems donné ; & qu'il mettra à faire ſa révolution un tems d'autant plus grand, que l'aire du ſecteur décrit dans un tems donné, ſe trouve plus petite.

1281. THÉORÊME IV. *Les vîteſſes d'un même mobile qui décrit une ellipſe autour d'un centre de mouvement en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, croiſſent & décroiſſent en raiſon inverſe des rayons vecteurs.* (fig. 25.)

DÉMONSTRATION. Il eſt clair que les vîteſſes d'une même planete dans les différents points de ſon orbite, en tems égaux, ſont comme les lignes AB, BC, CD, DE, qui terminent les triangles égaux ASB, BSC, CSD, DSE : puiſque ces lignes ſont les eſpaces parcourus par la planete en des tems égaux. Or ces lignes AB, BC, CD, DE, qui expriment les vîteſſes & qui vont évidemment en croiſſant à meſure que le mobile s'approche de plus en plus de ſon centre S, croiſſent & décroiſſent dans tout le cours de la révolution elliptique, en raiſon inverſe des rayons vecteurs. Par exemple, ſi on compare la vîteſſe de la planete en B, avec la vîteſſe de la planete en C ; on trouvera que la vîteſſe en B eſt comme le rayon vecteur CS ; & que la vîteſſe en C, eſt comme le rayon vecteur BS. Pour le démontrer (*fig.* 28) :

I°. Dans les deux triangles ASB & BSC, égaux & parcourus en tems égaux, conſidérons SB comme baſe du triangle BSA ; & SC comme baſe du triangle CSB ; & abaiſſons ſur ces baſes,

les perpendiculaires AM & BN. Les deux triangles étant égaux en ſurface, il eſt clair que SB × AM eſt égal à CS × BN : d'où il s'enſuit que SB . SC : : BN . AM. (*Math.* 173.)

II°. Dans les deux mêmes triangles, conſidérons les deux lignes AB & BC, décrites chacune dans un tems égal & infiniment court, comme deux lignes droites : ces deux lignes AB & BC, qui expriment les vîteſſes de la planete, ſeront les hypothénuſes des deux triangles rectangles AMB, BNC, qu'on peut regarder comme deux triangles ſemblables, étant décrits dans un tems infiniment court : on aura donc AB . BC : : AM . BN. (*Math.* 516.)

III°. Dans les deux triangles égaux ASB, BSC, les rayons vecteurs SB & SC ſont en raiſon inverſe des hauteurs AM, BN ; ſelon la premiere proportion : ces mêmes rayons vecteurs ſeront donc auſſi en raiſon inverſe des lignes AB & BC, qui ſont entr'elles comme les hauteurs, ſelon la ſeconde proportion.

Donc dans le mouvement d'une planete ou de tel autre mobile autour d'un centre S ; les vîteſſes, exprimées par les baſes AB & BC interceptées entre les rayons vecteurs, ſont en raiſon inverſe des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1282. REMARQUE. Il y a deux ſortes de vîteſſe à diſtinguer dans le mouvement des planetes ; ſavoir, une vîteſſe abſolue, & une vîteſſe angulaire.

I°. La *vîteſſe abſolue* d'une planete, eſt l'eſpace qu'elle parcourt, diviſé par le tems employé à le parcourir. Cette vîteſſe augmente & diminue, en raiſon inverſe des rayons vecteurs, ſelon le théorême précédent.

II°. La *vîteſſe angulaire* d'une planete, eſt l'arc d'un grand cercle céleſte, intercepté entre deux rayons vecteurs de la planete indéfiniment prolongés au-delà de la planete. Les tems étant ſuppoſés égaux, la vîteſſe angulaire augmente ou diminue, *en raiſon inverſe des quarrés des rayons vecteurs.* Car (*fig.* 26),

Soit autour du ſoleil S, un grand cercle céleſte VXDE, dans le plan duquel ſe trouve l'orbite *ab* AB d'une planete; en telle ſorte que la diſtance SA de la planete au ſoleil, ſoit double de l'autre diſtance S*a*. Les angles VSX & DSE, oppoſés au ſommet, ſont égaux : ſuppoſons-les d'un degré chacun. D'abord, que la planete, placée en *a*, parcoure dans un jour l'eſpace *ab* : elle paroîtra, étant vue du ſoleil, parcourir l'arc VX d'un degré. Enſuite, que la même planete, placée en A, eût la même vîteſſe : l'eſpace AB étant double de l'eſpace *ab*, il faudroit un tems double à la planete, pour parcourir l'eſpace AB. Mais la vîteſſe réelle de la planete étant de moitié plus petite en A qu'en *a*, ſelon le théorême précédent; il lui faudra un tems quadruple pour parcourir l'arc AB, qui eſt d'un degré, comme l'arc *ab*. La vîteſſe angulaire de la planete en AB eſt donc d'abord en raiſon inverſe de la diſtance, à cauſe de ſon moins de vîteſſe : elle eſt encore une fois en raiſon inverſe de la diſtance, à cauſe du plus d'eſpace intercepté entre les rayons vecteurs : ce qui donne préciſément la raiſon inverſe du quarré des rayons vecteurs. Ainſi la vîteſſe angulaire de la planete en *ab*, eſt à la vîteſſe angulaire de la planete en AB, comme SA2, eſt à S*a* 2.

APPLICATION DE CETTE THÉORIE AUX MOUVEMENTS DES PLANETES ET DES COMETES.

1283. HYPOTHESE. Pour concevoir le mouvement curviligne des planetes & des cometes autour de leur centre quelconque de gravitation, plaçons-nous par la pensée à l'origine des tems & des choses, antécédemment à toutes loix de la nature & du mouvement ; & fixons nos regards sur une planete ou comete quelconque, placée dans un point quelconque de l'espace infini dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, indifférente par sa nature au mouvement & au repos, mais capable de se mouvoir en tout sens & selon toute direction. (*fig.* 23.)

I°. Il est clair que cette planete ou comete T restera éternellement immobile au point T, si aucune cause ne la sollicite à se déplacer : que par sa nature elle ne tend ni à s'approcher ni à s'éloigner du soleil S, ou de tel autre corps quelconque : qu'étant par sa nature parfaitement indifférente au mouvement & au repos, si elle reçoit une impulsion dans un sens quelconque, elle doit se mouvoir dans la direction de cette impulsion, jusqu'à ce que quelque cause l'en détourne : que monter & descendre sont des termes totalement étrangers à cette planete ; puisqu'*il n'y a ni haut ni bas dans l'espace infini*, avant la création du mouvement, avant l'établissement des loix du mouvement.

II°. Que l'Auteur de la nature, parfaitement libre dans le choix des loix de mouvement qu'il lui plaira d'établir, décerne que cette planete

tendra conſtamment & perſévéramment vers le ſoleil S, *avec une force centrale qui ſoit toujours en raiſon inverſe des quarrés de ſes diſtances à cet aſtre.* La planete T, auparavant indifférente à s'approcher ou à s'éloigner du ſoleil S, aura déſormais, en vertu de cette loi ou volonté du Créateur, une tendance permanente vers cet aſtre; tendance que nous nommerons indifféremment, ou peſanteur, ou attraction, ou gravitation.

III°. Que le même Auteur de la nature, donne une fois pour toutes une impulſion à cette planete, dans une direction quelconque capable de l'éloigner du ſoleil S; & que de cette impulſion naiſſe *une force centrifuge* (1258), *qui ſoit toujours en raiſon inverſe des cubes de ſes diſtances au ſoleil.* La planete T, auparavant indifférente à s'éloigner du ſoleil, aura déſormais, en vertu de cette action & de cette nouvelle loi du Créateur, une tendance permanente à s'éloigner du ſoleil; tendance que nous nommerons force centrifuge, & qui ſera toujours oppoſée à la force centrale ou centripete.

De cette hypotheſe, qui n'eſt très-vraiſemblablement que l'hiſtoire même des premieres loix de la nature & du mouvement, découlera la révolution permanente de cette planete ou comete T, en ligne courbe & rentrante ſur elle-même, autour du ſoleil S; comme nous allons le faire voir, en l'appliquant ſimplement aux différentes combinaiſons que peuvent prendre la force projectile & la force centrale dans un même mobile ou dans différents mobiles.

1284. APPLICATION I. Soit, au commencement des tems, une planete ou comete A, à laquelle le Créateur imprime une fois pour

toutes, & une force centrale A*n*, & une force projectile AV, de laquelle naisse une force centrifuge VB=A*n*. Que la ligne de projection AV & la ligne de gravitation A*n* soient opposées à angles droits au centre du mobile; & que la force centrifuge BV se trouve parfaitement égale à la force centripete A*n* : je dis que *le centre de cette planete décrira éternellement un cercle autour du point central* S, que nous supposerons être notre soleil : telle n'est point la courbe décrite par les planetes & par les cometes, autour de leur centre de gravitation. (*fig.* 30.)

EXPLICATION. I°. Dans un premier instant infiniment court, en vertu des deux forces conspirantes AV & A*n*, la planete qui n'a que ces deux forces, décrira la diagonale d'un infiniment petit parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion de ces deux forces: le centre de la planete parcourra donc dans ce premier tems, le petit arc AB, sans s'être ni approché ni éloigné du centre de gravitation S; puisque, par la supposition, la force centrifuge tend persévéramment à l'éloigner de ce point central S, précisément autant que la force centripete tend à l'en rapprocher. A la fin de ce premier tems, la planete se trouvera donc en B, à l'extrêmité du rayon BS.

II°. Comme les deux forces conspirantes AV & A*n* sont opposées à angles droits, elles ne se nuisent point, elles ne se favorisent point : leur effet commun AB répond precisément, & à l'action de la force projectile AV, & à l'action de la force centrale A*n*; ainsi que nous l'apprend & nous le démontre l'expérience (348). D'où

il résulte qu'en B, la force projectile & la force centrale, qui n'ont ni augmenté ni diminué en rien, seront précisément telles qu'elles étoient en A. Ainsi en B, la planete sera encore animée d'une force projectile BM = AV, & d'une force centrale B*m* = A*n*; & ces deux forces seront comme auparavant opposées à angles droits. Par conséquent, dans un second tems infiniment court, la planete, en vertu de ces deux forces conspirantes, décrira la diagonale BC = AB, sans s'approcher & sans s'éloigner de son centre de gravitation S; sans qu'aucune des deux forces qui l'animent acquiere dans ce trajet BC, aucun avantage sur l'autre : puisqu'elles continuent toujours à ne se nuire & à ne se favoriser en rien. (448.)

III°. Dans un troisieme tems infiniment court, & ainsi de suite à l'infini; la planete en C, toujours également sollicitée dans la direction de la tangente & du rayon, toujours également tirée vers son centre de gravitation par la force centripete, & dans une direction diamétralement opposée par la force centrifuge, décrira par son centre une infinité de diagonales infiniment petites, dont la somme sera la circonférence d'un cercle.

Comme la planete est supposée se mouvoir ou dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant; il est clair que la force projectile & la force centrale, qui ne rencontrent aucun obstacle capable de les altérer, doivent éternellement rester les mêmes qu'elles ont été au premier instant de projection & de gravitation, ou au premier instant de mouvement : donc le centre de cette planete, toujours porté sur un rayon de

de cercle, doit décrire éternellement un cercle autour du centre de gravitation S, en vertu des deux forces qui ont commencé à le mouvoir en ligne circulaire. C. Q. F. D.

1285. APPLICATION II. Que dans le mouvement initial de la même planete ou comete, la ligne de projection AV & la ligne de gravitation A *b* soient opposées à angles droits au centre de la planete; mais que la force centrifuge, née de la force projectile AV, soit beaucoup plus grande que la force centripete. Je dis que dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, *la planete ou comete décrira éternellement autour de son centre de gravitation* S, *une courbe rentrante sur elle-même & qui n'est point un cercle :* telle est la courbe des planetes & des cometes. (*fig.* 31.)

EXPLICATION. I°. Le mobile étant supposé en A, & l'angle des deux forces projectile & centrale étant droit; si la force centrifuge & la force centripete étoient égales, le mobile dans un premier tems iroit en *a*, & continueroit sa révolution dans la circonférence d'un cercle; comme nous venons de l'expliquer & de le démontrer. (1284.)

Mais comme la force centrifuge, née de la force projectile AV, l'emporte sur la force centripete A*b*, dans la supposition présente; dans un premier tems infiniment court, le mobile, malgré la force centripete qui le presse vers son centre de gravitation, s'éloignera de ce centre de gravitation selon l'excès de la force centrifuge sur la force centripete; ainsi qu'un boulet de canon, tiré de bas en haut dans une direction perpendiculaire ou oblique à l'horison, s'éloigne du centre de la terre, malgré l'action permanente de sa pesanteur, qui le

ſollicite inceſſamment à tomber vers le centre de la terre. La planete ou comete A, au bout d'un premier tems donné, ſe trouvera donc plus loin de ſon centre de gravitation, dans un point B; & aura parcouru, en vertu des deux forces conſpirantes AV & Ab, la diagonale ou l'arc AB. (345.)

II°. La planete ou comete en B, eſt encore livrée à ſa force projectile par la tangente BT, & à ſa force centrale par le rayon vecteur BS: en vertu de ces deux forces conſpirantes, elle parcourra dans un ſecond tems égal au premier, l'arc BC. Sur quoi il faut remarquer,

En premier lieu, que l'angle SBT des deux forces conſpirantes étant obtus, l'effet commun BC de ces deux forces ſera moindre que dans le premier tems : parce que l'action de l'une de ces deux forces conſpirantes eſt employée en partie à détruire l'action de ſa rivale (349). Or cet effet commun BC eſt la vîteſſe du mobile : donc la vîteſſe du mobile ſera moindre dans le ſecond tems que dans le premier. (1275.)

En ſecond lieu, que la force centrifuge décroiſſant en raiſon inverſe des cubes des rayons vecteurs (comme nous l'avons ſuppoſé & comme nous le démontrerons bientôt), tandis que la force centripete ne décroît qu'en raiſon inverſe des quarrés des mêmes rayons vecteurs; la force centrifuge doit avoir en B un moins grand excès qu'en A, ſur la force centripete. Le mobile, en paſſant de B en C, s'éloignera donc encore du centre S de ſa gravitation pendant ce ſecond tems; mais il s'en éloignera d'une moindre quantité que dans le premier tems.

III°. La planete ou comete en C, eſt encore livrée à l'action des deux forces conſpirantes,

dont l'angle SCT devient de plus en plus obtus : ſa vîteſſe CD devient donc de plus en plus petite (1275). La force centrifuge, qui naît ici à chaque inſtant d'une vîteſſe ou d'une force projectile toujours décroiſſante, diminue ſans ceſſe, ainſi que la force centripete, à meſure que le rayon vecteur devient plus grand : mais la premiere diminue dans un plus grand rapport que la derniere. Le mobile, toujours en priſe à ces deux forces, continue donc à s'éloigner de ſon centre S de gravitation, ſelon l'excès toujours décroiſſant de la force centrifuge ſur la force centripete.

IV°. La planete ou comete arrive enfin à un point tel que D, où la force centrifuge eſt préciſément égale à la force centripete. Si l'angle SDT des deux forces conſpirantes étoit droit ; la planete commenceroit au point D à décrire un cercle, & ne ceſſeroit plus de décrire ce cercle. (1284.)

Mais comme l'angle SDT eſt obtus, une partie conſidérable de la force centripete eſt employée ſimplement à retarder la vîteſſe du mobile (1275) ; tandis que la force centrifuge eſt employée toute entiere à éloigner le même mobile de ſon centre de gravitation. La force centripete ſe décompoſe en deux parties, dont l'une ne lutte point contre ſa rivale & ſon égale, la force centrifuge, laquelle ne ſe décompoſe point. Le mobile, malgré l'égalité des forces centripete & centrifuge, dont la premiere perd ici une partie conſidérable de ſon action, continuera donc encore à s'éloigner de ſon centre de gravitation S ; & il s'en éloignera pour la même raiſon, juſqu'à ce qu'il arrive à ſon abſide ſupérieure en F. (1175.)

V°. Quand la planete ou comete atteint son abside supérieure F, sa force centripete est diamétralement opposée à sa force centrifuge : cette force centripete ne se décompose donc plus comme auparavant. Et comme depuis le point D, où la force centripete & la force centrifuge sont devenues égales, ces deux forces ont successivement diminué, la premiere en raison inverse des quarrés, & la seconde en raison inverse des cubes des rayons vecteurs ; il s'ensuit qu'en F, la force centripete doit l'emporter notablement sur la force centrifuge : la force centripete va donc forcer le mobile, par son excès sur la force centrifuge, à se rapprocher de plus en plus de son centre de gravitation S, autant qu'il s'en est éloigné dans la moitié précédente de sa courbe, que nous venons de suivre & d'observer.

VI°. En F, où la force projectile FT & la force centrale Fx sont opposées à angles droits ; la planete décriroit un cercle, si la force centrifuge & la force centripete étoient égales (1284). Mais comme la force centrifuge, qui se trouve dans son plus grand affoiblissement, est beaucoup moindre que la force centripete ; celle-ci, par son excès d'action sur sa rivale, rapproche incessamment & persévéramment de plus en plus le mobile du centre de gravitation S ; & force ce mobile à décrire successivement les infiniment petites diagonales FG, GH, HI, IK, KL, LA. Sur quoi il faut remarquer, comme auparavant, qu'à mesure que le mobile s'approche de son centre de gravitation ; sa courbe s'applatit comme dans la partie opposée, & que tous les angles SIT des deux forces conspirantes,

ſont plus ou moins aigus depuis l'abſide ſupérieure F, juſqu'à l'abſide inférieure A. D'où il réſulte que le mobile doit accélérer de plus en plus ſa vîteſſe (1275), en paſſant de l'abſide ſupérieure F, à l'abſide inférieure A.

VII°. Comme la force centripete & la force centrifuge, depuis l'abſide ſupérieure juſqu'à l'abſide inférieure, augmentent ſelon différents rapports, la premiere en raiſon inverſe des quarrés, & la ſeconde en raiſon inverſe des cubes des rayons vecteurs; le mobile arrive enfin à un point I ou K, où les forces centripete & centrifuge ſont préciſément égales. Si l'angle SIT, formé par la force projectile & par la force centrale, étoit droit; le mobile commenceroit & continueroit à décrire un cercle. Mais comme cet angle SIT eſt aigu, & que les angles ſuivants SKL ſont encore aigus; une partie conſidérable de la force projectile tend à rapprocher le mobile de ſon centre de gravitation S, & par-là favoriſe & fortifie la force centrale au détriment de la force centrifuge (1275). La force centripete, malgré les accroiſſements ſucceſſifs & en plus grand rapport de la force centrifuge, conſerve par ce moyen ſa prépondérance ſur ſa rivale; & continue à rapprocher de plus en plus le mobile de ſon centre de gravitation S, juſqu'à ce que le mobile arrive au point A dans ſon abſide inférieure.

VIII°. Enfin en A, la force centripete & la force projectile étant oppoſées à angles droits, ceſſent de ſe favoriſer. La force centrifuge, qui depuis l'abſide ſupérieure juſqu'à l'abſide inférieure, a augmenté ſans ceſſe en raiſon inverſe des cubes des rayons vecteurs, tandis que ſa

rivale n'a augmenté qu'en raiſon inverſe des quarrés de ces mêmes rayons, ſe trouve en A dans ſon plus grand accroiſſement. Notablement ſupérieure à ſa rivale, elle emploie de nouveau l'excès de ſon action, à éloigner la planete ou comete de ſon centre de gravitation S; & elle recommence à lui faire parcourir de nouveau la même courbe préciſément, que nous venons d'obſerver & d'expliquer, depuis ſon origine au point A, juſqu'à ſon retour ſur elle-même, au même point A. La planete ou la comete en queſtion, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale variables ſelon certaines loix fixes & connues, décrira donc autour de ſon centre de gravitation, une courbe rentrante ſur elle-même, & qui ne ſera point un cercle. C. Q. F. D.

1286. APPLICATION III. Dans la théorie que nous venons de donner ſur l'action combinée de la force projectile & de la force centrale au centre de la planete ou comete A; le mobile eſt ſuppoſé ſe trouver dans ſon périhélie ou dans ſon abſide inférieure au premier inſtant de ſa projection AV. Il nous reſte à faire voir qu'*au premier inſtant de ſa projection, ce même mobile a pu ſe trouver indifféremment en un point quelconque de la même courbe ou d'une courbe ſemblable, ſous d'autres combinaiſons de mouvement qui reviennent toutes à celle que nous venons de développer.* (fig. 31.)

EXPLICATION. I°. Que la force projectile & la force centrale, au premier inſtant où le mobile commence à ſe mouvoir, ſoient oppoſées à angles droits; mais que la force centripete l'emporte ſur la force centrifuge: le mobile placé en un point F qui ſera ſon abſide ſupérieure, parcourra la courbe FGHIKLA, en s'approchant ſans ceſſe

de ſon centre juſqu'au point A, où a commencé l'explication précédente. Dans ce cas, ſi le mobile eſt une comete ou une planete principale, la projection FT de ce mobile aura commencé à l'aphélie.

II°. Que la force projectile & la force centrale, au premier inſtant de projection ſoient égales, mais oppoſées à angles obtus : le mobile placé en un point D, entre l'abſide inférieure & l'abſide ſupérieure de ſa courbe, ſe mouvra en s'éloignant ſans ceſſe de ſon centre de gravitation S, juſqu'à ce qu'il arrive enfin à ſon abſide ſupérieure F, où il commencera à ſe rapprocher de ſon centre de gravitation ; comme nous l'avons expliqué. Dans ce cas, la projection du mobile aura commencé ſur un point de ſa courbe, pris entre l'abſide inférieure & l'abſide ſupérieure, en allant ſelon la direction du mobile, de la premiere à la derniere.

III°. Que la force projectile & la force centrale, au premier inſtant de projection, ſoient encore égales, mais que l'angle de leur direction ſoit aigu : le mobile, placé en un point I de ſa courbe, ſe mouvra en s'approchant ſans ceſſe de ſon centre de gravitation, juſqu'en A, où il commencera à s'en éloigner (1285). Dans ce cas, la projection du mobile aura commencé ſur un point de ſa courbe, pris entre l'abſide ſupérieure & l'abſide inférieure, en allant de la premiere à la derniere, ſelon la direction du mobile.

IV°. Que la projection commence à angles droits au périhélie A, & que la force centrifuge l'emporte immenſément ſur la force centripete : la courbe qui ſera décrite par le mobile autour

du centre de gravitation S, aura une immense excentricité : ce sera la courbe d'une comete. Que la force centrifuge, dans le même cas, ne l'emporte que médiocrement sur la force centripete : la courbe qui sera décrite par le mobile autour du centre de gravitation S, n'aura pas beaucoup d'excentricité : ce sera la courbe d'une de nos planetes.

V°. Quant à la direction du mouvement projectile, on conçoit sans peine qu'elle peut avoir lieu indifféremment en tout sens, d'orient en occident, d'occident en orient, du midi au nord, du nord au midi, & ainsi du reste ; & que le mobile quelconque, dans le vuide ou dans un milieu sans résistance, doit se mouvoir persévéramment & sans fin, dans la direction quelconque du mouvement projectile qui fut primitivement imprimé à sa masse. Delà les différents mouvements des planetes & des cometes : celles-là ont toutes reçu une impulsion d'occident en orient, sans que ces impulsions aient été paralleles : celles-ci ont reçu des impulsions en différents sens, d'orient en occident, d'occident en orient, du midi vers le nord, du nord vers le midi ; & elles continuent toutes à se mouvoir autour de leur centre de gravitation, en décrivant des courbes dont le plan embrasse la primitive direction de leur mouvement projectile. (1266.)

Objections a réfuter.

1287. OBJECTION I. Quand la planete ou comete A commence à se mouvoir dans une courbe différente du cercle ; la force centripete est, ou plus grande, ou plus petite que la force

centrifuge. Si la force centrifuge eſt *plus grande* que la force centripete ; le mobile, livré à ces deux forces oppoſées & inégales, doit décrire éternellement des ſpires autour de ſon centre de gravitation ; en telle ſorte qu'à chaque révolution, le mobile s'éloigne toujours de plus en plus, & à l'infini, de ce centre de gravitation. Si la force centrifuge eſt *plus petite* que la force centripete ; le mobile, livré encore à ces deux forces oppoſées & inégales, doit ſe mouvoir autour de ſon centre de gravitation, en décrivant des ſpires qui le rapprocheront ſans ceſſe de ce centre de gravitation, dans lequel il ira enfin ſe perdre & s'engloutir. Donc la planete ou comete, dont nous avons ſuivi & tracé la courbe, ne doit point, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, décrire une ellipſe fixe & conſtante autour de ſon centre de gravitation. (*fig.* 31.)

RÉPONSE. Si la force centrifuge & la force centrale étoient, ou deux forces conſtantes, ou deux forces qui augmentaſſent ou diminuaſſent dans la même proportion, à meſure que le mobile qu'elles emportent, s'approche ou s'éloigne de ſon centre de gravitation ; il eſt certain que celle des deux forces qui auroit été prédominante au premier inſtant de la projection, conſerveroit perſévéramment ſon excès d'action ſur l'autre ; & qu'elle forceroit le mobile, à décrire perſévéramment les ſpires qu'on objecte.

Mais ſi ces deux forces croiſſent & décroiſſent ſelon différentes proportions, à meſure que le mobile qu'elles animent toujours, s'approche ou s'éloigne de ſon centre de gravitation ; par exemple, ſi pendant que le mobile paſſe de A en F,

la force centrifuge diminue comme les cubes des rayons vecteurs augmentent, tandis que la force centripete ne diminue que comme augmentent les quarrés des mêmes rayons vecteurs; il est clair que la force centrifuge, qui décroît sans cesse dans un beaucoup plus grand rapport que la force centripete, sera au bout d'un certain tems plus ou moins long, d'abord égalée, & ensuite surpassée par cette derniere : il est clair que la force qui a prévalu au périhélie A, ne doit plus prévaloir dans l'aphélie F; & réciproquement, que celle des deux forces qui sera supérieure & prédominante dans l'aphélie F, ne sera plus supérieure & prédominante au périhélie A. Or parmi ces deux forces, toujours rivales dans le mobile qu'elles voiturent, l'une, la force centripete, croît ou décroît sans cesse en raison inverse des quarrés des rayons vecteurs ou des distances (1273); l'autre, la force centrifuge, croît ou décroît sans cesse en raison inverse des cubes des rayons vecteurs ou des distances (1298): donc ces deux forces ne doivent point faire décrire au mobile, des spires qui puissent, ou l'éloigner à l'infini de son centre de gravitation, ou le conduire & le précipiter dans ce centre de gravitation.

Si on demande pourquoi l'Auteur de la nature a décerné que ces deux forces croîtroient & décroîtroient selon deux rapports si différents; la raison en est, que l'Auteur de la nature a librement voulu & établi l'ordre de choses que nous y voyons; & que cet ordre de choses, ce mouvement elliptique des planetes & des cometes autour du soleil, exigeoit que la force centrale & la force centrifuge variassent selon

les deux rapports différents que nous y obſervons, l'une en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, l'autre en raiſon inverſe des cubes des diſtances. Un autre rapport entre ces deux forces, eût produit un tout autre ordre de choſes dans la nature, par exemple, un mouvement circulaire ou un mouvement ſpiral dans les révolutions des corps céleſtes.

1288. OBJECTION II. L'ellipſe, la trajectoire qu'on attribue aux planetes & aux cometes, doit être également courbe aux deux bouts de ſon grand axe, & dans tous les points également éloignés d'une des extrêmités de ce grand axe: Or cela ſeul fait voir qu'une telle courbe ne peut point être décrite par le moyen d'une force projectile & d'une force centrale, telles qu'on vient de les ſuppoſer & de les expliquer. Car (*fig.* 26),

Pour que la courbure fût égale en *ab* & en A*m*; il faudroit que la force centrale qui produit l'inflexion dans ces deux arcs égaux, fût égale en *a* & en A : or cette force centrale, qui croît & décroît en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, eſt beaucoup plus grande en *ab*, beaucoup plus petite en A*m* : donc elle ne peut point produire dans ces deux arcs égaux, placés aux deux extrêmités du grand axe, une égale courbure : donc la courbe des planetes & des cometes, n'eſt point une ellipſe.

RÉPONSE. Pour faire évanouir cette difficulté, qui eſt plus ſpécieuſe que ſolide, ſimplifions les choſes. Soit le rayon vecteur S*a* = 1; le rayon vecteur SA = 2; l'arc *ab*, égal à l'arc A*m*; la force centrale en *a*, = 4; la force centrale en A, = 1. D'après cette ſuppoſition, qui ſert de fon-

dement à l'objection que nous allons résoudre, je dis que la courbure A*m* doit être égale à la courbure *ab*.

I°. Il conste, & par les observations astronomiques, & par la théorie de la premiere loi de Kepler, que les vîtesses de la planete, en A & en *a*, sont en raison inverse des rayons vecteurs (1281): donc la vîtesse de la planete en *a*, sera deux fois plus grande qu'en A: donc l'arc *ab* sera parcouru dans la moitié du tems qui sera employé à parcourir l'arc A*m*: donc la planete, en parcourant l'arc *ab*, recevra deux fois moins de coups de la part de la pesanteur ou de la force centrale, qu'elle n'en recevra en parcourant l'arc A*m*, sur lequel elle reste un tems double.

II°. Il est clair que l'action de la force centrale sur la planete, doit s'estimer, & par le nombre de ses impulsions, & par l'activité ou l'intensité de chaque impulsion. En *ab*, le nombre des impulsions est $= 1$; l'intensité ou l'activité de chaque impulsion est $= 4$: l'action totale est $1 \times 4 = 4$. En A*m*, le nombre des impulsions est $= 2$: l'intensité ou l'activité de chaque impulsion est $= 1$; l'action totale est $1 \times 2 = 2$. L'action de la force centrale sur la planete est donc deux fois plus grande en *a*, qu'en A.

S'ensuit-il delà que la planete doive être deux fois plus détournée de la tangente en *a*, qu'en A? Non: parce que si la force centrale a deux fois plus d'action en *a*, la force projectile deux fois plus grande en *a* qu'en A, lui oppose deux fois plus de résistance. Ainsi en *a*, une force projectile, dont la résistance à la courbure est $= 2$, doit être infléchie par une force centrale $= 2$; autant qu'en A, une autre force projectile, dont

la résistance à la courbure sera = 1, sera infléchie par une force centrale = 1. Donc la courbure, ou l'inflexion du mouvement de la planete, inflexion qui est l'effet de la force centrale sur la force projectile, sera égale dans l'arc *ab* & dans l'arc A*m* : donc la courbe décrite par le centre de la planete, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, peut & doit être une ellipse.

1289. OBJECION III. Je conçois comment un mobile, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, peut aller en ligne courbe, elliptique ou circulaire, de mon zénith à mon nadir. Mais comment faire remonter ce même mobile de mon nadir à mon zénith, contre sa gravitation? L'imagination est révoltée de cette marche: la raison peut-elle l'avouer?

RÉPONSE. Habitués dès notre plus tendre enfance à voir les corps terrestres graviter vers le centre de la terre, nous généralisons cette idée; nous l'étendons, sans nous en appercevoir, au-delà de ses bornes : nous nous imaginons, sans fondement & sans motif, que tous les corps gravitent vers le centre de la terre; & qu'ils gravitent indéfiniment au-delà de ce centre, vers ce que nous appellons le nadir. Tel est le préjugé qu'enfante insensiblement & comme invinciblement en nous, l'habitude de voir & de juger sans examen; & que ne détruit pas toujours aisément la réflexion, dans les personnes chez qui l'imagination a un peu plus d'empire que la raison; ou, ce qui revient à la même chose, dans les personnes dont l'ame est plus propre à enfanter ou à adopter des images & des persuasions, qu'à les comparer, qu'à les ju-

ger, qu'à les apprécier. Ne ſéparons point ces deux puiſſances de l'homme, ces deux bienfaits du Créateur, l'imagination & la raiſon; mais fixons les l'une & l'autre à leur deſtination: la premiere eſt ſouvent aveugle & trompeuſe, ſans la ſeconde; la ſeconde eſt toujours aride & languiſſante, ſans la premiere: dans la carriere des connoiſſances humaines, celle-là éleve, tranſporte, & quelquefois égare le génie; celle-ci l'éclaire, le guide, le régit & le rectifie. Or ſi l'imagination nous induit en quelque erreur ſur la gravitation des corps, que nous apprend ſur ce même objet la raiſon? Elle nous apprend, d'après les expériences & les obſervations,

I°. Que tous les corps terreſtres gravitent vers le centre de la terre, & non au-delà de ce centre: puiſque les corps qui occupent nos antipodes quelconques, tendent vers nous, comme nous tendons vers eux; & que leur centre commun de gravitation eſt le centre de la terre, ainſi que le nôtre.

II°. Que la lune a pour centre de gravitation le centre de la terre, ainſi que les corps terreſtres: puiſqu'en tout point de ſa courbe, ſoit au-deſſus de nos têtes, ſoit au-deſſous de nos pieds, elle quitte la tangente pour infléchir ſon mouvement vers le centre de la terre.

III°. Que la lune & les corps terreſtres ne tendent pas plus vers le nadir que vers le zénith, vers le bélier que vers la balance, vers le pole arctique que vers le pole antarctique. Il eſt donc abſurde d'imaginer dans la lune au zénith, une force accélératrice qui la précipite vers le nadir; dans la lune au nadir, une force rétardatrice qui s'oppoſe à ſon mouvement vers

le zénith : puiſque la lune n'a aucune tendance ſpéciale vers l'un de ces deux points, plutôt que vers l'autre ; & que *monter vers le zénith ou deſcendre vers le nadir*, ſont deux idées totalement étrangeres au mouvement de la lune dans l'eſpace infini, où il n'y a ni haut ni bas abſolu.

IV°. Que la terre, les planetes principales, les cometes, ont pour centre de gravitation le ſoleil, autour duquel elles décrivent leurs courbes ; ſans avoir aucune tendance ſpéciale vers le nadir plutôt que vers le zénith, vers le bélier plutôt que vers la balance ; & ainſi du reſte. D'où il s'enſuit qu'il n'y a pas plus de difficulté à concevoir, d'après la raiſon, le mouvement d'un corps autour de ſon centre de gravitation, dans ſon paſſage du nadir au zénith, que dans ſon paſſage du zénith au nadir. (1283.)

1290. OBJECTION IV. S'il eſt vrai que la lune décrive une courbe elliptique autour de la terre, en vertu d'une force projectile & centrale ; pourquoi un boulet de canon, tiré horiſontalement, ne décrit-il pas une courbe ſemblable autour de la terre ?

RÉPONSE. Un boulet de canon ne décrit point une courbe elliptique autour de la terre ; parce que ſa force centripete eſt trop grande en comparaiſon de ſa force centrifuge.

I°. Un boulet de canon qui bat en breche, ne parcourt qu'environ 100 toiſes en une ſeconde de tems (391) ; & cette force projectile ne lui donne qu'une force centrifuge égale à environ une ligne & un tiers ; comme il conſte par les obſervations, par la théorie du nivellement (*Math.* 534), & par la théorie du ſinus verſe

appliquée à cet objet (1269). Donc ce boulet de canon, qui dans une seconde, s'approche de 15 pieds du centre de la terre, en vertu de sa force centripete; & qui dans le même tems, ne tend à s'éloigner du centre de la terre que d'une ligne & un tiers, en vertu de sa force projectile horisontale d'où naît sa force centrifuge, doit bientôt atteindre la surface de la terre, où cesse son mouvement.

II°. Si ce boulet de canon avoit une vîtesse ou une force projectile 45 ou 50 fois plus grande; il pourroit, dans le vuide ou dans un milieu nullement résistant, décrire la courbe qu'on objecte: parce qu'en parcourant près de 5000 toises en une seconde, il tendroit à s'éloigner de plus de 15 pieds du centre de la terre (*Math.* 391), en vertu de sa force projectile; tandis que dans ce même tems, il ne tendroit qu'à s'en approcher de 15 pieds, en vertu de sa force centrale. Mais dans un milieu aussi résistant que l'air (302), sa force projectile, fût-elle immensément plus grande que nous venons de la supposer, seroit bientôt détruite & anéantie; & sa force centrale le rameneroit bientôt sur la surface de la terre.

III°. Ces deux raisons, qui détruisent la possibilité du mouvement elliptique dans un corps lancé près de la surface terrestre, ne détruisent point la possibilité du mouvement elliptique dans la lune, dont la *force centrale* est environ 3600 fois moindre que dans le boulet de canon (1272); dont la *force projectile* égale à 187264 pieds par minute (1272), est environ six fois plus grande que celle d'un boulet de canon qui bat en breche; & dont la révolution produite

par

par l'action conjointe de la force projectile & de la force centrale, s'effectue, ou dans le vuide, ou dans un milieu ſans réſiſtance.

PARAGRAPHE SECOND.

Thèorie de la seconde Loi.

1291. OBSERVATION. Nous venons de faire voir, dans le paragraphe précédent, que les planetes & les cometes, en vertu d'une force projectile & d'une force centrale, doivent décrire perſévéramment des ellipſes autour de leur centre de mouvement; & que ces révolutions elliptiques ne ſont qu'une ſuite & une dépendance de la théorie du mouvement. Mais comment déduire de la théorie du mouvement, le rapport entre les diſtances & les tems périodiques de ces différents corps, mus comme au haſard autour d'un centre commun?

Comme cette théorie, qui n'intéreſſe que très-peu de lecteurs, exige néceſſairement des calculs aſſez compliqués, pour être parfaitement développée dans toute ſon étendue; nous nous bornerons à montrer les principes ſur leſquels elle eſt fondée, & à faire voir qu'en comparant enſemble les vîteſſes, les forces centrales, les rayons vecteurs, les tems périodiques, on peut en déduire le rapport marqué par la ſeconde loi de Kepler. (1261.)

Pour ſimplifier, autant qu'il eſt poſſible, la théorie que nous allons donner, nous nous bornerons à comparer entr'elles, dans différentes hypotheſes, les révolutions périodiques de deux planetes A & *a*; & nous ſuppoſerons que ces

deux planetes font leurs révolutions dans deux circonférences de cercles concentriques, dont les rayons ſont entr'eux comme 2 eſt à 1. Il ſera facile de tranſporter dans l'ellipſe, les réſultats que nous allons chercher dans le cercle: puiſque l'ellipſe a des rapports fixes & connus avec le cercle. (*fig.* 30.)

Dans cette théorie, qui exige néceſſairement & des expreſſions & des calculs algébriques, nous nommerons les deux planetes A & *a*; leurs vîteſſes ou leurs forces projectiles, V & *v*; leurs diſtances ou leurs rayons vecteurs, R & *r*; la durée de leurs révolutions ou leurs tems périodiques, T & *t*; leurs forces centrale, centripete & centrifuge, $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$. (1274.)

L'axiome ſuivant ſervira à faire entendre ce que les calculs & les équations que nous allons employer, pourroient préſenter d'obſcur & d'embarraſſant. Ces calculs, plus effrayants en apparence que difficiles dans la réalité, ne ſuppoſent & n'exigent d'autres connoiſſances, que celles de la plus ſimple multiplication & diviſion d'une fraction, telles qu'on les trouvera dans nos éléments de mathématiques.

1292. AXIOME. *Un nombre eſt égal à une fraction qui a ce nombre pour numérateur, & l'unité pour dénominateur.* Par exemple, $4 = \frac{4}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$: De même, $R = \frac{R}{1}$; $RR = \frac{RR}{1}$; & ainſi du reſte.

EXPLICATION. Dans les équations ſuivantes, on ſuppoſe deux corps quelconques, par exemple, deux planetes, le premier éloigné du centre de ſon mouvement comme 4, & le ſecond ſeulement comme 2. (*fig.* 30.)

I°. Si les vîtesses de ces deux corps sont en raison inverse des distances ou des rayons vecteurs ; on aura cette *premiere proportion*, $V . v :: 2 . 4$; ou bien $V . v :: \frac{1}{4} . \frac{1}{2}$: ou cette *seconde proportion*, $V . v :: r . R$; ou bien $V . v :: \frac{1}{R} . \frac{1}{r}$. (Math. 190.)

J'ai dit qu'on avoit d'abord $V = 2 . v = 4 :: \frac{1}{4} . \frac{1}{2}$: cela est évident ; puisque le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. Je dis qu'on a de même $V = 2 . v = 4 :: \frac{1}{R} . \frac{1}{r}$: puisque 1 divisé par $R = 4$, donne évidemment un quotient de moitié plus petit que 1 divisé par 2.

Il résulte delà que dans la seconde proportion, V est représenté par $\frac{1}{R}$, ou que $V = \frac{1}{R}$; comme dans la premiere proportion, V est représenté par $\frac{1}{4}$, $V = \frac{1}{4}$. Ainsi $V = \frac{1}{R}$, & $v = \frac{1}{r}$.

II°. Puisque V est représenté par $\frac{1}{R}$; si on éleve les deux membres de l'équation $V = \frac{1}{R}$ à leur quarré, on aura $VV = \frac{1}{RR}$. Si on divise les deux membres de cette équation $VV = \frac{1}{RR}$, par R ou par $\frac{R}{1}$ (*Math.* 212) ; on aura $\frac{VV}{R} = \frac{1}{R^3}$.

Or, puisque dans cette derniere équation le premier membre $\frac{VV}{R}$ est l'expression des forces centrales (1274) ; il est clair que le second membre $\frac{1}{R^3}$ sera aussi l'expression des mêmes forces cen-

trales. On pourra donc comparer entre elles les forces centrifuges & centripetes des deux planetes A & *a*, en les représentant tantôt par $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$, tantôt par $\frac{1}{R3}$ & $\frac{1}{r3}$.

1293. REMARQUE. La vîteſſe ou la force projectile produit dans un mobile une *force centrifuge* (1258); & détruit dans ce même mobile une *force centripete*, ou une portion d'une force centripete. La force centripete d'un mobile eſt donc indépendante de la vîteſſe ou de la force projectile de ce mobile; au lieu que la force centrifuge en eſt totalement dépendante. Détruiſez la force projectile de la lune, ou d'un boulet de canon tiré horiſontalement : leur force centripete, ou leur tendance vers le centre de la terre, ſubſiſte en plein. Détruiſez dans ces mêmes mobiles la force projectile : leur force centrifuge eſt totalement anéantie, & ne contrebalance plus en rien leur force centripete toujours ſubſiſtante.

Nous avons expliqué & démontré dans quelle proportion croît & décroît dans un mobile la force centripete, force indépendante des vîteſſes, mais dépendante des diſtances : dans un même mobile, quelle que ſoit la vîteſſe ou la force projectile qui l'anime, elle eſt toujours en raiſon inverſe du quarré des diſtances. (1272.)

Il nous reſte à expliquer & à démontrer dans quelle proportion cette même force centripete eſt détruite dans un mobile par l'action oppoſée de la force centrifuge, force dépendante à la fois & des vîteſſes & des diſtances du mobile : & tel ſera l'objet des propoſitions ſuivantes,

où l'expreſſion $\frac{VV}{R}$ des forces centrales aura principalement pour objet les *forces centrifuges*, qu'il s'agit d'évaluer par le moyen de leur rapport avec les forces centripetes déja préalablement connues. (1273.)

DIVERSES HYPOTHESES.

1294. HYPOTHESE I. *Si les tems périodiques des deux planetes* A *&* a *étoient égaux, leurs vîteſſes & leurs forces centrifuges ſeroient comme leurs diſtances ou leurs rayons vecteurs.* (fig. 30.)

DÉMONSTRATION. I°. Les vîteſſes ſeroient comme les rayons. Car les vîteſſes ſont comme les eſpaces parcourus en tems égaux (265): or les eſpaces parcourus en tems égaux, ſeroient, par la ſuppoſition, les arcs concentriques & ſemblables AB & *ab*, leſquels dans un cercle ſont entre eux comme les rayons AS & *a*S (*Math.* 474). Donc dans ce cas, on auroit cette proportion: V . *v* : : R . *r*.

II°. Les forces centrifuges ſeroient auſſi comme les rayons. Car dans un cercle, les forces centrifuges ſont égales aux forces centripetes, & leur expreſſion commune eſt $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$ (1274): donc puiſque ſelon la proportion précédente, V . *v* : : R . *r*; on aura auſſi $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: \frac{RR}{R} . \frac{rr}{r}$.

Et en effaçant les termes qui ſe détruiſent dans la ſeconde raiſon de cette derniere proportion, on aura $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: R . r$: ce qui ſignifie que les forces centrales, centrifuge & centripete, des

S iij

deux planetes feroient comme leurs rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1295. COROLLAIRE. Il réfulte delà, que *fi une fphere telle que la terre fe meut autour de fon axe avec une vîteffe quelconque ; tous fes différents points font leur révolution en même tems ;* & que *les vîteffes & les forces centrifuges des points pris dans une même furface circulaire perpendiculaire à l'axe de rotation, font comme leurs diftances à l'axe, ou comme les rayons des cercles qu'ils décrivent.*

EXPLICATION. Tandis que la terre fait une révolution fur fon axe ; il eft clair que chaque élément de la maffe terreftre décrit la circonférence d'un cercle dont le centre eft dans l'axe ; & que chaque élément terreftre a une force projectile, qui lui donne néceffairement une force centrifuge plus ou moins grande : puifqu'en vertu de cette force projectile, chaque élément tend à s'échapper par la tangente à fa courbe, dans laquelle il eft retenu par fa pefanteur ou par fa force centripete.

I°. Les éléments ou les portions de la maffe de la terre ou de la maffe de l'eau ou de la maffe de l'air, qui décrivent de plus grandes circonférences, ont évidemment plus de vîteffe & plus de force projectile, que ceux qui décrivent des circonférences plus petites : les premiers acquierent donc plus de force centrifuge que les derniers.

Si on fuppofe la pefanteur ou les forces centripetes des premiers, égales à la pefanteur ou aux forces centripetes des derniers ; il eft clair que les premiers doivent perdre plus de leur pefanteur ou de leur force centripete que les

derniers : puiſque les premiers ayant plus de force centrifuge que les derniers, ils ont une plus grande cauſe deſtructrice de leur peſanteur ou de leur force centripete. Delà l'applatiſſement des poles, où les vîteſſes, & les forces centrifuges nées des vîteſſes, ſont nulles ou très-petites : delà le renflement de l'équateur, où les vîteſſes, & les forces centrifuges nées des vîteſſes, ſont très-conſidérables, & détruiſent une partie notable de la peſanteur.

II°. Quoique dans cette révolution uniforme des éléments de la terre, de l'eau & de l'air, chaque élément ait une force centrifuge, oppoſée directement ou obliquement à ſa peſanteur ; il ne s'enſuit pas que cette force centrifuge détruiſe entiérement la peſanteur : elle n'en détruit qu'une très-petite partie ſous l'équateur ; elle n'en détruit point du tout ſur l'axe & dans les poles ; elle en détruit une portion toujours de plus en plus petite, en allant de l'équateur vers les poles. Selon les calculs de Huyghens & de quelques autres phyſiciens ; pour que les corps terreſtres perdiſſent totalement leur peſanteur ſur la ſurface de la terre, il faudroit que la révolution de la terre ſur ſon axe fût environ dix-ſept fois plus rapide, ou qu'elle ſe fît en environ une heure & 25 minutes.

III°. Comment eſt-il donc vrai que dans cette révolution des corps terreſtres, par exemple, du fluide aqueux & du fluide aérien ; les forces centripetes ſont égales aux forces centrifuges ? En ce ſens, que l'excès de la force centripete ſur la force centrifuge, née de la force projectile, eſt par-tout arrêté & contre-balancé dans chaque colonne, par la preſſion des colonnes

adjacentes, dont la pesanteur devient une vraie force centrifuge pour les colonnes successivement contigues, qu'elle tend à élever selon les loix de l'hydrostatique. (621.)

1296. HYPOTHESE II. *Si les vîtesses des deux planetes* A & a *étoient égales, leurs tems périodiques seroient comme leurs rayons; & leurs forces centrifuges, en raison inverse & de leurs rayons & de leurs tems périodiques.* (fig. 30.)

DÉMONSTRATION. I°. Les tems périodiques seroient comme les rayons. Car les vîtesses étant supposées égales, il est clair que la révolution du corps A sera plus longue que la révolution du corps a, autant que la circonférence décrite par le corps A est plus grande que la circonférence décrite par le corps a: les tems périodiques seroient donc entr'eux comme ces circonférences, & par là même comme leurs rayons qui leur sont proportionnels (*Math.* 473). Donc dans ce cas, $T . t :: R . r$.

II°. Les forces centrifuges seroient en raison inverse des rayons. Car ces forces sont $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$ (1274): or VV étant égal à vv, par la supposition; il est clair que $\frac{VV}{R}$ & $\frac{vv}{r}$ sont en raison inverse de leurs diviseurs, qui sont les rayons des deux circonférences concentriques. (*Math.* 190.)

III°. Les forces centrifuges seroient aussi en raison inverse des tems périodiques. Car ces forces étant en raison inverse des rayons, comme on vient de le démontrer; il est clair qu'elles sont

auſſi en raiſon inverſe des circonférences de ces rayons, qui ſont proportionnels à leurs circonférences ; & par là même, qu'elles ſont en raiſon inverſe des tems périodiques, qui ſont meſurés par ces circonférences, ou qui ſont entr'eux comme ces circonférences. C. Q. F. D.

1297. HYPOTHESE III. *Si les vîteſſes des deux planetes* A *& a étoient en raiſon inverſe des diſtances ou des rayons vecteurs, les forces centrifuges ſeroient en raiſon inverſe des cubes de ces mêmes diſtances.* (fig. 30.)

DÉMONSTRATION. Les vîteſſes réelles des deux planetes étant ſuppoſées en raiſon inverſe des diſtances ou des rayons vecteurs, on a cette proportion : la petite vîteſſe V de la planete plus éloignée, eſt à la grande vîteſſe v de la planete moins éloignée ; comme le petit rayon r eſt au grand rayon R ; ou $V . v :: r . R$.

Et par l'axiome précédent, $V . v :: \frac{1}{R} . \frac{1}{r}$. Par conſéquent, $V = \frac{1}{R}$; $VV = \frac{1}{R2}$; $\frac{VV}{R} = \frac{1}{R3}$: & $v = \frac{1}{r}$; $vv = \frac{1}{r2}$; $\frac{vv}{r} = \frac{1}{r3}$. D'où il réſulte que $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: \frac{1}{R3} . \frac{1}{r3}$.

Or dans cette derniere proportion, la premiere raiſon exprime les forces centrifuges (1274) : donc la ſeconde raiſon, qui lui eſt égale, exprime auſſi les forces centrifuges.

Mais dans cette derniere raiſon $\frac{1}{R3} . \frac{1}{r3}$, les deux termes que l'on compare enſemble & qui ſont deux fractions, ſont en raiſon inverſe des

cubes des diſtances ou des rayons : puiſque les numérateurs des deux fractions étant les mêmes, il eſt clair que ces deux fractions ſont en raiſon inverſe de leurs dénominateurs ou de leurs diviſeurs (*Math.* 190), qui ſont les cubes des rayons vecteurs.

On aura donc, pour l'expreſſion des deux forces centrifuges que l'on cherche à comparer & à évaluer, ou cette proportion $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: \frac{1}{R3} . \frac{1}{r3}$; ou cette autre proportion égale à la précédente, $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: r3 . R3$: ce qui ſignifie que les forces centrifuges des deux planetes A & *a*, dans la ſuppoſition préſente, ſont en raiſon inverſe des cubes des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1298. COROLLAIRE. *Les forces centrifuges d'une planete ou comete qui décrit une ellipſe autour de ſon centre de gravitation, ſont ſur tous les points de ſon orbite, en raiſon inverſe des cubes de ſes diſtances, ou de ſes rayons vecteurs.*

DÉMONSTRATION. On peut regarder un mobile qui décrit une courbe différente du cercle, comme commençant à chaque inſtant à ſe mouvoir dans un nouveau cercle dont le rayon ſeroit égal au rayon vecteur actuel du mobile : puiſqu'il eſt évident qu'un infiniment petit arc d'une ellipſe, peut quadrer & ſe confondre ſenſiblement avec un infiniment petit arc d'un cercle de même courbure & de même rayon que cet arc elliptique. (*Math.* 761.)

Le mouvement d'une planete ou d'une comete dans ſa courbe elliptique, peut donc être

considéré comme composé de petits mouvements circulaires, variables à chaque instant, & dont les vîtesses réelles & absolues sont toujours & par-tout en raison inverse des rayons vecteurs. (1281.)

Or, selon l'hypothese & la démonstration précédente, ces vîtesses en raison inverse des rayons vecteurs, produiroient dans le cercle, des forces centrifuges en raison inverse des cubes des rayons vecteurs : donc elles produiront le même effet dans des courbes qui ne different point, ou qui ne different qu'infiniment peu du cercle. Donc les différentes vîtesses d'une même planete ou comete, toujours & par-tout en raison inverse des rayons vecteurs alternativement croissants & décroissants, lui donneront des forces centrifuges en raison inverse des cubes de ses rayons vecteurs, dans tous les infiniment petits arcs de sa courbe, lesquels peuvent toujours & par-tout se confondre avec des arcs de cercles qui auroient la même courbure que ces arcs elliptiques, & dont le rayon seroit égal au rayon vecteur actuel de la planete ou comete, en quelque point de son orbite qu'on la suppose.

Donc, comme nous l'avons supposé ailleurs, les forces centrifuges de cette planete ou comete, sont sur tous les points de son orbite elliptique, en raison inverse des cubes de ses distances ou de ses rayons vecteurs. De sorte que quand la distance sera $= 1$, sa force centrifuge sera $= 1$: quand sa distance sera $= 2$, sa force centrifuge sera $= \frac{1}{8}$: quand sa distance sera $= 3$, sa force centrifuge sera $= \frac{1}{27}$: & ainsi du reste. C. Q. F. D.

1299. OBJECTION. Si dans le mouvement ellip-

tique des planetes & des cometes, les forces centrifuges croissent & décroissent alternativement en raison inverse des cubes des rayons vecteurs; les forces centripetes devroient croître & décroître aussi selon la même proportion : puisque l'expression des forces centrifuges & centripetes est la même (1274). Comment concilier cette théorie, avec celle que nous avons établie & démontrée ailleurs, savoir, que les forces centripetes d'un corps quelconque croissent & décroissent en raison inverse des quarrés des rayons vecteurs (1272), & non en raison inverse des cubes des rayons vecteurs?

Réponse. Dans le mouvement circulaire d'un même corps, les forces centrifuge & centripete qui l'animent, sont toujours & par-tout nécessairement égales: puisque si l'une de ces deux forces rivales & opposées l'emportoit sur l'autre, le mobile s'approcheroit ou s'éloigneroit de son centre, & cesseroit de décrire un cercle. Ainsi dans le cercle, l'expression de ces deux forces est exactement & persévéramment la même.

Mais dans le mouvement elliptique, où ces deux forces sont inégales, & où l'une l'emporte alternativement sur l'autre, leur expression n'est la même, qu'autant qu'on les compare l'une à l'autre dans un cercle appliqué à l'ellipse, & confondu en partie avec un infiniment petit arc de l'ellipse (*Math.* 762). Dans ce cas, l'expression des forces centrifuge & centripete est la même relativement au *cercle de comparaison :* parce que la force centrifuge tend à éloigner le mobile du centre de ce cercle, précisément autant que la force centripete tend à l'en approcher. L'expression n'est pas la même *par rapport à l'ellipse*

ou à la courbe du mobile : parce que ſur chaque point de l'ellipſe ou de la courbe du mobile, la force centrifuge tend toujours à éloigner le mobile du centre de gravitation, ou plus ou moins que la force centripete ne tend à l'en rapprocher.

Si l'on demande maintenant pourquoi la théorie de l'hypotheſe & du corollaire précédents, quadre avec la force centrifuge dans l'ellipſe, ſans quadrer de même avec la force centripete dans la même ellipſe ; la raiſon en eſt, que la *force centrifuge* eſt toujours dans la direction du rayon, ſoit dans l'ellipſe, ſoit dans le cercle de comparaiſon ; c'eſt toujours la quantité dont le mobile tend à s'éloigner de l'arc commun & à l'ellipſe & au cercle de comparaiſon : au lieu que la *force centripete* eſt dans la direction du rayon de l'ellipſe, & non dans la direction du rayon du cercle appliqué à l'ellipſe ; c'eſt la quantité dont le mobile tend à s'approcher du foyer central de l'ellipſe, & non du centre du cercle de comparaiſon. Le cercle de comparaiſon peut donc ſervir à faire trouver l'expreſſion de la force centrifuge dans l'ellipſe ; ſans que cette expreſſion ſoit en même tems l'expreſſion de la force centripete dans la même ellipſe : celle-ci eſt déja ſuppoſé trouvée d'une autre maniere & par d'autres voies. (1272.)

1300. REMARQUE. Les trois hypotheſes précédentes ſont trois fauſſes ſuppoſitions, qui ne quadrent point, comme on voit, avec le ſyſtême planétaire. La derniere hypotheſe, par exemple, ne quadre pas avec les vîteſſes réelles de nos planetes : puiſque ces vîteſſes réelles de nos planetes ſont entr'elles en raiſon inverſe des ra-

cines quarrées des diſtances, & non en raiſon inverſe des diſtances. Mais cette hypotheſe quadre avec les différentes vîteſſes réelles d'une même planete, dont les vîteſſes réelles & variables ſur les différents points de ſon orbite, ſont toujours en raiſon inverſe de ſes diſtances au ſoleil (1281); & l'objet de cette hypotheſe, c'eſt de déterminer la quantité de force centrifuge qui anime cette unique planete ſur chaque point de ſon orbite, à différentes diſtances de ſon centre de mouvement.

1301. HYPOTHESE IV. *Si les forces centripetes des deux planetes* A & a *ſont en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, comme elles le ſont en effet* (1273); *leurs vîteſſes réelles ſeront entr'elles, comme les racines quarrées de leurs diſtances inverſes.* (fig. 30.)

C'eſt-à-dire, que la vîteſſe de la planete plus éloignée, ſera à la vîteſſe de la planete moins éloignée; comme la racine quarrée de la petite diſtance, eſt à la racine quarrée de la grande diſtance. Sur quoi il faut obſerver que cette hypotheſe n'eſt point, comme les précédentes, une fauſſe ſuppoſition deſtinée, ou à préparer à la véritable, ou à conduire à quelque utile lumiere: c'eſt l'hypotheſe même de la nature; c'eſt la ſeconde loi obſervée par Kepler dans le moyen mouvement des planetes.

DÉMONSTRATION. I°. Dans cette hypotheſe, on a la proportion ſuivante : la force centripete de la planete plus éloignée, eſt à la force centripete plus grande de la planete moins éloignée, comme le quarré du petit rayon, eſt au quarré

du grand rayon ; ou $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: rr . RR$: & par l'explication de l'axiome précédent, $\frac{VV}{R} . \frac{vv}{r} :: \frac{1}{RR} . \frac{1}{rr}$.

II°. Il s'agit maintenant de démêler dans cette équation $\frac{VV}{R} = \frac{1}{RR}$, la valeur de V qui exprime la vîtesse, & la valeur de R qui exprime le rayon. D'abord en multipliant les deux membres de cette équation par R, on aura $VV = \frac{R}{RR}$; & en effaçant dans le dernier membre les termes qui se détruisent, on a $VV = R$, ou le quarré de la vîtesse proportionnel au rayon.

Ensuite, puisque $\frac{VV}{R} = \frac{1}{RR}$, en effaçant dans cette équation les termes qui se détruisent, c'est-à-dire R de part & d'autre, on aura $VV = \frac{1}{R}$; & en extrayant la racine quarrée de cette derniere équation, on aura $V = \sqrt{\frac{1}{R}}$.

Dans cette derniere équation, le premier membre exprime la vîtesse de la planete plus éloignée; le second membre exprime la racine quarrée du rayon de la planete moins éloignée. Donc, en faisant la même opération sur l'autre force centripete, on trouvera que la vîtesse réelle de la planete la plus éloignée, est à la vîtesse réelle de la planete la moins éloignée, comme la racine quarrée de la petite distance, est à la racine quarrée de la grande distance ; ou que ces vîtesses sont entr'elles comme les ra-

cines quarrées des distances inverses. C. Q. F. D.

1302. REMARQUE. Puisque la vîtesse est l'espace parcouru, divisé par le tems employé à le parcourir (262); que l'on divise la courbe de la terre & de mars, par exemple, par les tems périodiques respectifs de ces deux planetes : on trouvera que la vîtesse réelle de mars, est plus petite que celle de la terre; & que la moyenne vîtesse de mars, est à la moyenne vîtesse de la terre, comme la racine quarrée de la moyenne distance de la terre, est à la racine quarrée de la moyenne distance de mars : & ainsi des autres planetes.

1303. COROLLAIRE I. *Les vîtesses réelles des deux planetes* A *&* a *étant entr'elles comme les racines quarrées de leurs distances inverses, les quarrés des tems périodiques seront entr'eux comme les cubes des distances respectives.* (fig. 30.)

DÉMONSTRATION. Les tems sont comme les espaces parcourus, divisés par les vîtesses : ces espaces parcourus sont les circonférences qui sont proportionnelles aux rayons; les tems seront donc $T = \frac{R}{V}$, & $t = \frac{r}{v}$.

Puisque $T = \frac{R}{V}$, il s'ensuit que $T2 = \frac{R2}{V2}$: or, par la démonstration de l'hypothese précédente, $VV = \frac{1}{R}$. Donc dans l'équation $T2 = \frac{R2}{V2}$, qui représente le rapport des quarrés des tems aux distances, on peut substituer $\frac{1}{R}$, à $V2$: donc $T2 = R2$ divisé par $\frac{1}{R}$: donc $T2 = R3$: ce

qui

qui ſignifie que les quarrés des tems ſont entre eux, comme les cubes des diſtances ou des rayons vecteurs. C. Q. F. D.

1304. COROLLAIRE II. *Et réciproquement, ſi les quarrés des tems ſont comme les cubes des diſtances propres; les forces centripetes ſeront en raiſon doublée des diſtances inverſes, ou en raiſon inverſe des quarrés des diſtances reſpectives.*

DÉMONSTRATION. D'abord, $T = \frac{R}{V}$: donc ſi $T2 = R3$, on aura auſſi $\frac{R2}{V2} = R3$; & $V2 = \frac{R2}{R3} = \frac{1}{R}$, comme dans la derniere hypotheſe (1301). D'où il s'enſuit que $\frac{VV}{R} = \frac{1}{RR}$, & que $\frac{vv}{r} = \frac{1}{r}$: ce qui ſignifie que les forces centripetes ſont en raiſon inverſe des quarrés des diſtances ou des rayons vecteurs; comme nous l'avons déja expliqué & démontré ailleurs. (1273.) C. Q. F. D.

1305. REMARQUE. Quoique les planetes ſe meuvent dans des ellipſes, & non dans des cercles; la même théorie que nous venons de développer, peut s'appliquer à leurs mouvements: parce que dans chaque point de leur courbe, & ſur-tout dans leur moyenne diſtance, on peut les conſidérer comme commençant à ſe mouvoir dans un cercle dont le rayon ſeroit égal au rayon actuel de leur courbe; & que la petite portion de cette courbe, qu'elles parcourent dans un tems très-court, par exemple dans une ſeconde

ou dans une minute, ne differe qu'infiniment peu du cercle dont nous parlons. (*Math.* 762.)

RÉFLEXIONS SUR CES LOIX, OU

1306. CONCLUSION. Après avoir exposé & développé *dans ces deux fameuſes loix de Kepler*, le plus grand & le plus intéreſſant méchaniſme de la nature; il nous reſte à faire obſerver, comme en paſſant, qu'il ne faut rien de plus que l'exiſtence & la permanence de ces deux loix, pour établir démonſtrativement & pour faire ſentir par-tout efficacement, & l'inviſible préſence & l'ineffable action d'un Être increé & créateur, ſeul auteur, ſeul conſervateur, ſeule cauſe efficiente du mouvement qui anime perſévéramment les globes céleſtes.

I°. Ces loix de la nature ſont arbitraires: puiſqu'il eſt évident qu'il n'y a rien dans la matiere & dans les corps, qui exige eſſentiellement qu'ils tendent les uns vers les autres; qu'ils tendent plutôt vers le ſoleil, par exemple, que vers Sirius; qu'ils tendent vers certains centres, *en raiſon inverſe des quarrés des diſtances*, plutôt qu'en raiſon directe, ou des diſtances, ou des racines quarrées ou cubiques de ces diſtances. De même, il eſt évident que dans la nature du mouvement, ſi on l'enviſage antécédemment à toute loi poſitive & arbitraire; il n'y a rien qui exige eſſentiellement que les corps tendent à s'éloigner de certains centres, *en raiſon inverſe des cubes de leurs diſtances*, plutôt qu'en raiſon inverſe des diſtances ou des quarrés des diſtances; plutôt qu'en raiſon directe des diſtances, ou de leurs quarrés, ou de leurs

cubes, ou de leurs racines ; & ainſi du reſte. Ces loix doivent donc leur établiſſement & leur conſervation à un Principe libre, à un Arbitre ſuprême de la nature, auquel il a plu de donner à la nature telles loix de mouvement, relativement à l'ordre de choſes par lui choiſi & déterminé ; plutôt que telles & telles autres loix de mouvement évidemment poſſibles, qu'il auroit pu également choiſir & établir. Ce peu de mots ſemble ſuffiſant pour décider la fameuſe queſtion, ſi ſouvent agitée : *ſi les loix de la nature ſont libres ou néceſſaires.*

II°. Ces loix, pour être arbitraires, n'en ſont pas moins conſtantes & immuables. La raiſon en eſt, qu'elles ont pour auteur & pour conſervateur, un Être dont l'immutabilité eſt l'apanage eſſentiel ; un Être abſolument incapable de changer jamais de deſſein & de volonté ; un Être qui veut & décerne toujours, ce qu'il a une fois voulu & décerné (*Mét.* 431). Ainſi on peut compter ſur les réſultats de ces loix, primitivement libres & arbitraires, avec autant d'aſſurance que ſi elles étoient néceſſaires en elles-mêmes.

III°. Ces loix arbitraires, mais infiniment ſages, exigent néceſſairement, pour ſubſiſter dans la nature, l'action permanente d'un Principe moteur, infini & dans ſes lumieres & dans ſa puiſſance. Quel autre, qu'un génie illimité dans ſon intelligence, pourroit ſaiſir à chaque inſtant, tous les rapports infiniment compliqués & toujours variables que doivent prendre les forces centripetes & centrifuges de chaque élément de matiere, pour faire perſévéramment ſubſiſter & pour ne jamais altérer en rien

l'ordre de choſes une fois établi ? Quelle autre puiſſance, qu'une puiſſance infinie dans ſon eſſence & dans ſon action, pourroit donner inceſſamment & perſévéramment à chaque élément & à chaque maſſe de matiere, ſans excès & ſans défaut, le degré précis de vîteſſe, de force centrifuge ou centripete, qu'il lui faut pour reſter perſévéramment dans la même courbe qu'il a une fois commencé à décrire? Le roi prophete l'a dit: la ſageſſe & la puiſſance du Créateur ſont empreintes dans les cieux en caracteres ſi ſenſibles & ſi lumineux, qu'il faut manquer à la fois & de lumiere & de ſentiment, pour ne pas les y appercevoir. O aveugle & ſtupide athéiſme, tu n'habitas certainement jamais dans un cœur droit & dans un eſprit éclairé!

IV°. On peut dire de toutes les loix de la méchanique, ce que nous venons de dire de la force centrifuge & centripete: elles ſont toutes arbitraires, mais immuables; & elles ſuppoſent toutes l'action permanente du Créateur. Il eſt clair qu'on ne conçoit rien dans la nature de la matiere ou du mouvement, qui exige eſſentiellement & par ſoi-même, qu'un levier double donne une force double; qu'une très-petite maſſe, animée d'une immenſe vîteſſe, faſſe équilibre avec une immenſe maſſe animée d'une très-petite vîteſſe. Les choſes ne ſont ainſi, que parce qu'il a plu au ſuprême Légiſlateur de la nature qu'elles fuſſent telles; & que parce qu'il les rend perſévéramment telles par ſon action toujours permanente, ſeule cauſe efficiente de tout mouvement dans la nature: preuve ſenſible & démonſtrative de ſon exiſtence & de ſa

préſence ſur la terre & autour de nous, ainſi que loin de nous & dans l'immenſité des cieux.

1207. REMARQUE. Des deux loix de la nature que nous venons d'examiner & de développer dans tout cet article, naît un *mouvement elliptique*, durable & permanent dans les corps céleſtes. Pour que ces mêmes loix donnaſſent aux mêmes corps céleſtes un mouvement circulaire, qu'auroit-il fallu? Il auroit fallu que la force projectile, imprimée à chaque mobile dans une direction perpendiculaire à ſon rayon vecteur, eût le degré précis de force, ſans excès & ſans défaut, qu'il faut pour produire dans ce mobile une force centrifuge préciſément égale à la force centripete: dans ce cas, le mobile eût décrit un cercle (1284), & non une ellipſe.

Mais le Créateur, eſſentiellement indépendant dans ſes volontés, dans les fins qu'il ſe propoſe, dans le choix des moyens qu'il lui plaît d'employer, a voulu & décerné librement & d'après ſon bon plaiſir, un mouvement elliptique, & non un mouvement circulaire, dans les corps céleſtes: & ce mouvement elliptique, en mettant plus de variété dans l'ordre des choſes, n'y met pas moins de puiſſance & de ſageſſe.

Le mouvement circulaire eût exigé que le Créateur imprimât primitivement à chaque mobile, une impulſion déterminée & proportionnelle à ſa force centripete. Le mouvement elliptique n'exige de la part du Créateur, pour chaque planete ou comete en particulier, qu'une impulſion libre & indéterminée, plus ou moins grande, en un ſens quelconque différent de la direction du rayon vecteur: ce qui ſemble plus propre à étaler ſans ceſſe à nos yeux le ſpectacle

de ſa ſageſſe & de ſa puiſſance, uni & aſſorti au ſpectacle de ſa liberté. *Cœli enarrant gloriam Dei.*

ARTICLE QUATRIEME.

SYSTÊMES DU MONDE.

1308. DÉFINITION. UN ſyſtême du monde eſt un arrangement des corps céleſtes, qui puiſſe quadrer avec les différents phénomenes qu'on obſerve dans les mouvements des aſtres ; ou d'où puiſſe découler une ſatisfaiſante explication de ces différents phénomenes.

Il eſt plus que vraiſemblable qu'un ſyſtême du monde, qui s'accorde en tout & par-tout avec les phénomenes céleſtes, qui renferme dans ſa théorie toutes les évolutions des aſtres dans toute leur généralité & dans toutes leurs particularités, qui quadre à la fois & avec les principes phyſiques & avec les obſervations aſtronomiques, eſt le vrai ſyſtême ou le vrai arrangement de la nature. Il eſt certain, il eſt évident, que tout ſyſtême du monde qui ne s'accorde ni avec les principes phyſiques, ni avec les obſervations aſtronomiques, ni avec la théorie connue du mouvement, n'eſt point le vrai ſyſtême ou le vrai arrangement de la nature. Nous allons examiner, d'après cette idée ou d'après ce principe, les ſyſtêmes de Ptolomée, de Copernic, de Tycho-Brahé.

SYSTÊME DE PTOLOMÉE.

1309. SYSTÊME I. Ptolomée, natif de Peluſe en Egypte, le plus grand aſtronome de ſon ſiecle & peut-être de toute l'antiquité, donna ſon ſyſtême du monde à Alexandrie vers le milieu du ſecond ſiecle; & ce ſyſtême fut regardé, avec raiſon, comme un chef-d'œuvre de génie, dans un tems où le peu de connoiſſances qu'on avoit & ſur la phyſique & ſur l'aſtronomie, ne permettoit pas à l'eſprit humain d'imaginer rien de mieux. Dans ce ſyſtême, que les obſervations & les découvertes des ſiecles poſtérieurs ont démontré faux, ruineux, abſurde, dans toutes ſes parties (*fig.* 32):

I°. La terre eſt immobile au centre de l'univers: l'élément de l'air enveloppe la terre: l'élément du feu domine & enveloppe l'élément de l'air: un ciel de cryſtal, c'eſt-à-dire, une immenſe couche ſphérique d'une matiere ſolide & tranſparente, embraſſe & enveloppe le tout; & ſert de ſiege à la lune, qui s'y trouve placée comme un diamant dans ſon chaton.

II°. Au-deſſus de la région de l'air & du feu, qui enveloppent la terre immobile au centre de l'univers, ſe trouvent à différentes diſtances, onze cieux de cryſtal, ou onze couches ſphériques & concentriques d'une matiere ſolide & tranſparente, telle que celle dont nous venons de parler. Le premier eſt deſtiné à ſoutenir & à porter la lune autour de la terre: le ſecond rend le même ſervice à mercure; le troiſieme, à venus; le quatrieme, au ſoleil; le cinquieme, à mars; le ſixieme, à jupiter; le ſeptieme, à

ſaturne ; le huitieme, aux étoiles, qui s'y trouvent toutes enchâſſées au haſard, & qui y brillent d'un éclat différent, quoique placées à la même diſtance de la terre.

Parmi les autres cieux plus éloignés du centre de la terre, le neuvieme engraine le ciel des étoiles, & les fait avancer chaque jour d'environ un degré ſur la révolution du ſoleil, d'orient en occident : il engraine auſſi les cieux inférieurs des différentes planetes, & les fait aller inceſſamment d'occident en orient, contre leur mouvement diurne, avec des vîteſſes inégales. Le dixieme imprime au même ciel des étoiles un autre petit mouvement parallele au plan de l'écliptique, d'occident en orient, & le fait tourner autour des poles de l'écliptique. Le onzieme, ſurnommé le *premier mobile*, imprime à toute la machine le grand mouvement, qui eſt le mouvement diurne, d'orient en occident, ſans altérer & ſans déranger le mouvement particulier des deux cieux inférieurs, dont nous venons de parler.

III°. Les ſtations, les directions, les rétrogradations des planetes, étoient connues de Ptolomée. Pour les expliquer dans ſon ſyſtême, il adapte un *épicycle* (*) au ciel de chaque planete, c'eſt-à-dire, un cercle dont l'axe eſt comme adhérent & dont le plan eſt à peu près perpendiculaire au ciel de chaque planete. Dans cette

(*) ETYMOLOGIE. Epicycle, cercle ayant ſon centre ſur la circonférence d'un autre cercle. D'επι, *ſuper*, & de κικλοσ, *circulus*. Il n'y a point d'épicycle réel dans la nature.

hypotheſe, le ciel de ſaturne, par exemple, eſt échancré en *ac:* un axe ou un eſſieu d'une matiere ſolide & indeſtructible enfile le centre du cercle *abcda*, & repoſe de part & d'autre par ſes extrêmités ſur deux raînures S du ciel échancré. Saturne n'occupe pas le centre S de ſon épicycle ; mais il eſt fixé immobilement dans un point *a* de la circonférence.

Le centre de l'épicycle a les mêmes mouvements que le ciel auquel il eſt adhérent : mais ſa circonférence a un mouvement propre & permanent d'occident en orient, un mouvement *abcda*, qui fait que ſaturne eſt tantôt direct, tantôt rétrograde, tantôt ſtationnaire. Il eſt direct, quand allant ſelon l'ordre des ſignes, il parcourt l'arc *abc:* il eſt rétrograde, quand allant contre l'ordre des ſignes, il parcourt l'autre partie *cda* de ſon orbite : il eſt ſtationnaire vers les points *a* & *c*.

Les autres planetes, excepté la lune, ont également leurs ſtations, leurs directions, leurs rétrogradations : c'eſt pourquoi Ptolomée les plaça dans la circonférence de ſemblables épicycles *rstr*, hormis la lune qu'il fixa ſimplement dans ſon ciel, ſans épicycle.

SYSTÊME DE COPERNIC,

OU LE VRAI SYSTÊME DU MONDE.

1310. SYSTÊME II. Ariſtarque de Samos, Pythagore, & quelques autres philoſophes de l'antiquité, avoient ſoupçonné que le ſoleil devoit être immobile au centre du monde planétaire, & que la terre devoit être une planete

errante autour du ſoleil. Mais cette opinion, mal préſentée, mal développée, mal combinée, avoit paru un ſimple rêve, & en avoit eu le ſort, un oubli total. Un grand homme l'examina, l'approfondit, la mit dans ſon vrai jour, au commencement du ſeizieme ſiecle; & ce qui avoit été anciennement dédaigné comme un rêve, a été enfin généralement adopté dans ces derniers ſiecles, comme le vrai ſyſtême du monde. Ce grand homme fut *Copernic*, né à Thorn dans la Pruſſe royale, & enſuite chanoine de Varmie. Voici, en peu de mots, ſon idée, qui ſera plus amplement développée dans toute la ſuite de cet article. (*fig.* 4.)

I°. *Au centre ſenſible du monde planétaire*, eſt ſitué le ſoleil immobile F, centre commun de tous les mouvements des planetes. Les étoiles ſont tout autant de ſoleils immobiles, autour deſquels tournent vraiſemblablement des planetes ſemblables à celles qu'éclaire & qu'échauffe notre ſoleil.

II°. *Autour du ſoleil immobile* F, ſe fait la révolution des ſix planetes principales, qui ſont mercure, venus, la terre, mars, jupiter, ſaturne. La terre a une lune, jupiter en a quatre, ſaturne cinq, qui font leurs révolutions à part autour de leur planete; tandis que la planete qui les entraîne avec elle, fait ſa révolution plus ou moins lente autour du ſoleil.

III°. La *terre-planete* a trois mouvements différents, dont nous avons déja donné ailleurs une idée (1196); un *mouvement diurne*, d'occident en orient, autour de ſon axe toujours ſenſiblement parallele à lui-même; en vertu duquel tout le ciel paroît tourner en un ſens contraire,

d'orient en occident, dans l'eſpace de 24 heures: un *mouvement annuel*, dans l'écliptique & ſelon l'ordre des ſignes; en vertu duquel le ſoleil immobile paroît parcourir l'écliptique ſelon l'ordre des ſignes, dans l'eſpace d'un an: un *mouvement rétrograde* dans tous les points de ſa maſſe, d'orient en occident & parallélement à l'écliptique; mouvement fort lent, en vertu duquel toutes les étoiles, quoiqu'immobiles, paroiſſent avancer chaque année ſelon l'ordre des ſignes, s'approcher ou s'éloigner d'une petite quantité de l'équateur, & faire une révolution entiere ſelon l'ordre des ſignes, autour des poles de l'écliptique, dans l'eſpace de 25740 ans.

Copernic penſoit que les orbites *man*, TDT, KIK, des planetes étoient des cercles: les obſervations poſtérieures ont démontré que ce ſont des *ellipſes*. Mais le même arrangement ou le même ordre de choſes, qu'il avoit ſuppoſé dans des cercles, reſte & ſubſiſte dans les ellipſes qu'on leur a ſubſtituées.

SYSTÊME DE TYCHO-BRAHÉ.

1311. SYSTÊME III. Un noble Danois, une des grandes lumieres de l'aſtronomie, *Tycho-Brahé*, fut alarmé, ainſi que bien d'autres ſages & ſavants perſonnages, du ſyſtême de Copernic, qu'il crut oppoſé à l'écriture ſainte, & par-là même à l'indéfectible vérité. Dans cette perſuaſion, il s'empreſſa de réformer l'ancien ſyſtême de Ptolomée, en l'adaptant aux découvertes que la moderne aſtronomie avoit faites dans le ciel, telles entre autres que les apogées & les périgées, les aphélies & les périhélies, dont on n'avoit

aucune connoiſſance ou dont on n'avoit que des connoiſſances fort imparfaites au tems de Ptolomée. De cette réforme, naquit vers la fin du ſeizieme ſiecle, un nouveau ſyſtême aſtronomique, qui porte encore le nom de ſon auteur, dans un tems où il n'a plus de partiſans. Voici, en peu de mots, ce ſyſtême. (*fig*. 33.)

I°. Après avoir abandonné la révoltante abſurdité des cieux ſolides & tranſparents de Ptolomée, Tycho-Brahé place la *terre au centre du firmament :* autour de la terre en tout ſens immobile, tournent chaque jour la lune, le ſoleil, les planetes & les étoiles ; en telle ſorte cependant que la terre n'eſt le vrai centre que du mouvement des étoiles, qui ſeules ſont toujours à égale diſtance du centre de la terre, ſans jamais s'en approcher ou s'en éloigner.

II°. La terre, immobile au centre du firmament, n'a proprement que deux planetes, ou deux aſtres errants, qui faſſent leur révolution autour d'elle, ſavoir les deux grands luminaires céleſtes, le ſoleil & la lune. Ces deux aſtres font leur révolution diurne & annuelle autour de la terre, dans des circonférences de *cercles excentriques ;* ou dont le centre eſt à une diſtance déterminée, au-delà & à côté de la terre. Delà les apogées & les périgées de la lune & du ſoleil.

III°. Tandis que la terre eſt le centre excentrique du mouvement de la lune & du ſoleil ; le ſoleil eſt à ſon tour le centre excentrique du mouvement de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de ſaturne ; qui ſont comme cinq ſatellites du ſoleil, lequel les entraîne inceſſamment après lui dans ſa double révolution, diurne & annuelle. L'orbite de mercure & de venus

embraſſe uniquement le ſoleil, ſans embraſſer la terre : l'orbite de mars, de jupiter, de ſaturne, embraſſe à la fois & le ſoleil & la terre; mais le centre de cette orbite eſt plus ou moins près du ſoleil, & fort loin de la terre. La révolution diurne & annuelle du ſoleil déplace inceſſamment & perſévéramment ces cinq planetes, qui participent néceſſairement à tous les mouvements de leur centre mobile & errant avec le ſoleil autour de la terre.

IV°. Sans admettre les épicycles ſolides de Ptolomée, Tycho-Brahé fait mouvoir les cinq planetes qui ont le ſoleil pour *centre excentrique* de leurs révolutions, comme ſi elles étoient réellement portées ſur des épicycles, dont le centre fût adhérent à la circonférence d'un *cercle vecteur ou déférent* ; cercle dont le centre a les mêmes mouvements que le ſoleil, & dont la circonférence a un mouvement propre d'occident en orient. Par exemple, ſelon Tycho-Brahé, mars eſt fixé à la circonférence de ſon épicycle; & le centre de cet épicycle eſt toujours ſur un point du même cercle déférent MVRM : mais le centre de cet épicycle a un mouvement d'occident en orient, dans la direction MVRM. Ainſi mars ſe trouve avoir à la fois, outre le mouvement diurne & annuel du ſoleil qui entraîne toujours & par-tout avec lui le centre de tous les cercles déférents, un mouvement propre d'occident en orient, dans la direction épicycloïdale *abcdbn:* ſaturne ſe meut de même, par ſon mouvement propre & épicycloïdal, dans la direction *efgh*, & ainſi du reſte de la courbe, d'occident en orient, ſur la circonférence du cercle déférent. Delà, ſelon Tycho-Brahé, les

ſtations, les rétrogradations & en partie les apogées & les périgées des planetes. Mars eſt direct, quand il parcourt l'arc *a b c* de ſon épicycle mobile : il eſt rétrograde, quand il parcourt contre l'ordre des ſignes, l'autre partie *c d* du même épicycle : il eſt ſtationnaire, quand le centre de ſon épicycle avance autant ſelon la ſuite des ſignes, qu'il recule lui-même contre la ſuite des ſignes dans la circonférence de ſon épicycle.

V°. Quoique le cercle vecteur de mars paroiſſe couper en R le cercle vecteur du ſoleil ; il ne s'enſuit pas que mars doive ou puiſſe jamais être placé entre la terre & le ſoleil, & ſe trouver à portée d'éclipſer le ſoleil : parce que quand le ſoleil ſera en R, le centre du cercle déférent de mars aura paſſé de S en R, & placera mars toujours conſidérablement au-delà du ſoleil. Ainſi ceux qui font cette objection contre le ſyſtême de Tycho-Brahé, n'ont point ſaiſi l'idée de ce célebre aſtronome.

Tel eſt le fameux ſyſtême qu'entreprit d'oppoſer au vrai ſyſtême du monde, un génie également ſublime & religieux, mais qui immola peut-être un peu trop légérement la phyſique & l'aſtronomie aux vaines alarmes d'une religioſité mal entendue. Quelque défectueuſe que ſoit ſon idée, il faut cependant reconnoître que l'eſprit humain n'a encore pu, & ne pourra vraiſemblablement jamais rien imaginer de plus ingénieux ou de moins déraiſonnable, dans l'hypotheſe de la terre immobile.

1312. REMARQUE. Le ſyſtême de Ptolomée eſt ſi abſurde, ſi contraire aux obſervations aſtronomiques, ſi oppoſé à toute la ſaine phyſique, qu'il n'eſt & ne peut être aujourd'hui adopté par

personne. Le systême de Tycho-Brahé est-il plus philosophique, plus satisfaisant, plus admissible? Non, sans doute. Car quelle bisarrerie, que ce double centre excentrique de mouvement dans le monde planétaire! Quelle absurdité, que ces révolutions épicycloïdales des planetes; révolutions auxquelles on ne peut assigner aucune cause physique; révolutions diamétralement opposées à toute théorie du mouvement! Quelle chimere, que ces révolutions diurne & annuelle de tout le ciel, autour d'un point de l'univers; révolutions dont la vîtesse est inconcevable & révoltante (1164); révolutions qui heurtent directement toutes les loix de la physique, toutes les loix du mouvement; révolutions antipathiques & inconciliables entr'elles, renfermant un mouvement simultané d'orient en occident, d'occident en orient, du midi au nord, du nord au midi, sans qu'on puisse assigner aucune cause physique qui puisse donner lieu à cette diversité de mouvements opposés! D'où il résulte évidemment, ou que le vrai systême du monde reste encore à connoître, ou que ce vrai systême du monde est le systême de Copernic.

PROPOSITION I.

Si on transforme le mouvement circulaire en mouvement elliptique, le systême de Copernic quadre parfaitement avec tous les phénomenes astronomiques.

La démonstration de cette proposition dépend, comme on voit, de l'explication de ces différents phénomenes. Il s'agit donc ici uniquement de donner cette explication; explication si simple &

ſi naturelle dans le ſyſtême de Copernic, ſi abſurde & ſi révoltante dans tout autre ſyſtême.

PREMIER PHÉNOMENE.

1313. *Le mouvement diurne de tout le ciel; ou la viciſſitude périodique du jour & de la nuit.* (fig. 10.)

EXPLICATION. Pour que ce phénomene ait lieu, il faut néceſſairement, ou que dans l'eſpace de 24 heures, tous les corps céleſtes faſſent une révolution entiere d'orient en occident, autour de la terre immobile; ou que dans le même tems, tous les corps céleſtes étant regardés comme immobiles, la terre faſſe une ſimple révolution ſur elle-même, d'occident en orient, autour de ſon axe toujours confondu avec l'axe du monde: il eſt clair que dans l'une & dans l'autre ſuppoſition, les apparences de mouvement dans les corps céleſtes, ſeront parfaitement les mêmes. (932.)

Dans le ſyſtême de la terre immobile, ce phénomene exige dans tous les corps céleſtes, & ſur-tout dans les étoiles, un mouvement réel dont la vîteſſe eſt plus qu'inconcevable, dont l'uniformité & la préciſion ſont encore infiniment plus ſurprenantes. Dans le ſyſtême de la terre mobile autour de ſon axe, ces mouvements, dont la rapidité révolte, dont la préciſion & l'uniformité paroiſſent tenir du miracle, ne ſont que de ſimples apparences, de pures illuſions optiques: il n'y a d'autre mouvement diurne, qui ſoit réel, que celui de la terre autour de ſon axe, d'occident en orient. Pour rendre ſenſible l'explication de ce phénomene,

Soient,

Soient, le ſoleil immobile en S; une étoile immobile en Y; une planete conſidérée comme immobile pendant 24 heures en Z. Que la terre placée en P, dans le plan de l'écliptique, faſſe une révolution ſur ſon axe DPF, dans la direction ABA, d'occident en orient. Comme une moitié de la ſurface terreſtre eſt toujours éclairée par le ſoleil; il eſt clair qu'un homme placé en A, tandis que la terre fait une révolution ſur elle-même & ſur ſon axe, ſe trouvera ſucceſſivement *au commencement du diſque éclairé*, & alors le ſoleil S, la planete Z, l'étoile Y, ſeront dans ſon horiſon oriental, & paroîtront ſe lever pour lui; *au milieu du diſque éclairé*, & alors les trois mêmes corps, quoiqu'immobiles, ſembleront avoir paſſé de l'orient à ſon méridien; *à l'extrêmité du diſque éclairé*, & alors les trois mêmes corps, toujours immobiles, auront paſſé de ſon méridien à ſon couchant; *au milieu du diſque ombreux* ou ténébreux en A, & alors les trois mêmes corps, encore immobiles, ſeront réputés être vers ſon nadir, pour reparoître ſix heures après, dans ſon horiſon (932). Donc le ſyſtême de Copernic rend raiſon, de la maniere la plus ſimple & la plus ſatisfaiſante, de la révolution diurne du ciel; révolution inconcevable & révoltante dans le ſyſtême de la terre immobile. (1164.)

SECOND PHÉNOMENE.

1314. *La viciſſitude périodique des ſaiſons; ou la révolution annuelle & périodique du ſoleil dans le zodiaque.* (fig. 2.)

EXPLICATION. Si la terre eſt immobile; il eſt

évident que le ſoleil fait chaque jour une révolution ſpirale autour de la terre, avançant tantôt du midi au nord, tantôt du nord au midi, toujours ſelon l'ordre des ſignes. Ces ſpires, commencées au ſigne du capricorne, par exemple, paſſent ſucceſſivement par tous les degrés ſuivants de l'écliptique, du midi au nord, juſqu'au commencement du ſigne du cancer : là le ſoleil change de direction, ſans qu'on puiſſe ſoupçonner, ni pourquoi, ni comment : il reprend ſes ſpires journalieres en un ſens oppoſé, du nord au midi, en paſſant ſur tous les degrés ſuivants de l'écliptique, depuis le cancer juſqu'au commencement du capricorne, où il eſt de nouveau arrêté & répercuté du midi au nord, contre toutes les loix du mouvement, en vertu deſquelles il devroit continuer à l'infini à ſe mouvoir, ou vers le pole boréal, ou vers le pole auſtral ; ſelon la direction du mouvement qui le porte du capricorne au cancer, ou du cancer au capricorne. Tout eſt abſurde & révoltant dans ces mouvements, dans le ſyſtême de la terre immobile : tout eſt ſimple & naturel dans ces mêmes mouvements, dans le ſyſtême de la terre planete. Pour rendre ſenſible l'explication de ce phénomene dans toutes ſes dépendances (*fig.* 10) :

Soit PQRTP, l'écliptique ; CSX, l'équateur ſur le plan duquel tombe toujours perpendiculairement l'axe de la terre prolongé : que les circonférences de ces deux cercles, de l'écliptique & de l'équateur, s'entre-coupent en deux points P & R ; & que le plan de l'écliptique décline au nord & au midi de l'équateur, en telle ſorte que les arcs CE & MX, qui ſéparent ces deux cercles, ſoient chacun d'environ 23 degrés & demi.

Que la terre planete, en vertu de ses deux forces conspirantes, de sa force projectile & de sa force centrale, fasse sa révolution annuelle PQRTP autour du soleil S (1285), d'occident en orient, ayant toujours son axe prolongé *hh*, *mm*, *nn*, *oo*, *rr*, parallele à lui-même & perpendiculaire au plan de l'équateur CSX. Cet axe de la terre, indéfiniment prolongé dans le ciel, décrira autour du soleil & autour des poles du monde, un immense cylindre dont le diametre sera égal à la distance de la terre au soleil, prise deux fois. Il sera facile, d'après ces idées & d'après ces images, qu'il faut bien saisir & ne point perdre de vue, de rendre raison du phénomene dont il s'agit. (931.)

I°. Quand la terre est en P sous la balance, le soleil est vu en X dans le bélier : on a le commencement du printems. Que la terre en P, placée dans l'intersection de l'écliptique & de l'équateur, & par là même dans le plan de l'équateur, fasse une révolution sur son axe DF*h* : l'axe du cône lumineux qui l'éclaire, sera perpendiculaire à l'axe DPF : les deux poles terrestres D & F seront atteints par le cône lumineux DSF : tous les points de la surface terrestre seront successivement éclairés, seront exposés pendant douze heures à la lumiere du soleil, & privés pendant douze heures de cette même lumiere. Les jours seront égaux aux nuits dans toute la terre.

II°. Quand la terre sera en Q sous le capricorne E, le soleil sera vu en M sous le cancer : on aura le commencement de l'été. Dans cette position de la terre, l'axe du cône lumineux qui l'éclaire, est oblique à l'axe terrestre DF*m* : le pole boréal D est toujours dans la lumiere ; & le

pole méridional F, toujours dans les ténebres. Que la terre dans cette poſition, faſſe une révolution ſur ſon axe AFm toujours perpendiculaire à l'équateur : tout le cercle polaire boréal KHK ſera inceſſamment expoſé aux rayons du ſoleil : tout le cercle polaire méridional NGN ſera inceſſamment enſeveli dans les ténebres, ou privé des rayons du ſoleil : toutes les contrées compriſes entre le cercle polaire boréal & l'équateur terreſtre ABA, auront l'arc diurne plus grand que l'arc nocturne, ou plus de jour que de nuit : toutes les régions placées entre le cercle polaire auſtral & le même équateur terreſtre, auront l'arc diurne plus petit que l'arc nocturne, ou plus de nuit que de jour. (1139.)

III°. Quand la terre, allant toujours dans l'écliptique d'occident en orient, & conſervant toujours ſon axe, que rien n'infléchit & ne peut infléchir, parallele à lui-même, ſera arrivée en R ſous le bélier X, dans l'autre interſection de l'écliptique & de l'équateur ; le ſoleil ſera vu en C dans la balance : on aura le commencement de l'automne. L'axe du cône lumineux, qui éclaire la terre dans cette poſition, eſt encore perpendiculaire à l'axe terreſtre DFn, & produit les mêmes phénomenes qu'au printems.

IV°. Quand la terre parviendra en T ſous le cancer M, le ſoleil ſera vu en E dans le capricorne : on aura le commencement de l'hiver. Là les rayons du ſoleil tombent tous obliquement ſur l'axe autour duquel ſe fait la révolution diurne ; atteignent toujours le pole auſtral F, & jamais le pole boréal D. Que la terre, dans cette poſition, faſſe une révolution ſur ſon axe DFo : le cercle polaire auſtral GNG ſera tout entier

dans le cône lumineux ; le cercle polaire boréal KHK, tout entier dans les ténebres : les arcs diurnes seront plus petits dans les zones tempérée & torride boréales, plus grands dans les zones torride & tempérée australes, que les arcs nocturnes.

L'hiver, l'été, le printems & l'automne.

1315. RÉSULTAT. La différence des jours plus ou moins longs, l'inégalité des hauteurs où le soleil s'éleve sur l'horison, donnent successivement aux diverses contrées de la terre, une inégalité de température, une *différence de saisons.*

I°. Quand le soleil est dans le tropique opposé au pole visible, il s'éleve peu sur l'horison, & il y demeure peu de tems : donc la chaleur de ses rayons doit s'y faire peu sentir ; tant parce qu'ils frappent très-obliquement les contrées placées sur cet horison, que parce qu'ils n'ont pas le tems d'échauffer vivement la masse de l'air répandue sur ces contrées : delà l'*hiver* dans ces contrées. (1063.)

II°. Quand au contraire le soleil est dans le tropique du pole visible, par exemple, dans le tropique du cancer pour les contrées septentrionales, il s'éleve à sa plus grande hauteur sur l'horison de ces contrées ; il darde ses rayons, ou perpendiculairement, ou beaucoup moins obliquement sur elles ; il échauffe, & plus long-tems, & plus puissamment la masse de l'air qui les couvre & les enveloppe : delà l'*été* dans ces contrées. (976, IV°.)

III°. Quand le soleil se trouve dans les points équinoxiaux ; ces deux causes, la quantité de

ſon élévation & la durée de ſon apparition ſur l'horiſon, ſont dans un état moyen : delà les deux ſaiſons du *printems* & de l'*automne*.

Le commencement de la premiere eſt plus froid que le commencement de la ſeconde : parce qu'au printems, l'action des rayons ſolaires eſt contrariée par l'intenſité du froid que l'hiver a ſucceſſivement accumulé & concentré ſur les plages terreſtres, & qui ne peut pas être ſubitement & tout à coup diſſipée ; & qu'en automne, l'action des rayons ſolaires eſt favoriſée par l'intenſité de la chaleur dont les mêmes plages terreſtres ont été ſucceſſivement imprégnées pendant l'été, & qui ne ſe diſſipe qu'inſenſiblement & peu à peu.

Troisième Phénomene.

1316. *Les ſtations, les directions, les rétrogradations des planetes.*

Remarque. Il conſte par les obſervations aſtronomiques, que toutes les planetes, ſupérieures & inférieures, paroiſſent dans leur orbite, tantôt avancer d'occident en orient ſelon l'ordre des ſignes, plus ou moins que n'exige leur tems périodique ; tantôt reculer d'orient en occident avec plus ou moins de vîteſſe, contre l'ordre des ſignes & contre l'exigence de leur mouvement propre qui eſt d'occident en orient ; tantôt s'arrêter fixement, pendant un tems plus ou moins long, dans un même point variable de leur orbite, contre l'exigence de toutes les loix de la nature & du mouvement (1183). Phénomene remarquable, qui ne ſouffre aucune explication raiſonnable dans le ſyſtême de la

terre immobile, & qui n'eſt qu'une ſimple & néceſſaire dépendance du mouvement de la terre planete; comme il eſt facile de le faire voir, ſoit à l'égard des planetes ſupérieures, ſoit à l'égard des planetes inférieures; & comme on le verra dans les deux explications ſuivantes. Mais il faut auparavant obſerver (*fig.* 4):

I°. Que les *planetes ſupérieures* ſont toutes, directes dans le tems de leur conjonction avec le ſoleil; rétrogrades, dans celui de leur oppoſition; ſtationnaires, quelque tems avant & quelque tems après leur oppoſition. (1191.)

II°. Que les *planetes inférieures*, venus & mercure, ſont directes dans leurs conjonctions ſupérieures; rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures; ſtationnaires, quelque tems avant & quelque tems après leurs conjonctions inférieures.

III°. Que l'arc de rétrogradation, dans les planetes ſupérieures & inférieures, eſt d'autant plus grand, que la planete rétrograde eſt plus voiſine ou moins éloignée de la terre. Ainſi l'arc de rétrogradation eſt plus grand dans mars que dans jupiter ou ſaturne; dans venus, que dans mercure.

IV°. Que les rétrogradations des planetes ſupérieures arrivent d'autant plus fréquemment, que la terre ſe trouve plus ſouvent placée entre elles & le ſoleil; & que les rétrogradations des planetes inférieures arrivent auſſi d'autant plus fréquemment, qu'elles ſe trouvent plus ſouvent placées entre la terre & le ſoleil. Mercure eſt rétrograde trois fois par an; venus, une fois en environ 19 mois; ſaturne, une fois en un an & 12 jours; jupiter, une fois en un an & un mois;

mars, une fois en deux ans environ : ce qui quadre parfaitement avec la révolution de la terre, comparée à la révolution de chaque planete.

Stations & rétrogradations des planetes supérieures.

1317. EXPLICATION I. Que la terre & une *planete supérieure quelconque*, livrées l'une & l'autre à leur force projectile & à leur force centrale (1286), se meuvent persévéramment dans leur orbite, d'occident en orient. La terre fera une révolution entiere dans son orbite, tandis que mars ne parcourra qu'une moitié, jupiter qu'un douzieme, saturne qu'un trentieme, de la sienne. La terre doit donc tantôt suivre, tantôt atteindre, tantôt précéder ces différentes planetes, toutes plus tardives qu'elle; & en les supposant toutes placées dans une même ligne au moment où la terre les atteint & les dépasse, elle doit atteindre de nouveau, après une révolution, saturne plutôt que jupiter, jupiter plutôt que mars. Par exemple (*fig.* 35):

I°. Soit la terre en *a*; & mars périgée & non loin de son opposition, en *m*: mars sera vu en K (912). Que la terre passe de *a* en *b*; tandis que mars qui a moins de vîtesse, passe de *m* en *n*: mars paroîtra *rétrograde*. Quoiqu'il ait réellement avancé dans son orbite de *m* en *n*, selon l'ordre des signes, d'occident en orient; il paroîtra avoir reculé de K en X, contre l'ordre des signes, d'orient en occident. Donc quoique le mouvement des planetes supérieures soit toujours réellement direct & selon la suite des signes, *ce mouvement doit paroître rétrograde, quand ces planetes sont vers leur opposition.*

II°. Que la terre paſſe de *b* en *c*, tandis que mars plus tardif paſſe de *n* en *o* : mars paroîtra *ſtationnaire*. Quand la terre étoit en *b*, mars étoit vu en X : quand la terre ſe trouve en *c* & mars en *o*, mars eſt encore vu en X : il paroît donc n'avoir ni avancé ni reculé ; quoiqu'il ait réellement parcouru d'un mouvement direct, l'arc *no*. Donc, quoique les planetes ſupérieures aient toujours un mouvement direct ſelon l'ordre des ſignes, *elles doivent paroître ſuſpendre ce mouvement direct, ou être ſtationnaires, quelque tems après leurs rétrogradations.*

III°. Soit une autre poſition ; la terre en *c*, & mars apogée en *s* : mars ſera vu en H. Que la terre paſſe de *c* en *d* : ſi mars reſtoit immobile en *s* ; la terre étant en *d*, mars *s* ſeroit vu en *h*, & paroîtroit avoir parcouru d'un mouvement direct, l'arc H*h*. Mais comme mars, pendant ce tems, ſe porte de *s* en *t* ; il ſera vu en I, & paroîtra avoir parcouru ſelon l'ordre des ſignes, tout l'arc HI ; arc beaucoup plus grand que celui qui répond à ſon mouvement réel. Donc quoique les planetes ſupérieures ſe meuvent toujours ſelon l'ordre des ſignes avec une vîteſſe réguliere qui croît & décroît en raiſon inverſe des diſtances ou des rayons vecteurs dans chaque planete en particulier (1281) ; *cette vîteſſe réguliere & directe doit paroître plus grande qu'elle ne l'eſt en effet, quand ces planetes ſont apogées & en conjonction avec le ſoleil* : telles ſont leurs *directions*, du moins pendant un certain tems, après lequel leur vîteſſe apparente devient moindre que leur vîteſſe réelle.

IV°. La terre ſe trouvant en *f*, & mars en *v* ; celui-ci ſera vu en X. Que la terre paſſe en *a*,

tandis que mars plus tardif ne va qu'en *x* : mars ſera encore vu en X, & paroîtra *ſtationnaire.* Donc, quoique les planetes ſupérieures aient toujours un mouvement direct ſelon la ſuite des ſignes, *elles doivent paroître ſtationnaires quelque tems avant leurs oppoſitions & leurs rétrogradations.*

V°. L'arc de rétrogradation eſt plus petit pour les planetes plus éloignées, plus grand pour les planetes plus voiſines de la terre : ce qui eſt encore une ſuite & des loix de l'optique & de la théorie des mouvements céleſtes. Car ſoit la terre en *d*, mars en *p*, jupiter en *i* : mars & jupiter ſeront vus en Z. Que la terre paſſe de *d* en *e*, tandis que mars plus tardif paſſe de *p* en *r*, tandis que jupiter encore plus tardif paſſe de *i* en *k* : mars paroîtra avoir rétrogradé de Z en Y ; jupiter de Z en V. Donc, quoique toutes les planetes ſupérieures rétrogradent dans leur oppoſition avec le ſoleil, *l'arc de rétrogration doit être plus grand dans les planetes moins éloignées de la terre.*

Stations & rétrogradations des planetes inférieures.

1318. EXPLICATION II. Que la terre & une *planete inférieure*, venus ou mercure, livrées à leur force projectile & centrale, faſſent chacune leurs révolutions périodiques autour du ſoleil ! Tandis que la terre fera une révolution, mercure en fera environ quatre, venus environ une & demie (1179). Ces deux planetes doivent donc tantôt ſuivre, tantôt atteindre, tantôt devancer & précéder la terre. (*fig.* 36.)

Pour donner ſur cet objet des idées générales qui puiſſent convenir à toutes les poſitions

possibles, suivons à l'infini la marche d'une planete inférieure, de mercure, par exemple. Soit la terre en A, & mercure dans sa conjonction inférieure en *a*. Comme mercure fait environ quatre révolutions, pendant que la terre en fait une seule; divisons l'orbite de mercure en huit parties égales, & celle de la terre en quatre fois huit parties égales: mercure parcourra toute son orbite, pendant que la terre parcourra l'arc AB de la sienne. L'une & l'autre planete a son mouvement réel selon l'ordre des signes, dans la direction 1, 2, 3, 4, 5.

I°. La terre étant en A & mercure en *a*, mercure sera vu en M (912). Que mercure passe de 1 en 2 dans son orbite, tandis que la terre plus tardive passe aussi de 1 en 2 dans son orbite: mercure sera vu en V. *Il paroîtra avoir rétrogradé contre l'ordre des signes*, de la grandeur de l'arc MV; quoiqu'il se soit réellement mû sans cesse selon l'ordre des signes.

II°. Que mercure passe de 2 en 3 dans son orbite, tandis que la terre passe de 2 en 3 dans la sienne: mercure sera encore vu en V dans le ciel. *Il paroîtra stationnaire* ou immobile; quoiqu'il ait réellement avancé persévéramment de 2 en 3, selon la suite des signes.

III°. Que mercure passe en 4, & la terre en 4: mercure est vu en M; il redevient direct. Quand mercure & la terre dans leurs orbites respectives, sont en 5, en 6, en 7, en 8, en 1, mercure est vu successivement direct ou allant selon l'ordre des signes, en N, en O, en P, en Q, en R. *Mercure est dans sa conjonction supérieure vers le point* O; *& là il est direct;* comme nous l'apprennent les observations. (1316.)

IV°. Pendant que la terre parcourt le ſecond quart de ſon orbite, ou l'arc BC, mercure fait une nouvelle révolution entiere dans la ſienne. Tandis que la terre paſſe de B en 2, mercure paſſe de *a* en 2; & il eſt vu en S, toujours direct. Mercure devient ſtationnaire vers le point 3.

V°. Mercure devient rétrograde entre 3 & 4, un peu avant ſa conjonction inférieure. Par exemple, quand la terre ſera en 4 & mercure en 4; celui-ci ſera vu en *q*, & paroîtra avoir rétrogradé de tout l'arc *Sq*. Il rétrogradera encore juſques vers *p*, en allant de 4 en 5: après quoi il redeviendra ſtationnaire, & enſuite direct, comme nous l'avons d'abord expliqué; & ainſi de ſuite à l'infini.

VI°. On pourra appliquer la même théorie aux ſtations & aux rétrogradations de venus, en diviſant l'orbite de venus en 12 parties, & celle de la terre en 18 environ. On aura ainſi les phénomenes des ſtations & des rétrogradations de ces deux planetes, telles que les donnent les obſervations aſtronomiques.

Le phénomene que nous venons d'expliquer eſt comme la pierre de touche des ſyſtêmes du monde: il démontre la réalité de celui de Copernic, & la chimere de celui de Tycho-Brahé.

QUATRIEME PHÉNOMENE.

1319. *Les apogées & les périgées; les aphélies & les périhélies; les différentes phaſes des planetes & des cometes.* (fig. 4.)

EXPLICATION. Comme les planetes & les cometes, ainſi que la terre, font leurs révolutions périodiques dans des ellipſes plus ou moins ex-

centriques autour du ſoleil, centre commun de leur gravitation, dans le vuide ou dans un milieu nullement réſiſtant; il eſt clair que ces différents corps, mus avec des vîteſſes inégales, doivent tour à tour s'approcher & s'éloigner du ſoleil, s'approcher & s'éloigner de la terre. Soit le ſoleil immobile en F, autour duquel ſe faſſent toutes les révolutions elliptiques des cometes & des planetes principales : le ſoleil ſera hors des centres C des différentes orbites des planetes & des cometes.

I°. En regardant toutes ces orbites comme des ellipſes dont le ſoleil occupe le foyer commun F; la terre eſt périhélie en T, aphélie en D: ſaturne eſt périhélie en S, aphélie en Z: mercure eſt périhélie en *a*, aphélie en *m*; & ainſi du reſte.

II°. Quand la terre eſt en T, que ſaturne ſe trouve en S, jupiter en I, mercure en *m*, mars vers M: ſaturne ſera périgée; jupiter & mercure, apogées; mars, vers une de ſes quadratures; & ainſi du reſte.

III°. Les planetes & les cometes étant des aſtres opaques, & n'ayant, ainſi que la terre, d'autre lumiere que celle qu'elles empruntent du ſoleil; il eſt clair qu'elles ne ſont lumineuſes ou plutôt illuminées que dans la partie de leur ſurface qui regarde cet aſtre; & que cette partie éclairée, qui n'excede guere la moitié de leur ſurface (903), & qui ſeule peut être apperçue par un habitant de la terre, ſe trouve tantôt plus & tantôt moins éloignée de la terre, tantôt plus & tantôt moins expoſée à l'œil de l'obſervateur. Par exemple, ſoit la terre en *t*:

Mars périgée en M paroît fort grand & fort lumineux : parce que ſon diſque éclairé eſt dirigé

tout entier vers la terre *t*. Mars apogée en N paroît moins grand & moins lumineux : parce que quoiqu'alors ſon diſque éclairé ſoit encore dirigé tout entier vers la terre *t;* ſa lumiere s'affoiblit dans l'éloignement, & le montre ſous un moindre angle optique (918). Mars en quadrature paroît en forme de croiſſant : parce qu'alors ſon diſque éclairé eſt en partie viſible & en partie inviſible à l'obſervateur terreſtre ; à peu près comme celui de la lune en quadrature.

De même la terre étant ſuppoſée en A, venus apogée en V eſt dans ſon plus grand éclat ; venus périgée en X n'a plus ou preſque plus de lumiere : parce que dans le premier cas, tout ſon diſque éclairé V eſt expoſé à l'œil de l'obſervateur A ; & que dans le ſecond cas, ſon diſque éclairé X eſt dirigé à l'oppoſite du même obſervateur.

CINQUIEME PHÉNOMENE.

1320. *Les ſolſtices, ou les ſtations du ſoleil dans les deux tropiques.*

EXPLICATION. Le phénomene des ſolſtices conſiſte en ce que le ſoleil, deux fois par an, dans ſa révolution réelle ou apparente autour de l'écliptique, ceſſe pendant quelques jours de s'éloigner ou de s'approcher ſenſiblement de l'équateur. Nous avons fait voir comment ce phénomene doit arriver, dans l'hypotheſe où le ſoleil parcourt réellement l'écliptique (1171). Le même phénomene aura lieu dans l'hypotheſe du ſoleil immobile au centre du monde planétaire : puiſqu'alors la terre parcourra préciſément

la même courbe qu'on attribuoit au ſoleil; & que ſelon les loix de l'optique, le ſoleil ſera toujours vu à l'oppoſite de cette courbe, s'éloignant ou s'approchant de l'équateur préciſément comme la terre s'en approche ou s'en éloigne. Or la terre-planete, en parcourant l'écliptique, dont le plan coupe l'équateur ſous un angle d'environ 23 degrés & demi, s'éloigne & s'approche alternativement de l'équateur; de telle ſorte cependant qu'il y a deux petits arcs dans ſa courbe, les deux arcs les plus éloignés de l'équateur vers le nord & vers le midi, où ſon mouvement eſt ſenſiblement parallele à l'équateur (1170). Par exemple (*fig.* 10),

I°. Quand la terre paſſe de R en T, du midi au nord, elle s'éloigne de l'équateur vers le nord, d'une quantité XM; & le ſoleil, toujours vu à l'oppoſite du point où ſe trouve la terre, paroît s'éloigner de l'équateur d'une égale quantité CE vers le pole auſtral.

Quand la terre eſt en T, à près de 90 degrés du point équinoxial du printems R; l'arc qu'elle parcourt dans ſa courbe eſt ſenſiblement parallele à l'arc correſpondant de l'équateur (1170): le ſoleil, vu en E, à l'oppoſite du point T, paroîtra donc de même ne s'approcher ni ne s'éloigner de l'équateur, & il ſera ſtationnaire à cet égard.

II°. Quand, ſix mois après, la terre ſera en Q, à près de 90 degrés du point équinoxial de l'automne P; l'arc qu'elle parcourra dans ſa courbe, ſera encore ſenſiblement parallele à l'arc correſpondant de l'équateur: la terre, en parcourant cet arc, ne s'approche & ne s'éloigne point ſenſiblement de l'équateur; & le ſoleil,

vu en M, paroîtra de même avancer ſelon l'ordre des ſignes, ſans s'approcher & ſans s'éloigner ſenſiblement de l'équateur, pendant quelques jours. Delà le *phénomene des ſolſtices ;* phénomene ſi abſurde & ſi révoltant dans l'hypotheſe de la terre immobile (1314); phénomene ſi ſimple & ſi naturel dans l'hypotheſe de la terre planete, où il n'exige, pour avoir lieu périodiquement, que la continuation du mouvement projectile & du mouvement central de la terre autour du ſoleil immobile, dans le vuide ou dans un milieu ſans réſiſtance. (1285.)

SIXIEME PHÉNOMENE.

1321. *Le ſéjour du ſoleil dans les ſignes ſeptentrionaux plus long d'environ huit jours, que dans les ſignes méridionaux.* (fig. 4.)

EXPLICATION. Soit ATBDA, l'orbite que décrit le centre de la terre, dans ſa révolution annuelle autour du ſoleil placé hors du centre C, & dans un des foyers F de cette orbite elliptique. Pendant que la terre planete parcourt l'arc ſeptentrional ATB de ſa courbe, le ſoleil F, toujours à l'oppoſite du point où ſe trouve la terre dans ſon orbite, eſt vu dans les différents ſignes méridionaux ; & pendant que la terre parcourt l'arc méridional BDA de ſa courbe, le ſoleil F eſt vu ſucceſſivement dans les différents ſignes ſeptentrionaux. Delà l'explication ſimple & facile du phénomene dont nous avons à rendre ici raiſon.

Il conſte par les obſervations aſtronomiques, ou il réſulte évidemment de ces obſervations, que l'orbite elliptique ATBDA de la terre, a ſon grand

grand axe dirigé du nord au midi, & que le soleil occupe le foyer boréal F de cette ellipse (1224) : la terre est donc périhélie en T, & aphélie en D.

Deux raisons doivent concourir à faire paroître le soleil plus long-tems dans les signes septentrionaux, que dans les signes méridionaux. La *premiere*, c'est que l'arc ATB, qui est la partie de l'écliptique placée en-deçà de l'équateur sous les signes septentrionaux, est plus petit que l'arc BDA, qui est la partie de l'écliptique placée en-delà de l'équateur sous les signes méridionaux. La *seconde*, c'est que la vîtesse de la terre dans l'arc BDA, qu'elle parcourt depuis l'équinoxe du printems jusqu'à l'équinoxe d'automne, tems pendant lequel le soleil est vu dans les différents signes septentrionaux, est moindre que dans l'arc ATB qu'elle parcourt depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à l'équinoxe du printems ; les vîtesses absolues d'une planete quelconque, dans les différents points de son orbite, étant toujours en raison inverse de ses rayons vecteurs. (1281.)

Ainsi, en deux mots, le soleil paroît plus long-tems dans les signes septentrionaux : parce que la partie australe BDA de l'orbite terrestre est un peu plus grande que la partie boréale ATB ; & que la vîtesse réelle de la terre est un peu plus petite dans la premiere que dans la derniere.

SEPTIEME PHÉNOMENE.

1322. *L'inégal accroissement des jours & des nuits, en-deçà & en-delà de l'équateur.*

EXPLICATION. En-deçà de l'équateur, en France par exemple, les jours vont en croiſſant, depuis le ſolſtice d'hiver juſqu'au ſolſtice d'été : ils vont enſuite en décroiſſant depuis le ſolſtice d'été, juſqu'au ſolſtice d'hiver : delà l'inégalité des jours & des nuits (1145). Mais cette augmentation, ou cette diminution des jours & des nuits, n'eſt pas égale & uniforme d'un jour à l'autre. (*fig.* 10.)

En général, entre l'équateur & les cercles polaires, les jours ſont d'autant plus longs que les nuits, que le ſoleil paroît faire ſa révolution diurne plus loin de l'équateur du côté du pole viſible. Si chaque jour, en parcourant une portion de ſon orbite elliptique, la terre s'approchoit ou s'éloignoit de l'équateur d'une égale quantité, par exemple, d'un dixieme de degré, le ſoleil paroîtroit s'approcher ou s'éloigner de l'équateur de la même quantité ; & l'augmentation des jours ou des nuits, ſeroit uniforme d'un jour à l'autre. Mais deux cauſes s'oppoſent à cette uniformité.

La premiere, c'eſt que la vîteſſe de la terre dans ſon orbite, n'eſt point égale : elle diminue depuis le périhélie T en hiver, juſqu'à l'aphélie Q en été : elle augmente enſuite dans une proportion correſpondante, depuis l'aphélie Q en été, juſqu'au périhélie T en hiver (1224, 1281). La terre parcourt donc, d'un jour à l'autre, un arc de ſon orbite tantôt plus & tantôt moins grand, un arc qui l'éloigne ou l'approche tantôt plus & tantôt moins de l'équateur.

La ſeconde, c'eſt que la vîteſſe de la terre, ſur les différents points de ſon orbite, n'a pas toujours la même direction relativement à

l'équateur CX : par exemple, vers les solstices, cette vîtesse de la terre est sensiblement parallele à l'équateur ; au lieu que vers les équinoxes elle est oblique à l'équateur & propre à l'éloigner notablement d'un jour à l'autre, de l'équateur. (1170.)

HUITIEME PHÉNOMENE.

1323. *Le retour des étoiles au méridien, plus prompt que celui du soleil.* (fig. 42.)

EXPLICATION. Soit ABCDEA, l'orbite de la terre sous les douze signes du zodiaque, à environ trente millions de lieues du soleil, & à une immense distance des douze signes du zodiaque & du reste des étoiles. Que l'on conçoive l'axe de la terre, autour duquel elle fait ses révolutions diurnes, comme enfilant obliquement le plan de cette orbite terrestre, sous un angle toujours egal de 66 degrés & 32 minutes : cet axe restera toujours parallele à lui-même, du moins sensiblement, pendant une révolution de la terre autour du soleil. Soit un observateur placé en *n* sur la surface de la terre : la ligne A*n*, B*n*, C*n*, D*n*, E*n*, représentera le méridien de cet observateur.

I°. Que la terre en A fasse une révolution sur elle-même, d'occident en orient, dans la direction *mnom*, autour de son axe saillant de part & d'autre hors du plan de l'écliptique : le méridien A*n* indéfiniment prolongé atteindra conjointement & au même instant, le soleil S & l'étoile Z. Si la terre faisoit toujours ses révolutions diurnes au point A, sans avancer dans l'écliptique ; le soleil S & l'étoile Z se trouve-

roient toujours ensemble dans le méridient A*n* de l'observateur placé & fixé en *n*.

II°. Mais tandis que la terre fait une seconde révolution autour de son axe, elle avance de A en B dans l'écliptique, selon la suite des signes. Au bout d'une révolution entiere de la terre sur son axe, le méridien B*n* de l'observateur, parallele au méridien A*n*, atteint l'étoile Z, qui se montre indifféremment au point Z ou au point *z*; l'espace *z*Z, égal à l'espace AB que parcourt la terre en un jour, étant nul à l'infinie distance des étoiles. Ce même méridien B*n*, qui atteint déja l'étoile Z, n'atteint pas encore le soleil S immobile comme l'étoile: pour atteindre le soleil S, il faudra que le méridien B*n* parcoure encore l'arc *nx*; & alors le soleil sera vu en V, & l'étoile Z paroîtra devancer le soleil vers l'occident, de toute la quantité ou de tout l'arc VZ, qui est d'environ un degré par jour.

On voit ici déja que la longueur du jour naturel & civil est un peu plus grande que la durée d'une révolution de la terre sur son axe: la durée du jour naturel & civil est de 24 heures; la durée de la révolution de la terre sur son axe, est de 23 heures 56 minutes & 4 secondes.

III°. Que la terre, en passant de A en C, ait fait 90 révolutions sur son axe: au bout de la derniere révolution, le méridien C*n* de l'observateur atteindra l'étoile Z, qui, à une distance comme infinie, paroît toujours sensiblement au même point du ciel; l'espace *zz*Z, égal à l'espace CS, étant nul dans une infinie distance. Mais le même méridien C*n*, pour atteindre le soleil S, sera obligé de parcourir encore l'arc *nx*,

ou de faire encore le quart d'une révolution: & alors le soleil S sera vu en X à midi, & l'étoile Z sera vue au couchant, ou à 90 degrés du méridien vers l'occident.

IV°. Par la même raison, la terre étant en D & ayant fait 180 révolutions sur son axe, le méridien D*n* atteindra l'étoile Z; & sera obligé de faire encore, pour atteindre le soleil, une demi-révolution *nox*. La terre étant ensuite en E, le méridien E*n* de l'observateur atteindra l'étoile Z, & sera obligé de faire encore les trois quarts d'une révolution *nomx*, pour atteindre le soleil qui sera vu en Y. Enfin la terre étant de nouveau en A, le méridien A*n* atteindra à la fois, & l'étoile Z, & le soleil S: mais l'étoile Z aura passé 366 fois par le méridien, tandis que le soleil n'aura passé que 365 fois par le même méridien.

1324. COROLLAIRE. On voit ici pourquoi *la révolution de la terre sur son axe n'étant que de 23 heures 56 minutes & 4 secondes, le jour naturel ou astronomique est cependant de 24 heures.*

EXPLICATION. La raison en est, que le jour naturel ou astronomique se compte d'un midi à l'autre, ou d'un minuit à l'autre; & qu'une révolution entiere de la terre sur son axe, pendant qu'elle avance incessamment dans son orbite, ne suffit pas pour ramener le méridien d'un même lieu quelconque sur le soleil. Par exemple, quoiqu'en A & en B les révolutions diurnes *mnom* de la terre soient parfaitement égales en durée & de 23 heures 56 minutes 4 secondes chacune; en B une révolution entiere de la terre sur son axe, ne suffit pas pour ramener le méridien B*n* sur le so-

leil S: il faut que ce méridien parcoure, au-delà d'une révolution entiere, & par conséquent au-delà de tout l'équateur, l'arc *nx* : ce qui exige encore environ 3 minutes & 56 secondes de tems.

Je dis *environ 3 minutes & 56 secondes* : car il faut tantôt quelques secondes de plus, tantôt quelques secondes de moins, pour que le centre du soleil retourne dans le méridien où il passa la veille. Il est clair que l'inégale vîtesse de la terre dans son orbite, que l'inégale inflexion de cette orbite, que l'inégale distance du soleil, que l'inégalité entre les arcs de l'écliptique & les arcs correspondants de l'équateur, causée par l'obliquité de ces deux cercles, doivent mettre nécessairement quelques petites différences dans la longueur des jours naturels, comptés d'un midi à l'autre, ou d'un minuit à l'autre: delà une distinction à mettre entre le jour vrai & le jour moyen.

TEMS VRAI, TEMS MOYEN.

1325. DÉFINITION. I°. On nomme *jour vrai* ou *tems vrai*, le tems qui s'écoule entre l'instant réel du passage du centre du soleil par le méridien, & l'instant du retour du centre du soleil dans le même méridien. Ce tems est tantôt plus court & tantôt plus long, de quelques secondes.

II°. On nomme *jour moyen* ou *tems moyen*, le tems qui s'écoule entre l'instant réel du passage du centre du soleil par le méridien, & l'instant où le centre du soleil auroit passé de nouveau par le méridien, si le mouvement de cet astre en ascension droite & parallélement à l'équateur étoit toujours uniforme & toujours égal à son moyen mouvement.

1326. REMARQUES. I°. *La révolution de la terre sur son axe, est toujours & doit toujours être parfaitement uniforme & de même durée :* puisque cette révolution s'effectuant dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, elle ne trouve rien qui augmente ou qui diminue ou qui altere en aucune maniere son mouvement. Cette révolution de la terre sur son axe est d'ailleurs indépendante de l'action des forces centrifuge & centripete : puisque ces forces exercent chacune également leur action sur toutes les parties du globe terrestre, sans avoir plus de prise sur une partie circulante que sur l'autre, sans altérer en rien l'équilibre de leur révolution diurne; laquelle s'effectue de même, soit à une plus grande, soit à une plus petite distance du soleil, sous un plus grand comme sous un plus petit mouvement projectile, centrifuge, centripete.

II°. *Le jour naturel, vrai & moyen, est plus long que la révolution réelle de la terre sur son axe, que la révolution apparente des étoiles autour de la terre :* puisque les étoiles arrivent chaque jour au méridien, en moins de tems que le soleil (1323). La révolution de la terre & des étoiles est égale en durée à la révolution du méridien céleste : donc un jour naturel, vrai ou moyen, répond à plus d'une révolution du méridien.

III°. *Pendant un jour moyen, les 360 degrés de l'équateur passent sous le méridien, plus 59 minutes & 8 secondes du même équateur :* ces 59 minutes & 8 secondes de degré répondent au mouvement diurne moyen du soleil en ascension droite, ou à la quantité moyenne de son mouvement diurne parallélement à l'équateur. Ce

mouvement apparent du ſoleil répond au mouvement réel de la terre dans l'écliptique, d'un jour à l'autre.

IV°. *Le jour vrai ne peut s'accorder au jour moyen, que lorſque le mouvement diurne du ſoleil en aſcenſion droite, eſt de 59 minutes & 8 ſecondes de degré :* ce qui arrive vers le 11 février, le 14 mai, le 26 juillet, & le premier novembre. Dans tous les autres tems, il doit y avoir une différence entre le midi vrai & le midi moyen : par exemple, quand le ſoleil eſt apogée, vers le commencement de l'été, le jour vrai eſt plus grand de 13 ſecondes, que le jour moyen.

V°. On voit par là qu'*une pendule exacte, dont le mouvement ſeroit parfaitement uniforme, ne doit preſque jamais donner 24 heures juſtes, d'un midi à l'autre ;* une pendule exacte devant néceſſairement être réglée ſur le tems moyen.

La page ſuivante renferme une table où l'on trouvera pour toute l'année, la différence du tems vrai & du tems moyen; ou la quantité de ſecondes, dont une pendule ou une montre parfaitement exacte doit avancer ou reculer chaque jour ſur le ſoleil, d'un midi au midi ſuivant. Par exemple, une pendule bien réglée, miſe à l'heure du ſoleil à midi le premier jour de janvier, marquera midi le lendemain avant que le centre du ſoleil ſoit dans le méridien, ou avant qu'il ſoit réellement midi : elle *avancera* de 28 ſecondes ; & le ſixieme jour du même mois elle avancera de 28+27+27+26+26 ſecondes, ou de 2 minutes 14 ſecondes. La même pendule, miſe à l'heure du ſoleil à midi, le premier jour de ſeptembre, marquera midi le lendemain, 19 ſecondes après que le centre du ſoleil aura paſſé

EQUATIONS des horloges, ou TABLE du nombre des secondes des tems, dont une pendule bien réglée doit avancer ou retarder chaque jour.

Jours du mois.	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juillet.	Août.	Septembre	Octobre.	Novembre	Décembre.
	A	A	R	R	R	A	A	R	R	R	A	A
1	28	7	13	18	8	9	12	3	19	19	0	23
2	28	6	13	18	7	9	11	4	19	18	0	24
3	27	6	13	18	6	10	11	5	19	18	1	24
4	27	5	14	18	6	10	11	5	19	18	2	25
5	26	4	14	18	5	10	10	6	20	17	3	25
6	26	3	15	18	5	11	10	7	20	17	4	26
7	25	2	15	17	4	11	10	7	20	16	4	27
8	25	1	16	17	4	11	9	8	20	16	5	27
9	24	1	16	17	3	11	9	8	20	16	6	28
10	24	*R	16	16	2	12	8	9	20	15	7	28
11	23	1	17	16	2	12	8	10	21	15	8	28
12	23	2	17	16	1	12	8	10	21	14	9	28
13	22	2	17	16	1	12	7	11	21	14	9	29
14	21	3	17	15	*A	13	7	11	21	13	10	29
15	21	4	17	15	1	13	6	12	21	12	11	29
16	20	5	18	15	1	13	6	12	21	12	12	29
17	19	5	18	14	2	13	5	13	21	11	13	30
18	18	6	18	14	2	13	5	13	21	11	14	30
19	18	7	18	13	3	13	4	13	21	10	15	30
20	17	7	18	13	3	13	3	14	21	9	15	30
21	15	8	18	12	4	13	3	14	21	9	16	30
22	15	8	18	12	4	13	2	15	21	8	17	30
23	14	9	19	12	5	13	2	15	20	7	18	30
24	14	10	19	11	5	12	1	16	20	7	18	30
25	13	11	19	11	6	12	1	16	20	6	19	30
26	12	11	19	10	6	12	*R	17	20	5	20	30
27	11	12	19	10	7	12	1	17	20	4	20	30
28	10	12	19	9	7	12	1	17	19	4	21	29
29	10		19	9	8	12	2	18	19	3	22	29
30	9		18	8	8	12	2	18	19	2	23	29
31	8		18		8		3	18		1		29

paſſé par le méridien ; elle retardera de 19 ſecondes : & le 10 du même mois elle retardera de 19 + 19 + 19 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 ſecondes, ou de 2 minutes 57 ſecondes ; & ainſi du reſte. Du premier jour de novembre juſqu'au dixieme jour de février, une pendule parfaitement exacte doit avancer ſur le ſoleil, de 31 minutes ; ou marquer midi, à 11 heures 29 minutes.

NEUVIEME PHÉNOMENE.

1327. *La préceſſion des équinoxes, ou la grande révolution du firmament ou du ciel étoilé, autour des poles de l'écliptique, ſelon l'ordre des ſignes, dans l'eſpace de* 25740 *ans.* (fig. 6.)

EXPLICATION. Voici ſans contredit le plus grand phénomene de la nature, un phénomene qui n'eſt ſuſceptible d'aucune explication raiſonnable dans le ſyſtême de la terre immobile, & qui ſeul ſuffiroit pour démontrer l'immobilité du ſoleil & le mouvement de la terre. Comment & par quel méchaniſme phyſique arrive-t-il que tout le ciel, en faiſant chaque jour une révolution d'orient en occident autour des poles de l'équateur céleſte, fait une autre révolution d'occident en orient autour des poles de l'écliptique dans l'eſpace de 25740 ans (1131, 1165)? Nous allons d'abord donner l'explication de ce phénomene, en nous bornant à en indiquer la cauſe : après quoi nous ferons connoître quelle eſt la cauſe toujours ſubſiſtante & toujours agiſſante qui doit produire perſévéramment ce grand phénomene, ſelon les loix de la nature qui nous ſont indéfectiblement connues.

La même cauſe qui fait rétrograder l'orbite

de la lune contre l'ordre des ſignes, doit contribuer auſſi à faire rétrograder l'équateur terreſtre contre ce même ordre des ſignes (1240): puiſque l'équateur terreſtre, renflé & comme ſaillant au-delà du globe, eſt incliné au plan de l'écliptique, ainſi que l'orbite lunaire; & que chaque corpuſcule de cette eſpece d'anneau ſaillant a un mouvement d'occident en orient autour du centre de la terre, de même que la lune dans ſon orbite. Chaque corpuſcule de cet anneau ſaillant eſt donc en priſe à la même force perturbatrice qui agit ſur la lune, qui la fait paſſer ſur un point plus occidental de l'écliptique pendant chaque révolution (1238): ainſi en ſuppoſant à la terre, outre ſon mouvement diurne & annuel, *un troiſieme mouvement* (1196), qui fait rétrograder très-lentement toutes ſes parties contre l'ordre des ſignes, parallélement au plan de l'écliptique; nous ne ſuppoſerons qu'une conſéquence & une dépendance néceſſaires des loix de la nature. Nous examinerons bientôt quelle eſt la cauſe phyſique, entiere & complette, de ce troiſieme mouvement de la terre: bornons-nous ici à en ſuppoſer l'exiſtence, & à en conſidérer les dépendances. (*fig.* 6.)

I°. Soit donc A*pbm*A, le globe de la terre; *p*T*m*, l'*axe terreſtre* autour duquel ſe font conſtamment & perſévéramment les révolutions diurnes de toutes les parties de la terre, d'occident en orient; *d*T*e*, *un autre axe terreſtre* autour duquel ſe fait la grande révolution de toutes les parties de la terre, d'orient en occident, parallélement à l'écliptique dans l'eſpace de 25740 ans.

L'axe *p*T*m* reſte toujours perpendiculaire à l'équateur terreſtre AT*b*; l'axe *d*T*e* reſte tou-

jours perpendiculaire à l'écliptique FTG, en quelque point F, T, G, de l'écliptique que se trouve la terre, pendant sa révolution annuelle autour du soleil. La raison en est, que dans le vuide ou dans un milieu sans action & sans résistance, rien ne peut infléchir l'un ou l'autre de ces deux axes en un nouveau sens : puisque les forces centrifuges & centripetes, auxquelles seules ces deux axes sont en prise, ont une égale action sur toutes les parties de ces axes également éloignées du centre de la terre ; & que ces parties se trouvant une fois en équilibre, doivent y demeurer constamment pendant les révolutions diurnes & annuelles de la terre. Si pendant six mois le point *m*, un peu moins éloigné du soleil, est plus attiré par cet astre que le point *p*; pendant les six mois suivants, le point *p* a le même avantage sur le point *m*, & l'équilibre subsiste ou se rétablit persévéramment.

II°. Sous l'équateur renflé & saillant A*b*A, & formant comme une espece d'anneau autour de l'axe terrestre *p*T*m*, soit une ville A : cette ville, en faisant chaque jour ses révolutions diurnes autour de l'axe terrestre *p*T*m*, a successivement pour zénith toutes les étoiles & tous les points du grand cercle VTV. Si cette ville A n'avoit d'autre mouvement que le mouvement diurne & annuel de la terre, elle auroit toujours les mêmes étoiles & les mêmes points pour zénith, comme elle les a sensiblement pendant plusieurs mois.

Mais cette ville A se trouve avoir un troisieme mouvement, en vertu duquel elle doit faire en 25740 ans, une révolution A*gac*A, d'orient en occident, autour de l'axe D*de*E de l'écliptique. Cette ville A se trouvera donc en *a*,

dans 12870 ans ; & alors, toujours placée ſur l'équateur terreſtre, & faiſant ſes révolutions diurnes *a* B *a* d'occident en orient, elle aura ſucceſſivement pour zénith toutes les étoiles & tous les points du grand cercle céleſte ZTZ.

III°. Comme toutes les parties de la maſſe terreſtre ſont adhérentes les unes aux autres, il eſt clair que tandis que la ville A fait une révolution rétrograde A*gac*A autour des poles de l'écliptique ; l'axe terreſtre *p*T*m*, doit faire une révolution rétrograde *pqrsp*, *mnokm*, autour de l'axe *d*T*e* de l'écliptique. Cet axe terreſtre *p*T*m*, indéfiniment prolongé de part & d'autre, décrit donc en 25740 ans, autour des poles D & E de l'écliptique, deux cônes oppoſés par leur ſommet ou par leur pointe en T, ſavoir PTR & MTO : ce qui ne change point ſon inclinaiſon ſur le plan de l'écliptique, inclinaiſon égale à 90 degrés moins DP ou DQ ou DR ou DS, qui ſont quatre rayons égaux d'un même cercle PQRS.

Tel eſt le *mouvement conique* de l'axe terreſtre *p*T*m* ou de l'axe du monde PTM ; mouvement qui n'eſt point ſenſible d'un jour à l'autre, d'un mois à l'autre, & qui n'eſt que d'environ 50 ſecondes de degrés d'une année à l'autre ; mouvement qui ne détruit point le ſenſible parallélisme que nous avons ſuppoſé à l'axe terreſtre, pendant chaque révolution iſolée autour du ſoleil. (1314.)

IV°. Ce mouvement conique de l'axe terreſtre, d'orient en occident, autour des poles de l'écliptique, doit neceſſairement, dans un certain nombre de ſiecles, déplacer en apparence tout l'immobile firmament ou tout le ciel étoilé. Par exemple, que maintenant l'axe terreſtre ait la direction & la poſition *p*T*m* : les

points céleſtes P & M ſeront les poles du monde: les étoiles V & V ſeront dans l'équateur.

Que dans 12870 ans, l'axe terreſtre *p* T *m* ait paſſé en *r* T *o* : le pole céleſte boréal, qui étoit en P, ſera en R; le pole céleſte auſtral, qui étoit en M, ſera en O: l'équateur céleſte, qui étoit en VTV, ſera en ZTZ: les étoiles Z & Z, qui étoient l'une au nord & l'autre au midi de l'équateur, ſe trouveront dans l'équateur : toutes les autres étoiles auront de même changé de place à l'égard de l'équateur, s'étant les unes approchées & les autres éloignées des nouveaux poles du monde R & O.

V°. Comme tout l'équateur terreſtre rétrograde ſans ceſſe contre l'ordre des ſignes, il eſt clair que le diametre de cet équateur AT*b*, en faiſant ſa révolution rétrograde A*gac*A, *bf*B*hb*, entrecoupe le plan de l'écliptique 1 2 3 4 ſur des points chaque année plus occidentaux, maintenant en 1, & dans la ſuite en 2 d'une part; & de l'autre, maintenant en 3, & dans la ſuite en 4. Or, comme l'équateur terreſtre donne & détermine l'équateur céleſte, il s'enſuit que l'équateur céleſte doit paroître rétrograder auſſi contre l'ordre des ſignes, entrecoupant l'écliptique ſur des points toujours plus à l'occident.

Delà il arrive que les étoiles paroiſſent avancer chaque année, parallélement à l'écliptique & ſelon l'ordre des ſignes, de toute la quantité dont l'équateur terreſtre & céleſte rétrograde chaque année contre l'ordre des ſignes; c'eſt-à-dire, d'environ 50 ſecondes & 20 tierces de degré par an. Par exemple, l'étoile qui étoit vue, il y a environ 71 ans, dans l'interſection de l'écliptique & de l'équateur au moment de l'équinoxe du printems, doit paroître environ

un degré au-delà du point équinoxial du printems, maintenant que l'équateur entrecoupe l'écliptique sur un point plus occidental d'environ un degré. Delà le phénomene de la précession des équinoxes dans toutes ses dépendances, tel que le donnent les observations astronomiques & que nous l'avons fait connoître ailleurs. (1131.)

VI°. Il est évident que ce mouvement rétrograde de la terre & de toutes ses parties autour de l'axe de l'écliptique, exige nécessairement une cause physique toujours subsistante & toujours agissante, qui le produise & l'entretienne sans cesse. Cette cause est l'attraction conjointe du soleil & de la lune sur la portion protubérante de matiere qui forme le renflement de l'équateur terrestre; comme nous allons l'expliquer dans les deux assertions suivantes.

CAUSES PHYSYQUES DE CE PHÉNOMENE.

1328. ASSERTION I. *L'action attractive du soleil sur la matiere protubérante de l'équateur terrestre, doit faire rétrograder cet équateur.*

EXPLICATION. On sait que la terre est un sphéroïde applati vers ses poles & renflé vers son équateur; & que le diametre de l'équateur a douze ou quinze lieues de plus que l'axe d'un pole à l'autre (*fig.* 50). Si dans un tel sphéroïde on conçoit un cercle, qui ait pour centre le centre de la terre, & pour diametre l'axe même de la terre; ce cercle, en faisant une révolution sur son diametre confondu avec l'axe de la terre, embrassera un solide sphérique; & laissera autour de ce solide sphérique, une couche de matiere dont l'épaisseur, nulle sous les poles, ira

en augmentant de part & d'autre jusques sous l'équateur : telle est la matiere protubérante de l'équateur, qui occasionne la révolution de la terre autour des poles de l'écliptique, contre l'ordre des signes. Soit donc la terre TAMBNA, faisant autour de son axe incliné à l'écliptique, ses révolutions diurnes AMBNA d'occident en orient (*fig.* 14) :

I°. Cette couche de matiere AMBNA forme une espece d'anneau saillant & incliné de part & d'autre sur le plan NRM de l'écliptique, qu'elle entrecoupe en M & en N. Chaque molécule B de cet anneau saillant, est en prise à trois forces ; à une force projectile BD par la tangente ; à une force centripete BT vers le centre de la terre ; à une autre force centripete BS vers le centre du soleil. Cette derniere force BS agit ici sur la molécule B placée hors du plan de l'écliptique, comme nous avons fait voir ailleurs qu'elle agissoit sur la lune placée hors du plan de l'écliptique (1238). Ainsi,

II°. Cette derniere force, ou l'attraction du soleil, est oblique à l'égard de toutes les molécules de l'anneau saillant, qui ne sont pas dans l'axe STR de l'écliptique : la force BS se décompose donc en deux parties BV & BT (1238, IV°), dont l'une BV tend à rapprocher du soleil la molécule B ; & dont l'autre BT tend à rapprocher la même molécule B, du plan de l'écliptique NRM.

III°. Cette molécule B, en vertu de sa force projectile BD & de sa pesanteur BT vers le centre de la terre, iroit atteindre & couper le plan de l'écliptique en M. Mais en vertu de l'action BT du soleil, qui tend à la rapprocher aussi du plan de l'écliptique, elle atteindra plutôt & moins

loin

loin ce plan en *n*; au lieu de l'aller atteindre plus tard & plus loin en N.

IV°. Suppoſons au centre de la terre diaphane & tranſparente, un œil occupé à obſerver la molécule B, ou une ville placée en B, dans ſon paſſage par le plan de l'écliptique. Quand cette molécule ou cette ville paſſe par le plan de l'écliptique en N, elle eſt vue dans le ciel en Q: quand dans les révolutions ſuivantes elle paſſera par le plan de l'écliptique en *n*, elle ſera vue dans le ciel en P, ſur un point plus occidental; & elle paroîtra avoir rétrogradé de l'arc QP contre l'ordre des ſignes PQXY.

V°. Cette molécule B, dans chaque révolution autour de la terre, dont le centre eſt toujours dans le plan de l'écliptique, atteindra donc ce plan de l'écliptique ſur un point toujours plus occidental; & à force de répéter & de multiplier ſes révolutions autour de la terre, elle coupera le plan de l'écliptique en une infinité de points différents, qui vus du centre de la terre, répondront en rétrogradant contre l'ordre des ſignes, à tous les points de l'écliptique céleſte YXQPO.

Tout l'eſpace que parcourt la terre, en faiſant ſa révolution annuelle autour du ſoleil, eſt comme un point en comparaiſon de l'infinie diſtance des étoiles OPQXY: ainſi on peut conſidérer la terre comme étant toujours en T; & la molécule B, comme faiſant ſes révolutions diurnes BNAMB, en coupant ſucceſſivement l'écliptique en N, en *n*, en *b*, en M, en *m*, & ainſi de ſuite.

VI°. La même choſe arrivera à chaque molécule N, A, M, de cet anneau ſaillant & incliné

au plan de l'écliptique : puiſque l'action oblique du ſoleil ſe décompoſe pour chaque molécule A en deux parties AZ & AT, dont la derniere AT eſt employée à rapprocher la molécule A du plan de l'écliptique, à l'infléchir vers ce plan en *m*, au lieu de la laiſſer aller plus loin en M. Donc en vertu de l'action oblique du ſoleil, chaque molécule de cet anneau ſaillant qui forme ou qui enveloppe l'équateur terreſtre, doit tendre à rétrograder : donc tout l'équateur terreſtre, qui n'eſt autre choſe que tout cet aſſemblage de molécules rétrogradantes, doit rétrograder en vertu de l'action ou de l'attraction du ſoleil, & entraîner la rétrogradation de toute la maſſe de la terre à laquelle il eſt adhérent.

1329. ASSERTION II. *L'action attractive de la lune ſur la matiere protubérante de l'équateur terreſtre, doit contribuer auſſi à faire rétrograder cet équateur.*

EXPLICATION. L'équateur terreſtre eſt auſſi incliné ſur l'orbite de la lune; & en vertu de la loi générale de l'attraction, chaque molécule de cet anneau ſaillant, a une tendance vers la lune, ainſi que vers le ſoleil & vers le centre de la terre. Pendant que la lune fait ſes révolutions autour du centre de la terre, elle attire donc à elle chaque molécule B, N, A, M, de cet anneau ſaillant : mais ſon action ſe décompoſe, ainſi que celle du ſoleil. La théorie que nous venons de donner ſur l'action attractive du ſoleil, peut donc s'appliquer auſſi à l'action attractive de la lune. (*fig.* 14.)

I°. Soit donc la lune en un point quelconque S de ſon orbite NRMSN : la lune en S attire la

molécule terreſtre B dans la direction BS. Mais cette action BS ſe décompoſe en deux parties, dont l'une BV tend à rapprocher la molécule B de la lune; & dont l'autre BT tend à rapprocher la même molécule B du plan de l'orbite lunaire, hors duquel cette molécule eſt placée.

II°. Cette partie BT de l'attraction de la lune, fera donc que la molécule B ira couper en *n*, au lieu d'aller couper plus loin en N, l'orbite lunaire; & que cette molécule B atteindra plutôt le plan de l'écliptique, vers lequel tend toujours la lune placée hors de ce plan. On peut dire la même choſe des molécules M, A, N, de l'équateur terreſtre.

Selon les calculs de Newton, la quantité de rétrogradation qui réſulte de l'action de la lune ſur l'anneau de la terre, eſt environ quatre fois & demi plus grande, que celle qui réſulte de l'action du ſoleil.

1330. OBJECTION. La révolution rétrograde des nœuds de la lune, produite par la ſeule action du ſoleil, s'acheve en environ 19 ans: pourquoi la révolution rétrograde de l'équateur terreſtre, produite par l'action conjointe du ſoleil & de la lune, ne s'acheveroit-elle qu'en 25740 ans?

RÉPONSE. La rétrogradation de l'équateur terreſtre eſt incomparablement plus lente que celle de l'orbite lunaire, pour quatre principales raiſons (*fig.* 14):

I°. La force perturbatrice qui fait rétrograder la lune en B, eſt repréſentée par BT, qui eſt égal à la diſtance de la lune au centre de la terre, ou à environ 60 rayons de la terre; au lieu que la force perturbatrice qui fait rétrograder une

molécule, ou une ville, ou une montagne B de l'équateur terreſtre, eſt repréſentée par BT, qui n'eſt ici égal qu'à la diſtance de cette ville ou montagne au centre de la terre, ou à un rayon de la terre. L'action du ſoleil qui fait rétrograder la lune (1238), eſt donc d'abord 60 fois plus grande, que l'action du ſoleil qui fait rétrograder une partie de l'équateur terreſtre.

II°. La partie ſaillante & protubérante de l'équateur terreſtre ne peut rétrograder, ſans entraîner la rétrogradation de toute la maſſe de la terre. Or, comme la maſſe de la terre eſt environ 64 fois plus grande que la maſſe de la lune (1190); il eſt clair que la quantité d'action qui imprime une vîteſſe rétrograde & déterminée à la lune, doit imprimer une vîteſſe rétrograde beaucoup moindre, à une maſſe beaucoup plus grande, telle que la terre.

III°. La matiere protubérante de la terre, répandue depuis l'équateur juſqu'aux poles, ne forme point un vrai anneau, ramaſſé & ſaillant ſous l'équateur : elle eſt par là même moins en priſe à l'action perturbatrice du ſoleil & de la lune.

IV°. La rétrogradation eſt d'autant plus grande, que la cauſe qui la produit agit plus long-tems ; ou, ce qui revient à la même choſe, que le tems périodique eſt plus long : or le tems de la révolution de l'anneau terreſtre n'eſt que de 23 heures 56 minutes, tandis que la révolution de la lune eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes. Donc, pour toutes ces raiſons, l'équateur terreſtre doit rétrograder avec incomparablement moins de vîteſſe, que l'orbite lunaire. Donc on ne doit pas trouver étrange, que les points équinoxiaux em-

ploient 25740 ans à faire une révolution rétrograde autour des poles de l'écliptique, tandis que les nœuds de la lune n'y emploient qu'environ 19 ans.

RÉSULTAT. Telle est l'explication physique du plus grand phénomene de la nature; du phénomene de la *précession des équinoxes*, qui n'est susceptible d'aucune explication raisonnable dans le systême de la terre immobile; & qui dans le systême de la terre-planete n'est qu'une dépendance des principes de la gravitation réciproque des corps.

On voit ici comment tout est lié dans la nature; comment les causes physiques quadrent avec les phénomenes, & les phénomenes avec les causes physiques: comment un phénomene particulier, qui semble d'abord être isolé & n'avoir aucune influence, est souvent connexe avec tout l'enchaînement des choses: comment le renflement de l'équateur terrestre, par exemple, qui paroît n'être qu'une simple dépendance des loix générales de l'impulsion & de l'attraction, se trouve essentiellement lié au plus frappant des phénomenes célestes; & comment l'explication de ce grand phénomene céleste, confirme & consolide toutes les autres preuves démonstratives qu'on a déja de ce renflement de l'équateur.

DIXIEME PHÉNOMENE.

1331. *L'aberration des fixes; ou le petit mouvement apparent, qui semble leur faire décrire chaque année, autour de leur vrai lieu, une courbe dont le rayon est d'environ 20 secondes de degré.* (1165, III°.)

LEMME. L'explication que nous allons donner, explication adoptée aujourd'hui par tous les astronomes du monde, est due pour le fond des choses au célebre Bradley, astronome du dernier siecle & Anglois de nation. Cette explication est fondée sur deux principes généralement reçus, dont l'un a trait à la décomposition des forces ; & l'autre, à la théorie de la vision.

I°. Le premier principe est, que *si un corps frappe un plan qui se meut, la percussion suit, non la simple direction du corps frappant, mais une diagonale entre la direction du corps frappant & la direction du corps frappé.* Par exemple (*fig.* 39):

Soit un corps C, qui tombe sur un plan AB. Si ce plan est sans mouvement, la percussion se fera simplement dans la direction AR. Mais si ce plan se meut en même tems dans la direction AB; ce plan, en vertu des deux forces conspirantes AB & AR, tendra à se mouvoir dans la direction AP; & la percussion, résultante des deux forces AB & AR, équivaudra à une percussion produite par une seule force AP représentée par la diagonale du parallélogramme construit sur la direction & sur le rapport des deux forces conspirantes. (346.)

II°. Le second principe est, que *nous voyons les objets dans la direction de la percussion produite par le rayon lumineux, au moment où ce rayon atteint notre œil* (912); soit que le corps qui darde ou qui réfléchit ce rayon, se trouve réellement dans cette ligne; soit qu'il se trouve totalement hors de cette ligne. (*fig.* 41.)

Ainsi, si un rayon dardé ou réfléchi par le corps C, frappe un œil placé en A, dans la direction AP; cet œil verra en Z l'objet C. Et

ſi cet œil A tourne ſur lui-même, toujours frappé par le même rayon dans la direction AP; l'objet C paroîtra décrire autour de ſon vrai lieu C, le cercle ZYZ.

Il eſt facile, d'après ces deux principes inconteſtables, de rendre raiſon de l'apparente aberration des fixes; phénomene qui n'a été apperçu que dans le dernier ſiecle; qui ſembla d'abord devoir rendre incertaines & douteuſes la plupart des obſervations aſtronomiques; & qui immortaliſera le nom de celui dont la ſagacité a ſu en découvrir la vraie cauſe phyſique, & le ſoumettre à la préciſion des calculs. (*fig.* 41.)

1332. EXPLICATION. Du mouvement ſucceſſif de la lumiere, du mouvement annuel de la terre dans l'écliptique, découle l'apparente aberration des fixes. Car,

I°. Tandis que l'œil A d'un obſervateur eſt frappé par le rayon CA qui émane d'une étoile C; cet œil eſt emporté d'un mouvement AB avec la terre autour de l'écliptique: la percuſſion de l'œil ſe fait donc, non dans la direction AR du rayon qui le frappe, non dans la direction AB de la terre qui l'emporte, mais dans la direction d'une diagonale AP conſtruite ſur la direction & ſur le rapport des deux forces conſpirantes AR & AB. Donc ſi la vîteſſe du corps frappant, ou du rayon lumineux CA, ſe trouve avoir un rapport fini avec la vîteſſe AB qui emporte l'œil avec la terre dans l'écliptique; le point rayonnant C ſera vu, non dans ſon vrai lieu C, mais à l'extrêmité de la ligne de percuſſion PAZ, tant que les deux directions CA & AB feront un angle dans l'œil placé e nA.

II°. Or la vîteſſe du rayon qui frappe l'œil, &

la vîtesse de la terre qui emporte l'œil, ont un rapport fini entr'elles. Car tandis que la lumiere parcourt environ 30 millions de lieues en un demi-quart d'heure (895), la terre parcourt un arc d'environ 19 secondes de degré dans une orbite dont le diametre est d'environ 60 millions de lieues, & dont la circonférence est d'environ 188 millions de lieues (*Math.* 480). Or, dans une telle circonférence, un arc de 19 secondes est d'environ 2755 lieues : comme on le trouvera en divisant 188000000 de lieues par 1296000 secondes de degré que renferme cette circonférence. Il y a donc un rapport fini entre la vîtesse du rayon qui frappe l'œil, & la vîtesse de la terre qui emporte l'œil ; puisqu'il y a évidemment un tel rapport entre 30000000 & 2755 lieues. Ce rapport est celui de 10526 à 1 : c'est-à-dire que la vîtesse de la lumiere est environ 10526 fois plus grande, que celle qui emporte la terre dans l'écliptique. (*fig.* 41.)

Si la vîtesse AR du rayon lumineux étoit simplement égale à la vîtesse AB de la terre, l'étoile C seroit vue en Z à 45 degrés hors de son vrai lieu. Si la vîtesse AR étoit infiniment grande par rapport à la vîtesse AC, l'étoile C seroit vue en C dans son vrai lieu : parce que la terre seroit comme en repos par rapport à une vîtesse infinie ; & qu'alors le côté AB qui représente la vîtesse de la terre, étant comme nul par rapport au côté AR qui représente la vîtesse du rayon de lumiere ; la diagonale PA, à l'extrêmité de laquelle est vu l'objet, se confondroit sensiblement avec le côté RA. Mais si la vîtesse AR du rayon est incomparablement plus grande, dans un rapport fini, que la vîtesse AB de la terre ;

l'étoile C, d'où part ce rayon, sera vue dans la ligne PAZ, à une petite distance de son vrai lieu, tant que la direction du rayon & la direction de la terre feront un angle dans l'œil placé en A.

III°. On voit ici que, si le phénomene que nous expliquons suppose la propagation successive de la lumiere, ce phénomene devient à son tour une preuve irréfragable de cette propagation successive ; puisqu'il ne peut s'expliquer sans cette supposition.

IV°. Nous avons fait voir ailleurs que la lumiere vient du soleil à nous en environ un demi-quart d'heure : d'où il résulte qu'elle parcourt environ 30 millions de lieues en 7 minutes & demie; & environ 66666 lieues par seconde. (895 & 1221.)

V°. Si l'on divise l'orbite de la terre, ou 188 millions de lieues, par le tems qu'elle emploie à décrire cette orbite, ou par 365 jours & demi environ, ou par 31557600 secondes, on trouvera qu'elle doit parcourir à peu près 6 lieues par seconde. D'où il résulte que *le mouvement annuel de la terre dans son orbite, est environ 130 fois plus rapide que celui d'un boulet de canon qui bat en breche* (391) : puisqu'en supposant 130 fois plus rapide le mouvement de ce boulet de canon, il ne parcourroit qu'environ six lieues par seconde, comme la terre.

Des principes que nous venons de poser & d'appliquer généralement à l'aberration des fixes, découlent trois corollaires qui acheveront de développer les différents phénomenes de cette aberration, tels que les ont fait connoître les observations astronomiques. (1165, III°.)

1333. COROLLAIRE I. *Les étoiles qui ſont dans le plan de l'écliptique, doivent paroître décrire une ligne droite dans ce plan, laquelle les écarte tantôt vers l'orient, tantôt vers l'occident, & ne les montre dans leur vrai lieu que deux fois par an.* (fig. 37.)

DÉMONSTRATION. Autour du ſoleil S, ſoit *abcda* l'écliptique ou l'orbe annuel que décrit la terre. Soit auſſi, à une diſtance immenſe, une étoile immobile A, dans le plan de l'écliptique.

I°. Que l'œil de l'obſervateur, emporté avec la terre, & toujours dirigé vers l'étoile A, parcoure le petit arc *an*, qui ſera ſenſiblement une ligne droite ou un plan; tandis que le rayon lumineux, émané de l'étoile A, parcourt une partie de l'eſpace A*a*, & atteint l'œil mobile en *a*. L'œil, frappé par le rayon dans la direction *ax*, emporté par la terre dans la direction *an*, verra l'étoile A, non dans la ligne *a*A, mais dans la ligne diagonale *ra*B: l'étoile ſera donc vue hors de ſon vrai lieu, en B.

II°. Que le même œil, toujours emporté par la terre, & toujours dirigé vers l'étoile A, arrive en *b*. Là, le mouvement de la terre qui emporte l'œil, & le mouvement du rayon qui frappe l'œil, ſont dans la même direction *bh*, ne font plus d'angle, ne donnent plus de diagonale: l'œil eſt donc, ou comme ſur un plan immobile, ou comme ſur un plan qui ſe meut dans la direction du corps frappant. La percuſſion qu'il reçoit eſt donc toute entiere dans la direction du corps frappant ou du rayon A*b*: l'étoile A ſera donc vue ſimplement dans la ligne que ſuit le rayon A*b* qu'elle darde dans l'œil en *b*: elle ſera donc vue dans ſon vrai lieu A.

III°. Que l'œil passe de *b* en *c*. Là, l'œil emporté dans la direction *cm*, & frappé par le rayon lumineux dans la direction *cg*, verra l'étoile A, non dans la ligne *c*SA, mais dans la ligne diagonale *vc*C : l'étoile A sera donc vue hors de son vrai lieu, en C.

IV°. Que l'œil passe de *c* en *d*. Là, l'œil est emporté par la terre dans la direction *dk*, est frappé par le rayon dans la direction *df*: ces deux directions coïncident & forment une même ligne *kdf*. L'œil en *d*, toujours dirigé vers l'étoile A, est, ou comme sur un plan immobile, ou comme sur un plan qui se meut contre la direction du corps frappant : il n'y a donc plus de diagonale ; & la percussion que l'œil reçoit, est toute entiere dans la direction *d*A du rayon. L'étoile A est donc encore vue dans son vrai lieu A.

1334. REMARQUE. Il est très-vraisemblable que le rayon qui frappe actuellement mon œil, quand je regarde une étoile, est sorti du sein de cette étoile depuis plus d'un an ; puisque la propagation de la lumiere est successive ; & qu'un rayon qui parcourt environ 30 millions de lieues en un demi-quart d'heure, doit mettre plus d'un an à franchir l'intervalle qui sépare de nous les étoiles les moins éloignées. Mais la durée plus ou moins longue du tems employé par le rayon à passer de l'étoile à mon œil en *d* & en *b*, ne change en rien la position de cette étoile : parce que cette étoile A étant immobile, se trouve aujourd'hui précisément au même point où elle se trouvoit il y a dix mois, il y a trente ans, il y a mille ans. Il est donc indifférent que le rayon A*d*, qui la peint dans mon œil & me la rend visible en A, quand je me

trouve en *d*, ſoit parti de l'étoile ou depuis un ſeul inſtant, ou depuis pluſieurs mois, ou depuis pluſieurs années.

En ſuppoſant que l'étoile A ſoit à 2800000-000000 lieues de la terre (1340), & que le rayon qui part actuellement de ſon ſein, parcoure uniformément 30000000 de lieues dans chaque demi-quart d'heure (895) ; on trouvera par le calcul, que ce rayon n'arrivera à la terre que dans 16 ou 17 mois. Cette étoile A eſt ſuppoſée être une des plus voiſines de la terre.

1338. COROLLAIRE II. *Les étoiles qui ſont dans les poles de l'écliptique, doivent paroître décrire un petit cercle autour de leur vrai lieu, chaque année, ſans jamais être vues dans leur vrai lieu.* (fig. 38.)

DÉMONSTRATION. Autour du ſoleil S, ſoit *abda* l'écliptique ou l'orbe annuel de la terre : ſoit auſſi R une étoile, dans le pole auſtral ou boréal de l'écliptique.

I°. Que l'œil de l'obſervateur, toujours dirigé vers l'étoile R, ſoit emporté dans l'écliptique de *a* en *v* : l'étoile R ſera vue en *m*, dans la diagonale *ram* (1332). Quand cet œil ira de *b* en *c* ; l'étoile R ſera vue en *n*, dans la diagonale *xbn*. Quand ce même œil ſera en *d*, la même étoile R ſera vue en *o*, dans la diagonale *tdo*.

Cette étoile R, pendant la révolution de la terre & de l'œil, paroîtra donc avoir décrit la courbe *mnom* autour de ſon vrai lieu, ſans jamais être vue dans ſon vrai lieu : puiſque la direction du rayon qui frappe l'œil, & la direction de la terre qui emporte l'œil, ne coïncident jamais, & forment toujours entr'elles un même

angle qui eſt toujours ſenſiblement droit. Cette courbe *mnom* ſera ſenſiblement un cercle : puiſque toutes les diagonales qui la forment, ont la même inclinaiſon ſur le plan de l'écliptique ; ou plutôt, puiſqu'elle eſt formée par la révolution d'une même diagonale, toujours inclinée d'environ 20 ſecondes de degré ſur la circonférence & ſur le plan de l'écliptique.

II°. La diſtance de la terre au ſoleil étant comme nulle en comparaiſon de la diſtance des étoiles à la terre (*fig.* 40) ; on peut conſidérer un œil qui ſe meut autour de l'écliptique *adbca*, comme ſe mouvant ſur lui-même au centre *c* de l'écliptique ; ou comme ſe mouvant ſur lui-même en A (*fig.* 41), toujours animé d'une tendance AB au mouvement, & toujours frappé dans la direction AR par un rayon parti d'une étoile C. Il eſt clair que cet œil, en tournant ſur lui-même en A, verroit toujours l'étoile C à l'extrêmité de la diagonale PAZ, laquelle diagonale décriroit dans le ciel le cercle ZYZ, autour du vrai lieu C de l'étoile.

1336. COROLLAIRE III. *Les étoiles placées entre le plan & les poles de l'écliptique paroîtront décrire autour de leur vrai lieu, une ellipſe dont le grand axe ſera parallele à l'écliptique.*

EXPLICATION. Les étoiles qui ſont dans le plan de l'écliptique, décrivant une petite ligne d'aberration ; celles qui ſont dans les poles de l'écliptique, décrivant un petit cercle d'aberration ; on conçoit facilement que les étoiles ſituées entre les poles & le plan de l'écliptique, doivent conſerver la même grandeur d'aberration parallélement à l'écliptique, vers l'orient

& vers l'occident ; mais que la quantité d'aberration vers les poles & vers le plan de l'écliptique, doit être d'autant plus petite, que l'étoile eſt plus près du plan de l'écliptique, où l'aberration eſt nulle en latitude ou vers les poles ; d'autant plus grande, que l'étoile eſt plus près des poles de l'écliptique, où l'aberration en latitude eſt égale à l'aberration en longitude. Ce dernier corollaire eſt, comme on voit, une ſuite & une dépendance des deux précédents.

Nous ne nous arrêterons pas ici à examiner comment, ſelon les loix de l'optique, l'aberration dans ces trois cas doit être projettée & vue dans le ciel conſidéré comme un plan : parce que cette recherche eſt indifférente & étrangere au fond de l'explication que nous avions à donner.

PARALLAXE DE L'ORBE ANNUEL.

1337. OBSERVATION. Nous avons remarqué ailleurs, que les étoiles vues du centre ou de la ſurface de la terre, ſont toujours rapportées au même point du ciel ; & qu'en ce ſens & ſous ce point de vue, elles n'ont aucune parallaxe. La raiſon en eſt, que la parallaxe d'un aſtre eſt d'autant plus petite, que l'aſtre eſt plus éloigné du centre de la terre (1212) ; & que la diſtance des étoiles au centre de la terre étant comme infiniment grande en comparaiſon de la diſtance de la ſurface terreſtre au centre de la terre, la parallaxe des étoiles ne peut être qu'infiniment petite ; & qu'une quantité infiniment petite, eſt toujours & doit toujours être ſenſiblement nulle.

Mais ſi le rayon ou le demi-diametre de la terre eſt une quantité nulle ou infiniment petite,

par rapport à l'éloignement des étoiles ; le rayon & le diametre de l'orbite terreſtre ſont-ils auſſi une quantité abſolument nulle ou infiniment petite par rapport à l'éloignement des étoiles les plus voiſines de notre globe ? Non : comme nous allons l'expliquer & le faire entendre. (*fig.* 37.)

1338. EXPLICATION. Autour du ſoleil S, ſoit *abcda* l'orbite annuelle de la terre, dont le diametre *dSb* eſt d'environ 60 millions de lieues (1221). Soit auſſi une étoile A de la premiere grandeur, dans le plan de cette orbite qui eſt l'écliptique. Soient encore un œil en *b*, un autre œil en S, un troiſieme œil en *d*, dirigés tous les trois vers l'étoile A. Nous avons fait voir que l'œil en *b* & en *d* voit l'étoile A, comme s'il étoit en repos. (1333.)

Comme il y a un eſpace infini au-delà de l'étoile A, ces trois yeux, équivalemment immobiles, verront la même étoile A en trois points différents de cet eſpace infini (912) : l'œil S la verra en Y ; l'œil *b* la verra en X ; l'œil *d* la verra en Z. Delà la parallaxe de cette étoile dans l'orbe annuel ; parallaxe très-petite, qui avoit échappé à tous les obſervateurs des ſiecles antérieurs, mais qui a été enfin découverte par les modernes obſervateurs, leſquels ont trouvé que l'angle parallactique XAZ ou *dAb*, au centre des plus belles étoiles, qu'on juge les moins éloignées de la terre, eſt d'environ 3 ou 4 ſecondes.

1339. DÉFINITION. On nomme *parallaxe de l'orbe annuel*, la différence entre le vrai lieu d'un aſtre vu du ſoleil, & ſon lieu apparent vu de la terre. Ainſi,

I°. L'étoile A, immobile dans le plan de l'é-

cliptique, n'aura point de parallaxe, quand la terre ſera en *a* & en *c* : alors elle ſera vue en Y, comme du centre du ſoleil.

II°. Mais quand la terre étant en *b* ou en *d*, l'étoile A ſe trouve en quadrature avec le ſoleil ou à 90 degrés du ſoleil; cette étoile a ſa plus grande parallaxe. Par exemple, la terre étant en *b*, ſa parallaxe eſt l'angle XAY, ou l'angle oppoſé au ſommet & égal SA*b* : cet angle, au centre des plus belles étoiles, eſt d'environ 2 ſecondes.

III°. Si l'étoile A, toujours également éloignée de la terre, au lieu de ſe trouver dans le plan, ſe trouvoit dans les poles de l'écliptique; elle auroit toujours la même parallaxe, en quelque point de ſon orbite que ſe trouvât la terre.

IV°. Si cette étoile A s'éloignoit de la terre; ſa parallaxe deviendroit d'autant plus petite, que ſon éloignement deviendroit plus grand. Ainſi la parallaxe n'eſt point la même pour toutes les étoiles.

1340. PROBLÊME. *Étant donnée la parallaxe d'une étoile en quadrature avec le ſoleil, trouver ſa diſtance à la terre.*

SOLUTION. La terre étant en *b*, & l'étoile en A dans le plan ou dans les poles de l'écliptique, à 90 degrés du ſoleil; on aura le triangle rectangle AS*b*, dans lequel on connoît l'angle AS*b*, qui eſt de 90 degrés; l'angle SA*b*, qui eſt donné & que je ſuppoſe de 2 ſecondes; & le côté S*b*, qui eſt la diſtance de la terre au ſoleil, diſtance connue & qui eſt d'environ 30 millions de lieues. (1221.)

La

La même méthode qui fait trouver la diſtance de la lune ou du ſoleil à la terre (1220), fera trouver la diſtance de l'étoile à la terre, par le moyen de cette proportion : le ſinus connu de l'angle S A *b* de 2 ſecondes, eſt au côté oppoſé & connu S*b* de 30 millions de lieues ; comme le ſinus connu de l'angle droit A S*b*, eſt à un quatrieme terme qui exprimera la grandeur du côté *b*A, ou la diſtance de la terre à l'étoile en queſtion ; & en chiffres, 9697 . 30000000 :: 1000000000 . *x*. (*Math.* 718.)

En diviſant le produit des deux moyens par le premier extrême ; on aura un quotient qui donnera le quatrieme terme inconnu, ou la diſtance de l'étoile à la terre : ce quatrieme terme ſera d'environ 3,000,000,000,000 lieues.

Si l'étoile A ſe trouve plus éloignée, l'angle parallactique ſera plus petit, & donnera un diviſeur moindre ; d'où réſultera un plus grand quotient, qui exprimera une plus grande diſtance. Si l'étoile A ſe trouve un peu moins éloignée, l'angle parallactique ſera un peu plus grand ; & ſi cet angle eſt de 2 ſecondes & 6 tierces, on trouvera que la diſtance de cette étoile eſt d'environ 2,800,000,000,000 lieues ; à peu près comme nous l'avons marquée ailleurs (1163, IV°.)

PROPOSITION II.

1341. *La terre eſt une vraie planete, qui en faiſant ſes révolutions diurnes autour de ſon axe, fait ſes révolutions annuelles autour du ſoleil immobile ou comme immobile au centre du monde planétaire.*

DÉMONSTRATION. Une foule de raiſons, dont

les unes ont plus & les autres moins de force, mais dont l'enſemble forme une démonſtration complette, concourent à établir le mouvement de la terre & le repos du ſoleil. Quoique ces raiſons aient déja été expoſées & développées ſucceſſivement en différents endroits de cet ouvrage, il ne ſera pas inutile de les raſſembler ici en précis ſous un même point de vue, pour porter comme un torrent concentré de lumiere & d'évidence ſur un fait fondamental qui doit ſervir de baſe à toute ſaine phyſique. Nous ferons voir bientôt que l'écriture ſainte ne dit rien d'inconciliable avec le mouvement de la terre, ſoit autour de ſon axe, ſoit autour du ſoleil. Les raiſons, dont l'enſemble établit invinciblement le mouvement de la terre, ſont principalement :

I°. Les *viciſſitudes périodiques du jour & de la nuit.* Une ſimple révolution de la terre autour de ſon axe, diſpenſe le ſoleil, les planetes, & ſur-tout les étoiles, de ſe mouvoir autour de la terre en 24 heures, avec une vîteſſe plus qu'inutile, plus qu'inconcevable, plus que révoltante. (1164, 1313.)

II°. Le *retour périodique des ſaiſons.* Une ſimple révolution de la terre autour du ſoleil (1314), diſpenſe le ſoleil de ſe porter biſarrement du midi au nord & du nord au midi, par le moyen d'une foule de révolutions ſpirales dont la cauſe eſt inconcevable, dont le méchaniſme heurte toutes les loix du mouvement, dont l'explication doit être évidemment cherchée hors de toutes les loix connues de la nature : enſorte que ſi le ſoleil ſe meut réellement autour de la terre & de l'écliptique, il faut néceſſairement

que l'Auteur de la nature le meuve par un ſoin ſpécial & perſévéramment miraculeux, par un méchaniſme & ſelon des loix qui n'ont rien de commun avec le méchaniſme du reſte des corps.

III°. La *préceſſion des équinoxes.* Un ſimple mouvement coniquement rétrograde dans l'axe de la terre, mouvement dont la cauſe phyſique toujours ſubſiſtante & toujours agiſſante n'eſt autre choſe que l'attraction ou la gravitation réciproque des corps (1327), diſpenſe tout le firmament, toute l'innombrable multitude des étoiles viſibles & inviſibles, de faire une révolution autour des poles de l'écliptique, d'occident en orient, dans le même tems qu'elles font une infinité de révolutions autour des poles du monde, d'orient en occident : deux mouvements qui feroient de l'univers, s'ils étoient réels, au lieu d'être ſimplement apparents, la machine la plus groteſquement conſtruite, la plus biſarrement compliquée, qu'il ſoit poſſible de concevoir. Quelle admirable ſimplicité rend à la nature entiere, l'hypotheſe de la terre-planete, s'il eſt encore permis de donner le nom d'hypotheſe à la vérité la mieux établie de toute la phyſique !

IV°. L'*aberration des fixes.* Quelle nouvelle biſarrerie, quelle nouvelle complication dans le mouvement des étoiles, ſi la terre eſt immobile ! Au milieu de leur mouvement diurne, d'orient en occident, parallélement à l'équateur ; au milieu de leur mouvement rétrograde, d'occident en orient, parallélement à l'écliptique ; elles auront encore chaque année un mouvement d'aberration périodique autour de leur vrai lieu : les unes décriront annuellement une petite ligne, les autres un petit cercle, les autres

une petite ellipse; & le tout, pour quelle fin? L'hypothese de la terre-planete bannit de la nature tous ces mouvements inutilement convulsifs, qui ne ressentent point la majestueuse simplicité qui doit régner & qui regne en effet dans tous les ouvrages du sage Architecte de l'univers. Dans cette hypothese, l'aberration des fixes n'est qu'une simple illusion optique, occasionnée par le mouvement de la terre autour du soleil & dans l'écliptique. (1332.)

V°. Les *stations & les rétrogradations des planetes.* Une simple révolution de la terre autour du soleil, avec plus de vîtesse que n'en ont les planetes supérieures, avec moins de vîtesse que n'en ont les planetes inférieures, dispense toutes les planetes des ineptes & révoltantes contorsions qu'elles sont obligées de prendre persévéramment pendant tout le cours de leurs révolutions, dans l'hypothese de la terre immobile; & rend leurs mouvements aussi simples, aussi naturels, aussi dépendants les uns des autres, que l'est le mouvement d'une bombe ou d'un boulet de canon, dont une combinaison de force projectile & de force centrale détermine la courbe. Dans le systême de la terre-planete, les planetes supérieures & inférieures sont toujours directes, jamais stationnaires, jamais rétrogrades: leurs stations & leurs rétrogradations ne sont que de simples apparences, que de simples illusions optiques, dont on assigne & dont on démontre la cause physique. (1317.)

VI°. Les *fameuses loix de Kepler.* Selon la théorie des forces centrales, selon la seconde loi de Kepler, qui n'est autre chose qu'une loi générale & fondamentale de la nature; tous les corps

qui ſe meuvent autour d'un même centre, ont les quarrés de leurs tems périodiques proportionnels aux cubes de leurs moyennes diſtances. (1261, 1303.)

Or ſi la terre eſt immobile, il eſt clair que la lune & le ſoleil ſe meuvent autour de la terre: donc le quarré du tems périodique de la lune, devroit être au quarré du tems périodique du ſoleil, comme le cube de la moyenne diſtance de la lune, eſt au cube de la moyenne diſtance du ſoleil: ce qui eſt évidemment faux & totalement oppoſé à la réalité, comme il eſt facile de s'en convaincre par un fort ſimple calcul. Car ſi les cubes des moyennes diſtances de la lune & du ſoleil à la terre, étoient entr'eux comme les quarrés des tems périodiques; les moyennes diſtances de ces deux globes devroient être entre elles, comme les racines cubiques des quarrés des tems périodiques (1262). Mais d'abord la lune fait ſa révolution périodique en un mois: le quarré de cette période 1 eſt 1; & la racine cubique de ce quarré eſt 1. Enſuite le ſoleil fait ſa révolution périodique en 12 mois: le quarré de cette période 12 eſt 144; & la racine cubique de ce quarré eſt 5 & un peu plus. D'où il s'enſuit que la moyenne diſtance de la lune à la terre, devroit être à la moyenne diſtance du ſoleil à la terre, environ comme 1 eſt à 5: tandis qu'il conſte par les obſervations aſtronomiques, que la moyenne diſtance de la lune à la terre, eſt à la moyenne diſtance du ſoleil à la terre, à peu près comme 60 eſt à 20000, ou comme 30 eſt à 10000, ou comme 1 eſt à 333. (1220.)

Il eſt certain que cette ſeconde loi de Kepler s'obſerve & ſe vérifie à l'égard de tous les corps,

planetes ou cometes, qui font leurs révolutions autour du ſoleil; à l'égard de tous les ſatellites qui tournent autour d'une même planete principale (1261); & il conſte par la théorie des forces centrales, qu'elle doit avoir lieu à l'égard de tous les corps quelconques, qui décrivent une courbe rentrante ſur elle-même autour d'un même centre de mouvement (1303). On demande donc aux partiſans de la terre immobile, pourquoi cette loi générale ne s'obſerve pas dans les mouvements de la lune & du ſoleil autour de la terre, ſi un mouvement réel emporte ces deux aſtres autour de la terre immobile? Quelle raiſon a pu avoir l'Auteur de la nature, pour ſouſtraire le ſoleil à une loi commune à tous les corps; à une loi générale, à laquelle un phyſicien ne peut attribuer une exception dans un cas particulier, qu'en vertu d'une démonſtration irréfragable qui établiſſe néceſſairement une telle exception? Ainſi en deux mots, le ſoleil ne peut avoir un mouvement diurne & annuel autour de la terre, ſans déroger aux loix générales de la nature & du mouvement: donc le ſoleil n'a point un tel mouvement autour de la terre.

VII°. L'*analogie de la terre avec les planetes*. Opaque comme elles, ſenſiblement ſphérique comme elles, plus petite que quelques-unes d'entr'elles, pourquoi auroit-elle été choiſie de préférence pour être le centre de tous les mouvements céleſtes? Tandis que les autres planetes roulent ſur leur axe pour ſe procurer l'aſpect ſucceſſif du ſoleil, la viciſſitude des jours & des nuits; pourquoi la terre ſera-t-elle exempte de la loi commune aux corps de ſon eſpece?

Pourquoi faudra-t-il que le ſoleil, que toutes les planetes, que toutes les cometes viſibles, que toutes les étoiles, faſſent chaque jour comme leur ronde autour de la terre; pour procurer ſucceſſivement à ſes différents points, n'étant elle-même qu'un point inſenſible dans l'univers, le pompeux ſpectacle d'une ſi inconcevable & ſi étrange révolution? L'Auteur de l'univers, qui aſſortit les choſes dans la nature, qui rapporte les parties au tout & non le tout aux parties, qui produit de grands effets à peu de frais & non de petits effets à très-grands frais, auroit-il donc en ce point renverſé, & l'ordre des choſes, & l'ordre de nos idées? Auroit-il aſſorti & rapporté un tout, & un tout comme infiniment grand, à une partie & à une partie comme infiniment petite de ce tout? Auroit-il voulu mouvoir une infinité de machines, avec des mouvements infiniment rapides & infiniment compliqués, pour procurer à un atome de l'univers un ſpectacle dont cet atome peut jouir par une ſimple révolution autour de lui-même & autour d'un aſtre, autour duquel tournent tous les atomes voiſins de ſon eſpece?

VIII°. L'*applatiſſement des poles & le renflement de l'équateur* (1372). Si la terre eſt immobile, pourquoi les eaux de la mer ſont-elles élevées de ſix ou ſept lieues de plus ſous l'équateur, que ſous les poles; tandis que, ſelon les loix de l'hydroſtatique, elles doivent ſe mettre par-tout de niveau? Ce phénomene, qui ne ſouffre aucune explication dans le ſyſtême de la terre immobile, n'eſt qu'une ſimple conſéquence du mouvement diurne de la terre autour de ſon axe. Car la terre, en roulant ſur ſon axe d'occident

en orient, imprime à toutes ſes parties une force centrifuge oppoſée à la peſanteur ou à la force qui fait tendre les corps vers le centre de la terre. Cette force centrifuge eſt d'autant plus grande, que chaque partie a plus de vîteſſe; & chaque partie a une vîteſſe proportionnelle à ſa diſtance à l'axe ſur lequel, ou autour duquel ſe font les révolutions diurnes de toute la maſſe terreſtre (1295). Donc la force centrifuge doit être très-grande ſous l'équateur, plus petite dans les zones tempérées, nulle ſous les poles. Donc, pour qu'il y ait équilibre entre les mers de l'équateur & les mers des poles, il faut que les colonnes d'eau aient plus de hauteur ſous l'équateur, où la force centrifuge diminue la peſanteur de toutes les parties aqueuſes; & qu'elles aient moins de hauteur ſous les poles, où la force centrifuge étant nulle, ne diminue aucunement la peſanteur des parties aqueuſes. Donc le renflement de l'équateur démontre le mouvement de la terre autour de ſon axe; comme une foule d'autres phénomenes démontrent le mouvement de la terre autour du ſoleil.

Telles ſont les principales raiſons qui ont enfin fait évanouir le préjugé populaire qui fixoit aveuglément la terre immobile au centre de l'univers, & qui ont procuré à l'univers le mérite de paroître un ouvrage digne de l'infinie Sageſſe qui le forma. Le mouvement de la terre n'eſt plus un problême chez les aſtronomes, chez les phyſiciens de quelque réputation: c'eſt un point fixe & décidé, ſur lequel le doute ſemble même n'être plus permis, dès qu'on aſpire à ne point paroître entiérement novice en genre de phyſique. Une hypotheſe eſt démontrée vraie &

réelle, quand il eſt évident qu'elle quadre avec tous les phénomenes de la nature, & que ces phénomenes de la nature deviennent abſurdes hors de cette hypotheſe. Or telle eſt l'hypotheſe de la terre-planete. S'il faut d'autres preuves pour démontrer que l'hypotheſe de la terre-planete eſt vraie & réelle; on demande au plus obſtiné pyrrhoniſme, quelles autres preuves pourroient en établir & en conſtater la réalité.

On peut faire, contre les trois mouvements de la terre (1196), quelques objections dont la ſolution achevera de mettre en évidence la théorie des Copernic, des Kepler, des Newton, de tous les aſtronomes modernes, ſur le ſyſtême ou l'arrangement de l'univers.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1342. OBJECTION I. Si la terre tournoit chaque jour ſur ſon axe; tous les corps poſés ſur ſa ſurface & détachés de ſa maſſe, tels que les eaux, les ſables, les cailloux, les navires, les hommes, les brutes, devroient s'échapper par la tangente, & ſe diſſiper au loin dans l'immenſité des cieux. Car ſoit, par exemple, un homme aſſis tranquillement dans ſon fauteuil ſur l'équateur terreſtre. Si la terre tourne chaque jour ſur ſon axe; cet homme, indépendamment de ſon mouvement annuel autour du ſoleil, a un mouvement diurne qui lui fait parcourir environ 9000 lieues par jour, 375 lieues par heure, 6 lieues & un quart par minute, environ 238 toiſes par ſeconde. Donc cet homme a une vîteſſe au moins deux fois & un tiers plus grande, que celle d'un boulet de canon qui bat en breche (391): donc cet

homme, en vertu de cette étonnante vîteſſe, devroit avoir une force centrifuge capable de le jetter par la tangente, bien loin de la ſurface terreſtre dans l'immenſité des cieux.

Ce même homme eſt d'ailleurs animé d'un mouvement qui l'emporte annuellement autour du ſoleil ; d'un mouvement 130 fois plus rapide (1332) que celui d'un boulet de canon qui bat en breche : cet homme devroit donc être jetté bien loin de la terre, par la force centrifuge qui doit naître des deux mouvements qui l'animent.

RÉPONSE. Il n'eſt pas rare de trouver des perſonnes peu conſéquentes & peu philoſophes, dont l'imagination eſt effrayée de ces deux mouvements de la terre, ſans être aucunement effrayée des mouvements immenſément plus rapides qu'elles ſont obligées d'attribuer au ſoleil, aux planetes, & ſur-tout aux étoiles, dans leur perſuaſion ſur l'immobilité de la terre. Qu'y faire ?

I°. Le mouvement diurne de la terre autour de ſon axe ne doit point diſſiper au loin les corps terreſtres par la tangente à la terre. Car les corps qui ont le plus de vîteſſe, ne parcourent que 238 toiſes par ſeconde : ce qui ne leur donne qu'une force centrifuge capable de les éloigner pendant une ſeconde de tems, de ſept ou huit lignes, du centre de la terre (*Math.* 534); tandis que leur force centripete ou leur peſanteur tend à les rapprocher du centre de la terre d'environ 15 pieds en une ſeconde (248). Ces corps doivent donc reſter appliqués à la ſurface terreſtre, en vertu de leur force centripete incomparablement plus grande que leur force centrifuge.

II°. Le mouvement annuel de la terre autour

du soleil, ne doit point dissiper au loin dans l'immensité des cieux les corps terrestres, par la tangente à l'orbite terrestre : parce que le centre de la terre a le même mouvement annuel que les corps posés sur sa surface ; & que le centre & la surface de la terre sont animés d'une force centripete vers le soleil, qui contrebalance toujours la force centrifuge née du mouvement par la tangente. (1285.)

1343. OBJECTION II. Si la terre tournoit sur son axe avec la vîtesse que nous lui attribuons, nous devrions nous appercevoir de ce mouvement : nous devrions éprouver sans cesse de ces tournoiements de tête qu'occasionne un mouvement de rotation rapide : nous devrions être continuellement en butte à la résistance de l'air, à une résistance semblable mais immensément supérieure à celle que produisent les plus violents ouragans. Un oiseau qui s'élance de son nid dans l'air vers l'occident, devroit ne plus retrouver son nid, qui s'enfuit avec une immense vîtesse vers l'orient. Une balle de fusil, tirée verticalement vers notre zénith, devroit retomber, non perpendiculairement sur notre tête, mais obliquement sur un point fort éloigné vers l'occident. Un boulet de canon devroit foudroyer un mur placé à l'orient, & ne produire aucun ravage sur un mur placé à l'occident : puisque dans le premier cas ce boulet de canon frapperoit le mur avec la vîtesse de la terre, plus la vîtesse que lui imprime la poudre ; au lieu que dans le second cas, ce même boulet de canon ne tendroit contre le mur qu'avec la vîtesse que lui imprime la poudre, moins la vîtesse plus grande & opposée que lui donne la révolution de la terre. Or rien de tout cela n'arrive : donc

mouvement de la terre autour de ſon axe & autour du ſoleil, eſt une pure fable, que détruiſent les plus ſimples obſervations.

RÉPONSE. La révolution de la terre autour de ſon axe & autour du ſoleil, ne doit produire aucun des effets qu'on objecte : comme il eſt facile de le démontrer & de le faire ſentir.

I°. Nous ne devons point nous appercevoir du mouvement de rotation de la terre : parce que tous les corps qui terminent & qui fixent notre vue pendant cette révolution, tournent avec nous, & conſervent toujours la même poſition à notre égard : n'ayant aucune ſenſation qui nous avertiſſe de notre déplacement continuel, nous ſommes ſans ceſſe déplacés, ſans nous en appercevoir. Tel un homme enfermé dans les entrailles d'un vaiſſeau ténébreux ou éclairé, pendant un tems de tempête, fait cent lieues en un jour du nord au midi ou du levant au couchant, ſans ſavoir ſi la tempete le déplace, ou ſi elle ſe borne à le tourmenter dans la même plage : parce que dans le petit eſpace qui l'enferme, rien ne lui occaſionne des ſenſations qui puiſſent l'inſtruire de la route qu'il ſuit, & du mouvement qui l'emporte loin du lieu ou du point de l'eſpace où il ſe trouvoit avant la tempête.

II°. Nous ne devons point éprouver de ces *tournoiements de tête*, qu'occaſionne une révolution rapide & ſoutenue autour d'un même centre pris dans notre corps ou non loin de notre corps. Quand nous tournons rapidement ſur un même point ou autour d'un même point peu éloigné ; il eſt clair, que notre ſang, que nos humeurs, que nos eſprits vitaux, doivent prendre néceſſairement un mouvement centrifuge propor-

tionnel à la rapidité de la révolution ; & que ce mouvement centrifuge, en vertu duquel tous nos fluides tendent par-tout à s'échapper avec violence hors de notre corps comme par autant de tangentes à notre révolution, doit déranger leur cours naturel, renverſer l'économie animale, altérer toute l'harmonie de la nature, troubler tout le jeu régulier des organes d'où dépendent les fonctions de l'ame. Mais rien de ſemblable ne doit naître du mouvement diurne de la terre : puiſque nous ne faiſons qu'une ſimple révolution autour de nous-mêmes en 24 heures ; & que pendant cette révolution, dont toutes les petites portions ſont ſenſiblement des lignes droites (*Math.* 534), toutes les parties de notre corps ſont modérément & uniformément infléchies & détournées de la tangente par un ſimple mouvement de gravitation qui leur eſt naturel & commun, qui n'a rien de bruſque & de violent, qui ne peut par conſéquent interrompre & altérer en aucune maniere l'harmonie & le jeu naturel des organes.

III°. Nous ne devons point éprouver de réſiſtance ſenſible de la part de la maſſe de l'air : parce que dans le vuide ou dans un milieu nullement réſiſtant, l'athmoſphere qui environne la terre, quelle que ſoit ſa hauteur (743), tourne avec la terre & avec nous d'un mouvement commun. Tel, ſur un vaiſſeau, un poiſſon placé dans un petit baſſin plein d'eau, eſt emporté par le mouvement rapide du vaiſſeau, ſans que l'eau dans laquelle il nage en liberté, lui faſſe éprouver aucune réſiſtance inſolite & ſenſible.

IV°. Si l'athmoſphere ne tournoit pas avec la terre, un oiſeau qui s'élance de ſon nid dans

l'air, se trouveroit en moins d'une minute, à plusieurs lieues de son nid. Mais comme l'athmosphere a précisément le même mouvement de révolution que la terre, l'oiseau ne s'éloigne de son nid, que de la quantité que son vol ajoute ou retranche au mouvement de l'athmosphere qui l'entraîne & l'emporte avec elle. Tel, sur l'immense fleuve des Amazones, un sauvage s'élance de son canot dans le milieu de l'eau, & nage ou dans la direction du fleuve, ou contre la direction du fleuve. S'il nage dans la direction du fleuve, son effort aboutit à devancer son canot qui le suit emporté par le fleuve: s'il nage contre la direction du fleuve, son effort aboutit à se soustraire à une partie du mouvement du fleuve qui l'emporte avec son canot; & à s'éloigner d'autant de son canot qui le précede. Si ce sauvage ne s'apperçoit pas du mouvement du fleuve, il croira n'avoir fait d'autre trajet que celui qui le sépare de son canot; tandis qu'un autre mouvement qui échappe à son attention, l'a emporté lui & son canot, bien loin de l'endroit où il s'est précipité dans l'onde.

V°. Une balle, tirée verticalement vers le zénith par un fusil immobile & perpendiculaire à l'horison, ne doit point tomber en arriere, mais dans la bouche même du fusil: parce que cette balle part du fusil, animée d'un double mouvement, du mouvement de la terre par la tangente, & du mouvement que lui imprime la poudre enflammée perpendiculairement à cette tangente; & que ce double mouvement doit la conduire par une double diagonale ou plutôt par une double parabole au point même d'où elle est partie. (350.)

Quoique cette balle, en montant & en descendant dans l'athmosphere, parcoure réellement une double parabole ; elle paroîtra toujours monter & descendre perpendiculairement, à un œil placé sur la bouche du fusil : parce qu'en montant & en descendant obliquement par une infinité de diagonales, elle se trouve toujours dans le zénith de l'œil, qui change à chaque instant de zénith, ainsi que la balle. Si cette balle est élastique, & qu'elle tombe sur un plan horisontal capable de la réfléchir ; ce plan en mouvement lui imprimera de nouveau un mouvement semblable à celui qu'elle tenoit du fusil, quand la poudre l'en a chassée ; & ce mouvesera encore vertical sensiblement & en apparence, quoiqu'il ne soit point tel mathématiquement & en réalité. On peut dire la même chose de la chûte perpendiculaire de tous les corps sur la surface terrestre.

VI°. Un boulet de canon doit produire le même effet contre un mur placé à l'orient ou à l'occident. Le boulet qui bat un *mur placé à l'orient*, a le mouvement de la terre, plus le mouvement que lui imprime la poudre : mais le mur s'enfuit devant lui & se soustrait à la percussion, selon toute la vîtesse de la terre ; il ne doit donc recevoir qu'une percussion proportionnelle au mouvement imprimé par la poudre. Le boulet qui bat un *mur placé à l'occident*, a le mouvement que lui imprime la poudre, moins le mouvement de la terre : mais le mur avance & se porte contre lui avec tout le mouvement de la terre ; & la percussion est encore, comme dans le cas précédent, proportionnelle au mouvement imprimé par la poudre. (323.)

Dans l'un & dans l'autre cas, l'air oppoſe au boulet une égale réſiſtance, & fait entendre un même ſifflement : parce que le boulet ſe mouvant ou avec un plus de vîteſſe dans la direction de l'air, ou avec un moins de vîteſſe contre la direction de l'air, le traverſe & le déplace de même; infléchit ſes molécules élaſtiques, & leur occaſionne la vibration & le frémiſſement d'où réſulte & d'où naît le ſon. (753.)

1344. OBJECTION III. Si la terre tourne chaque jour ſur ſon axe, dans la direction ABCDA; dans 12 heures, l'homme B aura la poſition de l'homme D : & alors comment ne tombera-t-il pas à l'infini de D en V dans l'immenſité des cieux? (*fig.* 11.)

RÉPONSE. Nous avons déja obſervé qu'*il n'y a proprement ni haut ni bas abſolu dans l'eſpace infini* (1289) : que les corps terreſtres ont une tendance vers le centre de la terre, ſans tendre autrement ou à s'approcher du nadir ou à s'éloigner du zénith. Ainſi un homme ou un corps quelconque, placé ſur la ſurface de la terre, tend toujours efficacement vers le centre de la terre, en vertu de ſa gravitation ou de ſa peſanteur AT, BT, CT, DT, ſans être expoſé en aucun point ſupérieur ou inférieur de la ſurface terreſtre, à être emporté dans la région des étoiles, vers leſquelles il n'a aucune tendance ſenſible.

Tout le monde ſait qu'un vaiſſeau parti de Londres ou de Breſt, & deſtiné à faire le tour du monde, va côtoyant l'Amérique méridionale, paſſe par le détroit de Magellan, traverſe l'immenſe mer du Sud ſous les antipodes de la France ou de l'Angleterre, arrive en Chine &

aux

aux Indes orientales, revient par le Cap de Bonne-Esperance à Brest ou à Londres. Pendant toute cette révolution autour du globe terrestre; sa gravitation ou sa pesanteur l'enfonce dans les eaux, & tend à le précipiter vers le centre de la terre, à l'orient comme au couchant, aux antipodes de Londres, comme à Londres même. Ainsi ce vaisseau en D, loin de tendre en V, tend vers un point diamétralement opposé, en T.

1345. OBJECTION IV. Si la terre tournoit chaque année autour du soleil dans l'écliptique, nous devrions avoir incessamment un nouveau pole dans le ciel. Par exemple, supposons un œil placé de part & d'autre à l'extrêmité de l'axe sur lequel la terre fait ses révolutions diurnes, pendant que cet axe, toujours perpendiculaire au plan de l'équateur, parcourt l'écliptique. (*fig.* 10.)

Quand la terre est en Q, cet œil D aura pour pole céleste le point *m*: quand, six mois après, la terre est en T, ce même œil D aura pour pole céleste le point *o*. Or ces deux points sont éloignés l'un de l'autre d'environ 60 millions de lieues, qui sont la mesure du grand axe de l'orbite terrestre, ou la double distance moyenne de la terre au soleil.

RÉPONSE. La terre, en parcourant l'écliptique, a réellement à chaque instant un nouveau point du ciel pour pole: puisque son axe *mm*, indéfiniment prolongé de part & d'autre, décrit dans le ciel chaque année, un cylindre *mom* d'environ 60 millions de lieues de diametre. Mais comme le diametre *m V o* de ce cylindre ne soustend dans le ciel qu'un arc d'environ 3 ou 4 secondes, selon les observations & les calculs

des plus célebres astronomes de ces derniers tems; il s'ensuit que ce diametre mVo doit paroître comme un point dans le ciel; & que l'axe terrestre qui fait sa révolution annuelle autour de ce diametre, doit paroître aboutir toujours sensiblement au même point du ciel.

Tout le monde sait que, selon les loix de l'optique, deux lignes paralleles *mm* & *oo*, doivent paroître converger & coïncider en un même point, dans une immense distance (929). Donc, soit que la terre se trouve en Q, soit qu'elle se trouve en T, son axe *mm* & *oo* doit paroître aboutir sensiblement aux mêmes points du ciel V & V.

Il n'a rien moins fallu que toute la sagacité du génie des astronomes modernes, pour découvrir que l'axe terrestre n'aboutit pas toujours aux mêmes points précis du ciel; & que dans un espace de six mois, il y a une différence de 3 ou 4 secondes: *différence insensible*, qui échappe nécessairement aux yeux les mieux constitués & munis des plus excellents instruments astronomiques, s'ils ne sont pas dirigés par les subtiles & profondes lumieres de la géométrie & de l'astronomie. Ainsi l'axe de la terre, pendant chaque révolution annuelle autour du soleil, doit donner toujours sensiblement le même pole.

1346. OBJECTION V. Si la terre tourne chaque année autour du soleil, le pole du monde doit alternativement s'abaisser & s'élever relativement à l'horison d'un habitant de la terre. Car, que je parcoure du midi au nord, sous le même méridien, un espace de 25 lieues; je vois le pole boréal s'élever d'environ un degré!

Que je parcoure du nord au midi, ſous le même méridien, un eſpace de 50 lieues ; je vois le même pole s'abaiſſer d'environ deux degrés ! A combien plus forte raiſon la terre ne devroit-elle pas changer de hauteur de pole, en paſſant d'un tropique à l'autre, en s'approchant alternativement de l'un & de l'autre pole céleſte, de pluſieurs millions de lieues ?

RÉPONSE. La *hauteur du pole* eſt le plus petit arc qu'on puiſſe mener du pole ſur l'horiſon d'un lieu. Cet arc eſt toujours le même pour un même lieu, ſoit que la terre ſoit placée ſous le tropique du cancer, ſoit qu'elle ſoit placée ſous le tropique du capricorne : parce que l'axe terreſtre, qui donne le pole céleſte, reſte toujours ſenſiblement parallele à lui-même, & conſerve toujours la même inclinaiſon ſur l'horiſon de ce lieu. La grande révolution conique de l'axe terreſtre autour des poles de l'écliptique, ne change pas non plus la hauteur du pole pour un même lieu : parce que l'horiſon de ce lieu a la même révolution que l'axe terreſtre ; & que cet axe terreſtre, pendant ſa révolution conique, reſte toujours incliné ſur le plan de l'équateur de la même quantité, d'environ 66 degrés & 32 minutes.

Si on demande maintenant pourquoi en allant du midi au nord ou du nord au midi, ſous un même méridien, on a une différente hauteur de pole ; tandis qu'en allant d'un tropique à l'autre, on conſerve la même hauteur de pole : il eſt facile d'en rendre raiſon. En allant du midi au nord ou du nord au midi, ſur la ſurface terreſtre, on change d'horiſon : au lieu qu'en allant d'un tropique à l'autre, ſur le même point de la

ſurface terreſtre, on conſerve toujours le même horiſon. Dans le premier cas, l'horiſon s'abaiſſe ou s'éleve à l'égard du pole: dans le ſecond, l'horiſon conſerve la même poſition à l'égard du pole. Par exemple (*fig.* 8):

I°. Si ſur un lieu quelconque A de la ſurface terreſtre étoit poſé un plan ASR parallele à l'horiſon FTP, & qu'on marchât ſur ce plan, du midi au nord ou du nord au midi, pendant dix ans ou pendant cent ans; on auroit toujours ſenſiblement le même zénith M, & par conſéquent la même hauteur de pole: parce que l'eſpace parcouru AS étant conſidéré comme la baſe de l'angle AMS formé par deux lignes menées du zénith M aux deux extrêmités de cet eſpace, on auroit un triangle dont la baſe AS ſeroit comme nulle en comparaiſon des côtés. Donc l'angle M, oppoſé à la baſe AS, ſeroit ſenſiblement nul en comparaiſon des deux autres angles (*Math.* 701): donc les deux angles formés ſur la baſe ſeroient toujours ſenſiblement de 90 degrés chacun: donc le point M ſeroit toujours vu ſenſiblement au même endroit.

II°. Mais quand on va du midi au nord ou du nord au midi ſur la ſurface de la terre; on marche ſur une ſurface courbe, qui s'incline ſans ceſſe, qui donne un nouveau zénith & un nouvel horiſon à chaque inſtant. Par exemple, ſoient R & V les poles du monde. Un homme en C ſous l'équateur a pour zénith le point N, & pour horiſon un cercle RTV dont le plan aboutit aux deux poles. (*fig.* 11.)

Que cet homme paſſe de C en *f*: il aura pour zénith le point S; & pour horiſon, un cercle HTG, cercle éloigné des poles de tout l'arc

céleste RG. Quoique l'espace parcouru C*f*, de quelques centaines de lieues, ne soit rien en comparaison de l'arc céleste NXSR, il est considérable dans l'arc terrestre C*kf*B ; & il donne un angle CT*f*, qui, prolongé jusqu'au firmament, embrasse tout l'arc NXS, & éleve le pole R d'une quantité égale RG.

III°. Ce n'est donc pas précisément l'espace parcouru du midi au nord ou du nord au midi, qui occasionne un changement sensible de zénith & de hauteur de pole, mais l'inflexion ou la courbure de cet espace. Ainsi, un homme qui passe d'un tropique céleste à l'autre, toujours placé sur un même point de la surface terrestre, ne change sensiblement ni de zénith ni de hauteur de pole : parce que la terre se meut dans l'écliptique comme sur un plan ; & que l'espace parcouru par la terre du nord au midi ou du midi au nord, est comme infiniment petit en comparaison de l'espace qui sépare la terre des étoiles.

1347. OBJECTION VI. Le grand vice du systême de Copernic, c'est d'attribuer à la terre deux mouvements incompatibles ; un mouvement d'occident en orient, autour de l'axe de l'équateur ; & un mouvement d'orient en occident, autour de l'axe écliptique. Or n'est-il pas évident que ces deux mouvements doivent se détruire réciproquement ; que le mouvement d'occident en orient ne peut subsister dans un même mobile, avec le mouvement d'orient en occident ? Donc le systême de Copernic est totalement ruineux en ce point fondamental.

RÉPONSE. Si les deux mouvements en question sont incompatibles dans la terre, seront-ils

plus compatibles dans le firmament? Or il eſt certain & évident que les deux mouvements qu'on dit incompatibles, exiſtent néceſſairement, ou dans le globe terreſtre, ou dans le globe céleſte. Ainſi cette objection attaque également & Ptolomée & Copernic & Tycho-Brahé & la nature elle-même. Montrons-en la futilité dans le ſyſtême de Copernic, que nous avons à défendre.

Il répugne qu'un mobile ait à la fois un mouvement d'occident en orient & un mouvement d'orient en occident, autour des mêmes points, autour du même axe : mais il ne répugne point que ces deux mouvements aient lieu à la fois dans un même mobile, autour de deux axes différents. Il eſt facile de rendre ſenſible la poſſibilité & la compatibilité des trois mouvements de la terre, par un ſeul exemple connu de tout le monde.

Au milieu d'un grand veſtibule pavé en marbre, ſoit un jeune nourriſſon des muſes & des arts, qui en attendant le travail & l'ennui, s'occupe tout entier du tumultueux plaiſir de pourſuivre & de tourmenter ſa toupie. Une longue ficelle, ſpiralement entortillée autour de la toupie, lui imprime un mouvement de rotation ſur ſon axe: un grand coup de fouet l'éleve en l'air, & lui imprime un mouvement projectile, ſans détruire ſon mouvement de rotation. Obſervons dans cette toupie, les trois mêmes mouvements qu'on dit incompatibles dans la terre.

I°. La toupie, élevée en l'air, & élancée d'occident en orient, par exemple, continue à rouler ſur ſon axe, en retombant vers le centre de ſa gravitation: image ſenſible du *mouvement diurne*

& du *mouvement annuel* de la terre, laquelle au milieu de ces deux mouvements ne cesse point de tendre continuellement vers son point central. (1285.)

II°. Si on prend subitement la toupie tourbillonnante sur un plan de carton ou de cuivre, & qu'on observe attentivement son mouvement de rotation; on appercevra que son axe, en roulant toujours sur lui-même, n'est pas toujours perpendiculaire au plan qui le soutient: que cet axe, autour duquel tous les points de la toupie décrivent toujours des cercles paralleles, a lui-même, du moins assez souvent, un *mouvement conique*, tantôt plus & tantôt moins considérable: que ce mouvement conique de l'axe ne détruit point le mouvement de rotation qui emporte toujours circulairement toutes les parties de la toupie autour de l'axe, & assez souvent en un sens opposé à la révolution conique de l'axe: qu'en supposant que cette toupie est un petit monde, un œil placé à l'extrêmité de cet axe, auroit successivement dans le ciel différents poles, selon ses différentes positions; & que les différents points du ciel où aboutiroit cet axe prolongé, seroient les poles mobiles de toutes les révolutions circulaires autour de l'axe.

On voit donc ici une image sensible du mouvement conique de la terre, dont l'axe, en roulant toujours sur lui-même, s'infléchit successivement d'orient en occident; sans que cette inflexion réguliere, dont nous avons fait connoître & le méchanisme & la cause physique (1328), nuise en aucune maniere au mouvement qui emporte toujours circulairement autour de lui toutes les parties de la terre, d'occident en orient.

1348. REMARQUE. Après avoir fait ſentir la compatibilité de ces trois mouvements dans un même mobile, il ne ſera pas inutile de faire ſentir plus ſpécialement comment ces trois mouvements ſe concilient dans la terre. Nous aimons mieux nous expoſer au reproche qu'on pourra nous faire, de nous trop étendre & peut-être de nous répéter à certains égards ſur cet objet, que de manquer de nous faire ſuffiſamment entendre. (*fig.* 10.)

I°. Que dans le vuide ou dans un milieu ſans action & ſans réſiſtance, la terre ait reçu primitivement un mouvement de rotation autour de ſon axe *h* P *h* : il eſt clair que, dans le vuide ou dans un milieu ſans action & ſans réſiſtance, ce mouvement de rotation doit ſubſiſter éternellement; puiſqu'un mouvement que rien ne détruit & que rien n'altere, doit reſter toujours le même. (307.)

II°. Que dans le vuide ou dans un milieu ſans action & ſans réſiſtance, la terre ait reçu primitivement par la volonté ou par l'action du Créateur, & un mouvement centripete vers le ſoleil, & un mouvement projectile dans la tangente d'une courbe tracée ou imaginée autour du ſoleil: la terre, en vertu de ces deux forces conſpirantes, doit, ſelon les loix générales du mouvement, tourner perſévéramment & autour de ſon axe & autour du ſoleil. (1285.)

III°. L'axe terreſtre *mm*, *nn*, *oo*, *rr*, *hh*, en tournant chaque jour ſur lui-même pendant qu'il tourne en un an autour du ſoleil, peut ou être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, ou être inſenſiblement & peu à peu infléchi vers différents points du ciel par l'action toujours

ſubſiſtante de quelque cauſe phyſique : puiſqu'il n'eſt pas eſſentiel à cet axe d'être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, pendant qu'il fait ſes révolutions & ſur lui-même & autour du ſoleil ; puiſqu'il eſt clair que les mêmes révolutions de cet axe & ſur lui-même & autour du ſoleil auront lieu, ſoit que cet axe regarde toujours les mêmes points du ciel, ſoit qu'il s'infléchiſſe inſenſiblement & peu à peu vers d'autres points du ciel. (*fig.* 6.)

IV°. Comme l'eſpace que parcourt la terre autour du ſoleil, n'eſt rien en comparaiſon de l'eſpace intercepté entre la terre & le firmament ; faiſons abſtraction de la révolution de la terre autour du ſoleil, & conſiderons la terre comme fixée au point T, où elle reſte animée & du mouvement qui produit la révolution diurne autour de l'axe *p* T *m*, & du mouvement rétrograde autour de l'axe *d* T *e*.

Que faut-il pour que toutes les parties de la terre aient un mouvement d'occident en orient autour de l'axe P T M de l'équateur, tandis qu'elles ont un mouvement d'orient en occident autour de l'axe DTE de l'écliptique ? Il faut uniquement que l'axe *p* T *m* de l'équateur A T *b*, en faiſant chaque jour une révolution ſur lui-même d'occident en orient, s'infléchiſſe inſenſiblement & peu à peu, d'un jour à l'autre, vers l'occident & contre l'ordre des ſignes : enſorte que la ſomme de toutes ces inflexions ſucceſſives *p q r s p*, *m n o k m*, donnent en 25740 ans, deux cônes TPQRSP, TMNOKM, autour de l'axe DTE de l'écliptique FTG.

Or il eſt clair que la révolution diurne de l'axe *p* T *m* ſubſiſtant toujours uniformément ;

cet axe, que rien ne nécessite à être toujours dirigé vers les mêmes points du ciel, qu'une cause physique toujours subsistante & toujours agissante tend sans cesse à infléchir d'orient en occident dans la direction *pqrsp* & *mnokm* (1328), peut & doit s'infléchir & s'incliner sans cesse par un mouvement conique vers un point du ciel plus occidental : ce qui donne à la terre le mouvement rétrograde d'orient en occident, qu'attribue & à l'équateur terrestre & à toutes les parties de la terre, le systême de Copernic. Donc il est clair que le mouvement conique & rétrograde de l'axe terrestre *p*T*m* ou PTM autour des poles de l'écliptique, n'est nullement incompatible avec le mouvement diurne de ce même axe autour des pôles de l'équateur.

1349. OBJECTION VII. Le systême de Copernic, systême qui s'accorde si bien avec les loix du mouvement, avec les observations astronomiques, avec toute la théorie de la physique, avec toutes les lumieres de la saine raison, est malheureusement contredit & démenti par l'écriture sainte, qui attribue le mouvement au soleil & le repos à la terre : donc ce systême, qui a toute l'apparence d'une vérité démontrée, n'est au fond qu'une ingénieuse imposture, qu'une vaine hypothese, dont le faux est la base (*).

RÉPONSE. Le plus grand outrage qu'on puisse

(*) REMARQUE. Voici quelques-uns des textes sacrés qu'on fit valoir sérieusement dans un tems d'ignorance & de déraison, contre le systême de Copernic, & qui n'ont certainement rien de commun avec aucun systême astronomique.

I°. *Oritur sol & occidit, & ad locum suum revertitur ; ibi-*

faire à l'écriture ſainte, c'eſt de la mal interpréter ; c'eſt de lui donner un ſens qu'elle n'a pas. Tout édifice humain, implanté ſur l'édifice de l'eſprit ſaint, lui eſt étranger, s'écroule tôt ou tard ſur lui & l'accable du poids de ſa ruine : en voici un exemple qui ſera à jamais mémorable.

L'écriture ſainte rappelle aux hommes que le ſoleil dans ſa marche majeſtueuſe paſſe réguliérement de l'orient à l'occident, du midi au nord, du nord au midi, ſans s'écarter de la route que lui a aſſigné & tracé l'Arbitre ſuprême de la nature : que cette marche fixe & réguliere du ſoleil, a été cependant quelquefois miraculeuſement interrompue, par une bienfaiſance ſpéciale du tout-puiſſant Dieu d'Iſraël ; & que ces bienfaits miraculeux méritent de la part de la nation ſainte, une éternelle reconoiſſance. Tel eſt le ſens général des différents textes de l'écriture, où il eſt fait mention du mouvement du ſoleil & de la miraculeuſe interruption de ce mouvement.

Mais n'eſt-il pas évident que ces différents textes de l'écriture peuvent avoir indifférem-

---

que renaſcens, gyrat per meridiem, & flectitur ad aquilonem. Eccleſ. cap. 1.

II°. *Sol, contra Gabaon ne movearis ; & luna, contra vallem Aïalon ! Steteruntque ſol & luna, donec ulciſceretur ſe gens de inimicis ſuis. Stetit itaque ſol in medio cœli, & non feſtinavit occumbere ſpatio unius diei.* Joſue, cap. 10.

III°. *Invocavit itaque Iſaïas propheta Dominum ; & reduxit umbram per lineas, quibus jam deſcenderat in horologio Achas, retrorsùm decem gradibus.* Reg. IV. cap. 20.

IV°. *Firmavit orbem terræ, qui non commovebitur.* Pſ. 92. *Generatio præterit & generatio advenit : terra autem in æternum ſtat.* Eccleſ. cap. 1.

ment pour objet, ou le *mouvement réel*, ou le *mouvement apparent* du flambeau du monde; puisque l'une & l'autre espece de mouvement est également propre à faire sentir aux hommes & la puissance & la bienfaisance de l'Éternel, dans l'économie de la nature & de la religion? Pourquoi donc restreindre tout à coup & sans examen, leur signification au seul mouvement réel? Pourquoi exclure témérairement & sans raison, de leur signification, le mouvement apparent? L'unique objet des auteurs sacrés dans ces différents textes, c'est de rappeller aux hommes les bienfaits naturels & surnaturels de la Providence; de leur faire admirer la sagesse & chérir la bienfaisance de l'Être suprême, soit dans l'ordre de la nature, soit dans l'ordre de la religion; & non de dogmatiser séchement sur des points de physique & d'astronomie (881): ce dernier objet étant totalement étranger à la religion & aux mœurs, l'écriture sainte en fait & en doit faire totalement abstraction. L'écriture sainte, en parlant des merveilles de la nature, ou des miracles qui ont du rapport avec les merveilles de la nature, n'en parle donc & n'en doit parler à la généralité des hommes, que d'après les apparences, qu'en se conformant à la maniere dont voit & entend la multitude, qui n'est rien moins que philosophe & astronome. Il est donc clair que le sens des textes sacrés, qu'on objecte contre le systême de Copernic, n'est pas plus affecté au mouvement réel, qu'au mouvement apparent. Il est donc clair qu'on peut entendre indifféremment par ces textes, ou le mouvement apparent ou le mouvement réel; & dès-lors toute la force de l'objection cesse & s'évanouit. Après cette observation générale,

dont la vérité se fait sentir à tout esprit que n'aveugle point le fanatisme, je dis :

I°. Que dans les textes sacrés qui attribuent au soleil un mouvement d'orient en occident, du midi au nord, du nord au midi, il ne s'agit que d'un *mouvement apparent ;* & que rien ne prouve qu'il s'y agisse d'un mouvement réel. Que ces expressions, *le soleil se leve*, *passe au méridien*, *se couche*, ne signifient autre chose dans l'écriture, ainsi que dans la bouche des astronomes de profession, sinon que le soleil, mobile ou immobile, commence à éclairer l'horison, est dans sa plus grande élévation sur l'horison, finit d'éclairer l'horison ; & ainsi du reste.

II°. Que dans le texte où il est rapporté qu'à l'ordre de Josué, le soleil suspendit son mouvement pendant 24 heures, il ne s'agit non plus que d'une suspension de *mouvement apparent.* Que le miracle consigné dans les livres saints est le même, soit que le mouvement réel qui fut alors interrompu, se trouve dans le soleil lui-même ; soit que ce mouvement n'existe que dans la terre. Qu'en supposant même que Josué eût été instruit du mouvement de la terre & de l'immobilité du soleil, il ne devoit point s'exprimer autrement : parce que, s'il eût dit simplement que la terre avoit miraculeusement suspendu son mouvement, personne n'eût compris le miracle mémorable qu'il vouloit consigner & éterniser dans la mémoire de sa nation. Que ce miracle mémorable consista en ce que, contre l'ordre de la nature, la terre cessa pendant un jour entier de se mouvoir & autour de son axe & dans l'écliptique : ce qui fit que le soleil, contre le cours naturel des choses, parut pendant un jour entier

ou pendant une durée de tems égale à un jour, répondre conſtamment & perſévéramment au même point du ciel; ce qui n'étoit jamais arrivé auparavant, & ce qui n'eſt jamais arrivé depuis lors.

III°. Que la rétrogradation miraculeuſe du ſoleil ſous le regne d'Ezechias, ne fut non plus qu'une *rétrogradation apparente ;* & que ce miracle conſiſta en ce que la terre, au lieu de continuer à rouler ſur ſon axe d'occident en orient ſelon le cours naturel des choſes, roula miraculeuſement ſur ſon axe en un ſens oppoſé d'orient en occident; & parcourut, en rétrogradant, un arc de dix degrés : ce qui donna néceſſairement au ſoleil un ſemblable mouvement rétrograde dans ſon apparente révolution diurne. Le miracle eſt le même, ſoit que le mouvement miraculeuſement interrompu ſe trouve dans le ſoleil, ſoit qu'il ſe trouve dans la terre. (932.)

IV°. Que les textes que l'on cite pour établir le repos ou l'immobilité de la terre, n'ont nullement le ſens qu'on leur attribue. Par exemple, le texte de l'Eccléſiaſte, *terra autem in æternum ſtat*, met en contraſte la déplorable caducité de la vie humaine, avec l'inaltérable durée de la terre: il s'agit là, non du repos ou de l'immobilité de la terre, mais de ſa permanence. Le texte du pſalmiſte, *firmavit orbem terræ qui non commovebitur*, oppoſe la fragilité des ouvrages humains, à l'indeſtructibilité des ouvrages de l'Éternel. Les ouvrages des hommes tendent toujours à leur ruine par quelque endroit ; mais le globe terreſtre, qui eſt l'ouvrage du Créateur, n'a dans lui aucune cauſe qui l'altere, qui le décompoſe, qui doive en entraîner la deſtruction, qui s'op-

poſe à ſon éternelle exiſtence : il s'agit encore là, dans le ſens du pſalmiſte, non du repos, mais de l'inaltérabilité de la terre.

1350. OBJECTION VIII. L'interprétation qu'on donne ici à l'écriture, en ſubſtituant par-tout l'apparence à la réalité des mouvements, ne tend à rien moins qu'à renverſer de fond en comble toute la religion. Car, en généraliſant cette maniere d'interpréter les livres ſaints, on pourra dire, par exemple, que le Verbe s'eſt incarné ou eſt mort pour les hommes, en apparence, & non en réalité : & alors que devient tout le dépôt de la révélation ? Il faut donc, ſelon l'axiome généralement reçu, prendre le ſens naturel & obvie dans les textes de l'écriture : il faut donc renoncer à un ſyſtême, qu'on ne peut ſoutenir qu'en altérant le ſens naturel de l'écriture ; à un ſyſtême que le tribunal de l'inquiſition, compoſé ou aſſiſté d'un grand nombre de cardinaux, a frappé de ſes anathêmes, dans les ouvrages de Galilée.

RÉPONSE. I°. Sans entrer ici dans aucune diſcuſſion métaphyſique ſur la maniere d'expliquer les textes ſacrés qui paroiſſent ſuſceptibles de différents ſens ; il eſt certain qu'*on ne doit jamais donner à ces textes un ſens abſurde*, un ſens évidemment faux, un ſens diamétralement oppoſé aux vérités inconteſtablement établies, ou par la raiſon, ou par la révélation. Interpréter ainſi l'écriture, ce ſeroit fournir des armes à l'impiété ; ce ſeroit imprimer aux livres ſaints, un caractere de menſonge & d'abſurbité, incompatible avec la ſource divine que leur attribue la religion. Cet axiome ſuffit pour juſtifier authentiquement l'interprétation qu'on attaque.

Car voici comment raiſonne l'incrédulité, en ſuppoſant avec Tycho-Brahé, que l'écriture attribue réellement le mouvement au ſoleil, & le repos à la terre. *La Divinité n'eſt ni abſurde, ni ignorante :* donc la Divinité n'a point inſpiré des livres qui combattent deux vérités certaines & démontrées chez les phyſiciens & chez les aſtronomes, le mouvement de la terre, & le repos du ſoleil. Ce raiſonnement devient évidemment ſans replique, ſi l'on convient que l'écriture, dans les textes en queſtion, a réellement le ſens que lui donne & qu'eſt intéreſſée à lui donner l'incrédulité. Donc le ſens que nous venons de donner à l'écriture, dans les textes où il eſt fait mention du mouvement réel ou apparent du ſoleil, loin d'être un attentat contre l'écriture, eſt le ſeul ſens dont elle ſoit raiſonnablement ſuſceptible.

II°. Il ne s'enſuit pas delà qu'on puiſſe arbitrairement ſubſtituer par-tout dans l'écriture, l'apparence à la réalité : parce qu'il n'y a peut-être dans toute l'écriture, que le mouvement du ſoleil, où l'apparence & la réalité donnent les mêmes prodiges, les mêmes points de croyance, les mêmes motifs d'affection & de reconnoiſſance envers l'Être ſuprême. Il n'y a donc aucune induction à tirer, du mouvement du ſoleil à l'incarnation du Verbe. La réalité de l'incarnation du Verbe eſt un dogme fondamental, qui eſt la baſe de toute la religion, & qu'aucune démonſtration phyſique, qu'aucune obſervation aſtronomique ne détruit. La réalité du mouvement du ſoleil eſt un point totalement indifférent à la religion, & inconciliable avec la théorie du mouvement, avec les loix de la phyſique, avec les obſervations

obſervations aſtronomiques. Donc les raiſons qui néceſſitent à fixer le ſens de l'écriture au mouvement apparent dans les textes qui concernent le ſoleil, n'autoriſent pas à ſubſtituer l'apparence à la réalité dans les textes qui concernent l'incarnation & une infinité d'autres objets. Nous adoptons donc l'axiome général, qu'*il faut toujours entendre l'écriture dans le ſens naturel & obvie, quand aucune raiſon ſolide & triomphante ne néceſſite à l'entendre dans un ſens différent.*

III°. Qu'importe que le tribunal de l'inquiſition ait condamné autrefois le ſyſtême de Copernic, dans les ouvrages de l'immortel Galilée? Le tribunal de l'inquiſition n'eſt certainement ni l'égliſe aſſemblée, ni l'égliſe diſperſe : ſa déciſion ſurannée, qu'aucun ſouverain pontife n'a approuvée, que l'égliſe n'a jamais adoptée, ne gêne donc en rien la façon de penſer des Fideles ſur cet objet.

Mais doit-on faire un crime à ce tribunal, aſſiſté alors de pluſieurs cardinaux, d'avoir proſcrit le ſyſtême de Copernic, d'avoir défendu de le ſoutenir comme une réalité, comme une vérité phyſique? Non : parce qu'au tems où ce ſyſtême fut proſcrit, on le regardoit comme contraire à l'écriture, comme un ſujet de ſcandale dans l'égliſe; & qu'il eſt toujours à propos d'arrêter le cours du ſcandale, lors même que le ſcandale eſt mal fondé & n'affecte que les eſprits foibles. C'eſt ainſi que dans les premiers ſiecles du chriſtianiſme, quelques pieux évêques proſcrivirent le culte des ſaintes images, dans un tems où ce culte mal compris devenoit une occaſion d'idolatrie pour des fideles tout récemment arrachés au culte des idoles.

Dans notre ſiecle, dans un ſiecle plus éclairé & moins fanatiqne que celui qui mit avec Galilée la raiſon & la vérité dans les fers, le ſyſtême de Copernic n'alarme plus les ames pieuſes; ne préſente plus rien d'oppoſé à l'écriture, entendue comme elle doit l'être; & les plus religieux perſonnages, dès-lors qu'ils ont des lumieres & ſur la phyſique & ſur l'aſtronomie, l'adoptent purement & ſimplement comme le ſeul vrai ſyſtême du monde.

1351. OBJECTION IX. Ne pourroit-on pas concilier en partie ces ſyſtêmes oppoſés, en attribuant à la terre un mouvement de révolution diurne ſur ſon axe, dans le même point de l'eſpace infini; au ſoleil, un mouvement de révolution annuelle autour de la terre; aux planetes & aux cometes, une révolution périodique plus ou moins longue autour du ſoleil; & aux étoiles, un mouvement de révolution autour des poles de l'écliptique? Dans cette hypotheſe, la terre auroit une ſuffiſante immobilité; & le ſoleil, les planetes, les étoiles, ſeroient délivrés de ce mouvement diurne, qui paroît, & qui eſt en effet ſi révoltant.

RÉPONSE. Il n'eſt pas rare de trouver, dans la phyſique comme dans la ſociété, de ces malhabiles conciliateurs, de ces maître-Jacques de Moliere dans l'Avare, qui fertiles en reſſources mal imaginées, en expédients mal concertés, n'ont d'autre mérite que de révolter également les deux partis oppoſés. L'hypotheſe, dont il eſt ici queſtion, en eſt un riche modele.

I°. Cette hypotheſe eſt hautement rejettée par les partiſans de la terre immobile, s'il en reſte encore quelques-uns: parce qu'il eſt évident que

ſi les textes de l'écriture, qui en ſont l'unique baſe & l'unique ſoutien, attribuent réellement l'immobilité à la terre; le mouvement diurne de la terre eſt auſſi oppoſé à ces textes, que le mouvement annuel.

II°. Cette hypotheſe eſt hautement rejettée par tous les partiſans de Copernic, par tous les phyſiciens & par tous les aſtronomes: parce qu'il eſt évident qu'il n'eſt pas moins abſurde de faire tourner autour de la terre, contre toutes les loix de la phyſique & du mouvement, le ſoleil avec ſes planetes & ſes cometes, le firmament avec toutes ſes étoiles, dans l'eſpace d'un an ou de 25740 ans, que dans l'eſpace d'un jour. Ainſi cette hypotheſe n'eſt autre choſe qu'une rêverie anti-philoſophique à toute ſorte d'égards.

ARTICLE CINQUIEME.

LA TERRE-PLANETE.

1352. OBSERVATION. IL conſte par tout ce que nous venons de dire, d'expliquer, & de démontrer dans l'article précédent, que la terre eſt une vraie planete, conſtamment & perſévéramment animée de trois mouvements différents, d'un *mouvement diurne* autour de l'axe de l'équateur, d'occident en orient; d'un *mouvement annuel* autour du ſoleil dans le plan & dans l'orbite de l'écliptique, d'occident en orient & ſelon l'ordre des ſignes; d'un *mouvement rétrograde* & très-lent autour de l'axe de l'écliptique, d'orient en occident & contre l'ordre des ſignes. Il

nous reſte à obſerver & à déterminer dans la terre-planete, quelle eſt ſa poſition dans le ciel; quelle eſt ſa figure & ſa grandeur, qu'il faudra chercher dans le ciel; quelle eſt & la direction & la poſition de ſon axe à l'égard du ciel & de l'équateur. Tel ſera l'objet des trois paragraphes ſuivants, dans leſquels viennent naturellement ſe placer les principes fondamentaux de la gnomonique, la théorie des longitudes & des latitudes, les dimenſions géométriques de la terre, & une foule d'autres choſes également utiles & intéreſſantes.

PARAGRAPHE PREMIER.

Position de la terre dans le ciel.

1353. ASSERTION. *La terre eſt toujours ſenſiblement placée au centre du firmament.* (fig. 40.)

DÉMONSTRATION. En quelque point de ſon orbite annuelle *adbca*, que ſe trouve la terre, ſoit dans le plan de l'équateur, ſoit ſous le tropique du cancer ou du capricorne:

I°. L'horiſon d'un obſervateur quelconque, d'un habitant ou de l'équateur ou des zones tempérées ou des zones glaciales, partage toujours le ciel ou le firmament en deux hémiſpheres égaux: puiſque cet obſervateur a toujours préciſément ſix ſignes du zodiaque au-deſſus, & ſix autres ſignes du même zodiaque au-deſſous de ſon horiſon; ce qui évidemment n'auroit point lieu, ſi la terre *a* étoit ſenſiblement plus près de la balance A que du bélier B, du cancer que du capricorne.

II°. Dans toute la terre, dans les zones tempérées & glaciales, comme dans les zones torrides & ſous l'équateur ; les étoiles qui font leur révolution diurne dans le plan de l'équateur, mettent toujours préciſément douze heures moins deux minutes & deux ſecondes, à paſſer de l'orient à l'occident ; & douze heures moins deux minutes & deux ſecondes (1324), à paſſer de l'occident à l'orient : ce qui ne pourroit avoir lieu, ſi la terre *b* n'étoit pas toujours ſenſiblement placée au centre du firmament, à égale diſtance du levant B, du couchant A, du zénith & du nadir.

III°. Si la terre *d* étoit ſenſiblement plus près d'un pole que de l'autre ; les peuples qui habitent la ſphere oblique n'auroient pas l'équinoxe, le jour où le ſoleil fait ſa révolution diurne réelle ou apparente dans le plan de l'équateur céleſte, qui diviſe le ciel en deux hémiſpheres égaux : puiſque l'horiſon de ces peuples ne coupant pas le cercle ſolaire par le centre, auroit néceſſairement une inégalité dans l'arc diurne & dans l'arc nocturne. Or il conſte, & tout le monde ſait que deux fois par an, on a l'équinoxe dans toute la terre, les deux jours où le cercle ſolaire eſt ſenſiblement confondu avec l'équateur céleſte (1314) : donc la terre n'eſt point ſenſiblement hors du plan de l'équateur céleſte : donc la terre n'eſt point ſenſiblement plus près d'un pole que de l'autre.

Donc la terre *adb*, qui n'eſt jamais ſenſiblement plus près ou plus loin du pole auſtral que du pole boréal, de la balance que du bélier, du zénith que du nadir, & ainſi de tous les autres points du firmament, eſt toujours ſenſiblement

placée au centre du firmament. C. Q. F. D.

1354. COROLLAIRE. *Le diametre de l'orbite terreſtre, d'environ 60 millions de lieues, eſt comme un point en comparaiſon de la diſtance des étoiles:* puiſqu'en quelque point de ſon orbite *adbca* que la terre ſe trouve placée dans ſa révolution annuelle autour du ſoleil dans le plan de l'écliptique céleſte, on obſerve toujours les mêmes phénomenes par leſquels nous avons démontré qu'elle paroît toujours ſenſiblement placée au centre du firmament. (*fig.* 40.)

I°. A plus forte raiſon, le rayon de la terre ne ſera-t-il que comme un point par rapport à la diſtance des étoiles. D'où il réſulte que, *dans un angle mené de la terre à deux étoiles, on peut prendre indifféremment pour ſommet de l'angle, ou le centre de la terre, ou le point de la ſurface terreſtre qu'occupe l'obſervateur :* puiſque les deux côtés de cet angle, menés du centre ou de la ſurface de la terre, ne peuvent différer que d'une quantité égale au rayon terreſtre; quantité comme infiniment petite, par rapport à l'immenſe diſtance des étoiles les moins éloignées de la terre. (1340.)

II°. Pendant que le ſoleil fait ou ſemble faire une révolution autour de la terre; *l'ombre projettée par un corps qu'éclaire cet aſtre*, a ſenſiblement les mêmes mouvements qu'auroit cette même ombre, ſi le ſoleil étoit réellement à la diſtance des étoiles : puiſque l'étoile qui ce jour là ſe trouve en conjonction avec le ſoleil, en ſuppoſant qu'elle fît ſa révolution diurne dans le même tems précis que le ſoleil, donneroit ſenſiblement la même révolution à cette ombre. Ainſi, on peut à cet égard & relativement à la gnomo-

nique, regarder le ſoleil comme à une diſtance infinie de la terre.

Je dis que le ſoleil & l'étoile en conjonction projetteroient l'ombre d'un corps terreſtre, *au même lieu ſenſiblement :* car la différence ne peut être que de la grandeur de la parallaxe du ſoleil, parallaxe qui n'eſt au plus que de 9 ſecondes de degré dans l'horiſon (1219); qui va en diminuant juſqu'au zénith, où elle eſt nulle (1215); & qui ſur une montre ſolaire plus ou moins grande, ne peut jamais être ſenſible. (921.)

1355. PROBLÊME I. *Trouver ou déterminer la hauteur du pole viſible.* (fig. 11.)

SOLUTION. Nous avons vu ailleurs, comment on peut trouver à peu près le point du ciel autour duquel ſe font les révolutions du ſoleil, des planetes, des étoiles (1124). Il nous reſte à faire voir comment on peut trouver & déterminer la quantité dont ce point du ciel, qu'on nomme le pole, eſt élevé au-deſſus de l'horiſon d'un lieu quelconque de la ſurface terreſtre, en-deçà ou en-delà de l'équateur : car ſous l'équateur, l'un & l'autre pole eſt dans le plan même de l'horiſon. (1142.)

I°. Soit *f* le lieu terreſtre, où l'on cherche la *hauteur du pole* R : ce lieu a pour zénith, le point S; pour horiſon, le cercle GTH; pour méridien encore inconnu, le demi-cercle RNV.

Parmi les étoiles de perpétuelle apparition, telles que celles de la grande ourſe ou de la petite ourſe, on en choiſira une à volonté, par exemple, l'étoile *a*. Avec un quart de cercle aſtronomique, perpendiculaire à l'horiſon (*Math.* 421, 733), on obſervera exactement & la plus

grande & la plus petite élévation de l'étoile *a* au-dessus de l'horison G, pendant une ou plusieurs révolutions diurnes : la plus petite hauteur de l'étoile *a* au-dessus de l'horison G, plus la moitié de l'excès de la plus grande hauteur sur la plus petite, sera la hauteur du pole. Par exemple, soit la plus petite hauteur $aG = 40$ degrés; la plus grande hauteur $bG = 50$ degrés; la différence entre ces deux hauteurs de la même étoile au-dessus de l'horison, est $= 10$ degrés, dont la moitié est 5 degrés : ainsi la hauteur du pole sera $40 + 5$ degrés en R.

II°. Comme l'étoile *a* décrit chaque jour un cercle autour de l'axe du monde, qui aboutit nécessairement aux deux poles; il est clair que cette étoile passe chaque jour & au-dessus & au-dessous de cet axe : il est clair que dans sa plus grande & dans sa plus petite élévation, elle est dans le plan du méridien connu ou inconnu : il est clair que dans sa plus petite élévation, elle est autant au-dessous de l'axe & du pole du monde, que dans sa plus grande élévation elle est au-dessus du même axe & du même pole : il est clair que si on mene une ligne droite du point *a* au point *b*, ou du point de la plus petite au point de la plus grande élévation; cette ligne sera un diametre du cercle diurne que décrit cette étoile; & que le milieu R de cette ligne, sera un point de l'axe du monde VTR, autour duquel se font les révolutions diurnes de tout le ciel. Ce point R, ou un point indéfiniment plus éloigné dans la ligne TR, mais toujours élevé d'un même nombre de degrés & de minutes au-dessus de l'horison G, sera donc le pole du monde dont il falloit trouver & la position &

la hauteur précises. Cette position & cette hauteur du pole R au-dessus de l'horison G, sera donc la plus petite hauteur, plus la moitié de la différence entre la plus grande & la plus petite hauteur de l'étoile observée, au-dessus de l'horison.

III°. Un grand cercle dont le plan passera par le centre de la terre T, par le zénith S, & par le pole R, sera *le méridien du lieu terrestre* f. Ce cercle coupe perpendiculairement l'horison G T H; & le point d'intersection G est autant au-dessous du pole visible R, que le point d'intersection H est au-dessus du pole invisible V.

IV°. Le *pole boréal* est maintenant au voisinage de l'étoile polaire P: il n'en est éloigné au commencement de cette année 1772, que d'un degré 54 minutes 44 secondes. (*fig.* 4.)

Mais la position du pole boréal n'est point persévéramment la même à l'égard de cette étoile polaire P: puisqu'en conséquence de la grande révolution du ciel étoilé autour des poles de l'écliptique (1131, 1365), la polaire P doit alternativement ou s'approcher ou s'éloigner du pole du monde considéré comme immobile. Cette polaire P s'approche maintenant de plus en plus du pole boréal du monde; & la quantité dont elle s'en approche actuellement, est de 20 secondes par an.

Si on considere le ciel étoilé comme immobile, ainsi qu'il l'est en effet & en réalité; ce sera le *pole mobile du monde*, qui actuellement s'approche de 20 secondes par an, de la polaire P. Nous avons suffisamment expliqué ailleurs & la cause & les effets du *mouvement conique* (*fig.* 7), qui affecte persévéramment & l'axe & les poles de la terre & du monde. (1327 & 1348.)

1356. PROBLÊME II. *Tracer une méridienne ſur un plan horiſontal.*

SOLUTION. Une méridienne eſt une ligne parallele à l'horiſon, & renfermée dans toute ſa longueur indéfinie, dans le plan du méridien (1118). On peut la tracer ſelon pluſieurs méthodes : nous nous bornerons à en faire connoître deux.

1357. MÉTHODE I. Ayant trouvé le pole viſible pendant la nuit, par le problême précédent : on laiſſera l'inſtrument aſtronomique dans la poſition qui le dirige & le fixe vers le pole : après quoi il ne ſera pas difficile de donner la même direction à la ligne qu'on veut mener ſur un plan horiſontal ; puiſqu'il ne s'agira que de poſer ſur ce plan horiſontal un plan perpendiculaire, qui ait la même direction que l'axe de l'inſtrument aſtronomique dirigé vers le pole. Les points où le plan horiſontal ſera touché par le plan vertical, donneront une ligne méridienne ſur ce plan horiſontal. Ainſi,

I°. Pour *tracer une méridienne* ſur un plan horiſontal; aux deux bouts de l'axe de l'inſtrument aſtronomique dirigé vers les deux poles, ſuſpendez deux fils tendus chacun par un plomb terminé en pointe, & placez au-deſſous le plan horiſontal : les deux points du plan horiſontal, où aboutiſſent les deux fils tendus chacun par un plomb terminé en pointe, ſeront les deux extrêmités de la méridienne à tracer : une ligne droite, menée d'un point à l'autre, ſera cette méridienne.

Les deux fils eux-mêmes ſeront dans le plan du méridien : puiſqu'ils ont chacun leur direction

& vers le zénith & vers le centre de la terre; & que le premier & le ſecond fil ſont dans un plan dirigé vers les poles du monde & vers le zénith & le nadir de ce lieu, ainſi que le méridien de ce lieu (1116). Ainſi, un rayon viſuel, auquel un fil cache l'autre, a ſa direction dans le plan du méridien; & tous les corps placés dans un plan indéfini qui paſſe par la direction de ces deux fils, ſont dans le plan du méridien. Cette méthode apprend donc à *trouver & la méridienne & le méridien d'un lieu quelconque.*

II°. Vers l'extrêmité de cette ligne méridienne, du côté du midi, élevez ſur le plan horiſontal, un *ſtyle perpendiculaire*, cylindrique & fort mince: ce ſtyle ſera dans le plan du méridien; & quand ſon ombre couvrira préciſément la ligne méridienne, il ſera midi précis: puiſqu'alors le centre du ſoleil ſera préciſément dans le plan du méridien.

Si du ſommet de ce ſtyle perpendiculaire on abaiſſe ſur la méridienne indéfiniment prolongée du côté du midi, une *ligne droite* qui faſſe ſur le plan parfaitement horiſontal un angle égal à l'angle intercepté entre le pole & l'horiſon, ou un angle égal à la hauteur du pole; cette ligne droite, indéfiniment prolongée de part & d'autre, ſera parallele à l'axe du monde: elle ſe confondra ſenſiblement dans le ciel avec l'axe du monde (1354); & pendant la révolution réelle ou apparente du ſoleil autour de la terre, elle projettera une ombre toujours parallele à celle que projetteroit l'axe même du monde: ce ſera le *ſtyle d'une montre ſolaire horiſontale.*

III°. Si à un plan vertical, tel que la façade ou le mur quelconque d'une maiſon, on fixe

immobilement une *baguette cylindrique de fer*, parallélement à la ligne oblique du ſtyle dont on vient de parler, ou parallélement à l'axe de l'inſtrument aſtronomique dirigé vers le pole ; l'ombre de cette baguette, pendant la révolution ſolaire, aura les mêmes révolutions qu'auroit l'axe même de la terre : elle ſera toujours ſenſiblement, ainſi que l'axe même de la terre & du monde, dans le plan de tous les méridiens qu'occupe ſucceſſivement le centre du ſoleil. Cette baguette pourra donc être propre à marquer les différentes heures ſur le plan auquel elle eſt fixée, ſur le mur dirigé indifféremment ou vers le midi ou vers l'orient ou vers l'occident.

Comme on n'a pas toujours & par-tout des inſtruments aſtronomiques propres à faire trouver & la méridienne & le méridien d'un lieu, par la méthode que nous donnons ici ; & qu'on a preſque toujours & par-tout beſoin d'une méridienne, ſoit pour régler les montres & les pendules, ſoit pour connoître les principaux aſpects du ciel ; il eſt à propos de donner ſur ce même objet, une ſeconde méthode, qui ſoit indépendante du ſecours de ces inſtruments aſtronomiques.

1358. MÉTHODE II. Si le plan ſur lequel on veut *tracer une méridienne*, eſt un ſimple cadran ſolaire, de marbre ou d'ardoiſe ou de métal ; on tracera ſur ce cadran, avec un compas, deux ou trois circonférences concentriques ; & on élevera, au centre commun de toutes ces circonférences, un ſtyle perpendiculaire au cadran. On donnera enſuite à ce cadran une poſition horiſontale ; & on s'aſſurera de cette poſition par le moyen de la ligne d'à-plomb ou du niveau. (*Math*, 532, 422.)

I°. Le *ſtyle vertical* du cadran eſt tout entier dans le plan du méridien : puiſqu'il a ſa direction & vers le zénith & vers le centre de la terre. Donc l'ombre de ce cadran ſera auſſi toute entiere dans le plan du méridien, quand le centre du ſoleil, ſoit en été, ſoit en hiver, ſera dans le plan de ce cercle ; puiſque l'ombre d'un corps eſt toujours dans un plan qui paſſe & par le point rayonnant & par le corps qui intercepte la lumiere du point rayonnant. L'ombre que donnera ce *ſtyle vertical* à midi, ſera dans ſa plus grande longueur au ſolſtice d'hiver, où le ſoleil s'éleve le moins ſur l'horiſon ; & dans ſa plus petite longueur au ſolſtice d'été, où le ſoleil s'éleve le plus ſur l'horiſon : de ſorte que la longueur de cette ombre à midi, peut marquer à peu près le tems des ſolſtices.

II°. L'ombre de ce *ſtyle vertical* ſera dirigée le matin vers le couchant ; & le ſoir vers le levant ; & dans le tems des ſolſtices, où le ſoleil ne change point ſenſiblement de déclinaiſon (1320), ces ombres du matin & du ſoir ſeront d'égale longueur, quand le ſoleil ſera également éloigné du méridien, ou à égale hauteur au-deſſus de l'horiſon vers le levant & vers le couchant. Si donc, au tems des ſolſtices, du ſolſtice d'été, par exemple, un jour avant ou un jour après, on obſerve la longueur des ombres le matin ſur les neuf ou dix heures, & le ſoir ſur les deux ou trois heures, on pourra aiſément trouver la méridienne cherchée. (*fig.* 43.)

Car, que l'on obſerve le matin, les points où l'extrêmité de l'ombre toujours décroiſſante aboutit ſucceſſivement ſur les différentes circonférences concentriques ; & que l'on marque ces

points. Le ſoir, on obſervera de même les points où l'extrêmité de l'ombre toujours croiſſante aboutit ſur les mêmes circonférences concentriques ; & on marquera exactement ces points. Après quoi on diviſera en deux parties égales, l'arc intercepté entre les deux points *aa*, *bb*, *cc*, marqués par l'extrêmité de l'ombre ſur chaque circonférence concentrique ; & la ligne MS, menée du point de diviſion au pied du ſtyle, qui eſt le centre commun de toutes ces circonférences, ſera la *méridienne* qu'il falloit trouver. On ne prend ſur le cadran, pluſieurs circonférences concentriques, que pour mieux s'aſſurer de l'exactitude de la méridienne à tracer.

III°. Il eſt clair que ſi trois heures avant midi, par exemple, l'ombre du ſtyle S aboutit en *a* du côté du couchant ; l'ombre du même ſtyle aboutira en *a* du côté du levant, trois heures après midi : puiſque dans ces deux poſitions le ſoleil ſera également éloigné du méridien, également éloigné de l'horiſon vers l'orient & vers l'occident. Ainſi le milieu M de l'arc *a* M *a* ſera dans le plan du méridien, auſſi bien que le ſtyle S : donc, puiſque le cadran eſt parallele à l'horiſon, la ligne MS ſera une ligne méridienne.

1359. PROBLÊME III. *Meſurer la hauteur méridienne du ſoleil, par le moyen d'un grand gnomon.* (fig. 46.)

SOLUTION I. Soit AB un grand gnomon, c'eſt-à-dire, un grand ſtyle de pluſieurs toiſes de hauteur, élevé perpendiculairement à l'horiſon, du moins du côté du nord. Soit auſſi BCD une ligne méridienne, menée du pied du gnomon parallélement à l'horiſon, & dans le plan du méridien

vers le nord. Soit encore VZ un arc du méridien; & Z ou ꝫ, le zénith du gnomon.

I°. Il eſt clair que ce gnomon eſt dans le plan du méridien dans toute ſa hauteur AB; & que quand le centre du ſoleil S, pendant ſon apparente révolution diurne, ſera dans le plan du méridien, l'ombre de ce gnomon ſera auſſi dans le plan du méridien, & par conſéquent dans la méridienne BD.

Comme l'extrêmité de l'ombre eſt toujours difficile à ſaiſir avec préciſion, on placera à l'extrêmité du gnomon, une grande plaque de ferblanc, plane & perpendiculaire au plan du méridien, au milieu de laquelle ſe trouvera un trou circulaire de quelques lignes de diametre ; & la hauteur du gnomon AB ſe comptera du milieu de ce trou. Cette ouverture circulaire, dirigée vers le ſoleil dans le méridien, donnera ſur la méridienne BD un petit cercle lumineux dont le centre C ſera l'extrêmité de l'ombre BC du gnomon.

II°. Avec un inſtrument exactement diviſé en degrés, en minutes & en ſecondes, on meſurera ſoigneuſement l'angle ACB : après quoi, dans le triangle ABC, on connoîtra l'angle B, qui eſt droit; l'angle C, qu'on vient de meſurer ; & l'angle A, qui eſt le ſupplément à deux angles droits.

III°. Abſtraction faite de la parallaxe & de la réfraction aſtronomique dont il faudra tenir compte à part ; l'angle BAC connu eſt égal à l'angle V Aꝫ oppoſé au ſommet. Or l'angle V Aꝫ meſure la diſtance du ſoleil au zénith Z : donc l'angle égal & connu BAC, meſure auſſi la diſtance du ſoleil au zénith Z ou ꝫ.

IV°. La hauteur méridienne du ſoleil eſt toujours égale à 90 degrés, moins l'arc VZ, intercepté entre le zénith & le vrai lieu optique du ſoleil : donc, en connoiſſant la valeur de l'arc plus ou moins grand VZ, ou la valeur de l'angle plus ou moins grand VAZ, on connoîtra la hauteur méridienne du ſoleil, qu'il falloit trouver.

1360. SOLUTION II. On peut auſſi réſoudre le même problême par le ſimple rapport de la longueur de l'ombre horiſontale, à la hauteur perpendiculaire du ſtyle, en faiſant cette analogie : la longueur de l'ombre BC, eſt à la hauteur du gnomon BA ; comme le ſinus total, eſt à la tangente de la hauteur du ſoleil au-deſſus de l'horiſon. Les trois premiers termes connus donnent le quatrieme inconnu, qui exprime la hauteur méridienne du ſoleil.

Il eſt évident que les deux triangles CAB & CTH ſont ſemblables ; étant formés l'un & l'autre par la ligne horiſontale, par une perpendiculaire à cette ligne horiſontale, & par un même rayon ſolaire CAST. Donc CB . AB : : CH . TH (*Math.* 403). Il eſt évident de même & pour la même raiſon, que *c*B . AB : : CH . *t*H. Dans ces deux proportions, on connoît les trois premiers termes, qui ſont la longueur variable de l'ombre qu'on meſure, la hauteur conſtante du gnomon, la grandeur conſtante du ſinus total (*Math.* 646) : ces trois premiers termes connus donnent le quatrieme terme inconnu, qui eſt la grandeur variable de la tangente. Cette tangente croît dans la même proportion que l'ombre diminue ; & réciproquement : ce qui donne toujours un produit égal au produit des deux moyens conſtants.

Si on a des tables des tangentes, on cherchera dans ces tables à quel angle appartient la tangente trouvée; & cet angle ſera l'angle de la hauteur du ſoleil dans le méridien, au-deſſus de l'horiſon. Par exemple, ſi ayant ſuppoſé le ſinus total de 100000 parties, la tangente trouvée eſt de 97586 parties ; on verra que cette tangente répond à un angle de 44 degrés & 18 minutes, qui ſera l'angle de la hauteur du ſoleil, ou l'angle intercepté par un arc du méridien pris entre le ſoleil & l'horiſon. Si on n'a pas des tables des tangentes, on cherchera cet angle par la méthode précédente.

LA GNOMONIQUE.

1361. DÉFINITION. La *gnomonique* eſt la ſcience qui apprend à meſurer & à diviſer le tems, par le moyen de l'ombre d'un ſtyle ou d'un gnomon parallele à l'axe de la terre & du monde, & toujours perpendiculaire au plan de l'équateur. Cette ſcience eſt fondée ſur la théorie de l'ombre toujours dirigée à l'oppoſite du corps lumineux & du corps opaque qui intercepte les rayons du corps lumineux. De γνωμων, *ſtyle qui marque les heures.*

1362. EXPLICATION. Le ſoleil parcourt ou ſemble parcourir chaque jour, d'orient en occident, dans le firmament, un cercle ſenſiblement parallele à l'équateur & perpendiculaire à l'axe du monde. Cet axe du monde enfile ſenſiblement le centre de tous les cercles diurnes décrits par le ſoleil, pendant toute l'année; & les rayons de ces cercles ſolaires, plus ou moins grands en apparence, ſont tous des quantités infiniment grandes en comparaiſon du rayon de la

terre. Sur ces principes, connus & avoués de tout le monde,

I°. La circonférence d'un cercle diurne quelconque, étant divisée en 360 degrés, & étant parcourue uniformément par le soleil en 24 heures; il est clair que le soleil parcourt ou semble parcourir dans cette circonférence, 15 degrés par heure; un degré en 4 minutes de tems; une minute de degré, en 4 secondes de tems.

II°. Si on conçoit l'axe du monde, comme un grand cylindre opaque, terminé aux deux poles célestes, & enfilant le centre de la terre; il est clair que ce cylindre doit projetter une ombre qui sera toujours à l'opposite du soleil, mais dans le plan du même méridien où se trouve successivement le soleil pendant sa révolution diurne autour de la terre. L'ombre de ce cylindre, indéfiniment prolongée, parcourra donc 15 degrés par heure, un degré en 4 minutes de tems, dans la partie du firmament opposée à celle où se trouve le soleil.

III°. Si la terre étoit transparente, l'ombre de son axe opaque feroit sur sa surface, la même révolution de 15 degrés par heure, d'un degré en 4 minutes, que nous venons d'observer dans le firmament: puisque la surface de la terre & la surface du firmament, sont deux surfaces de spheres sensiblement concentriques. (1353.)

IV°. Comme le rayon de la terre est une quantité nulle par rapport au rayon du firmament (1354); si on suppose sur la surface de la terre, un globe de verre d'un ou deux pieds de diametre, traversé par un axe opaque & parallele à l'axe de la terre & du monde; l'ombre de

ce petit axe opérera ſur la ſurface de ſon petit globe, les mêmes diviſions qu'opere l'axe de la terre & du monde ſur la ſurface de la terre & ſur la ſurface du firmament : elle parcourra donc, comme le ſoleil, 15 degrés par heure, un degré en 4 minutes, ſur la partie de la ſurface du petit globe oppoſée à celle ſur laquelle tombent les rayons du ſoleil.

V°. Si ſur l'équateur de ce petit globe de verre, en partant du méridien, on fait une exacte diviſion de 15 en 15 degrés ; & que des poles du même petit globe, on mene des lignes circulaires à chaque point de diviſion ; l'axe de ce petit globe ſera un ſtyle qui marquera les heures dans la plus grande préciſion ; & la partie inférieure de la ſurface de ce même globe, diviſée & ſubdiviſée en parties égales, ſera une très-exacte montre ſolaire.

VI°. Si ce globe de verre reſtant le même & conſervant toujours la même poſition, on reçoit ſur un plan fixe quelconque les ombres que ſon axe projette ſur chaque diviſion de ſa ſurface inférieure ; ces ombres, prolongées hors du globe & tracées en lignes indéfinies ſur le plan, donneront ſur ce plan un cadran ſolaire qui diviſera encore en tems égaux la révolution diurne du ſoleil au-deſſus de l'horiſon.

Cette théorie préſente, comme on voit, une *méthode générale pour conſtruire des cadrans ſolaires* ſur un plan quelconque, horiſontal, vertical, équinoxial, déclinant. Toute la difficulté conſiſte uniquement, à donner à l'axe qui doit ſervir de ſtyle, une direction vers le pole viſible : ce que l'on peut faire aſſez aiſément, en traçant une méridienne ſur un plan horiſontal ; & en

donnant à l'axe du globe en queſtion, une inclinaiſon ſur le plan horiſontal égale à la hauteur du pole dans le plan du méridien (1357). Par exemple, ſi le pole viſible eſt élevé de 46 degrés & demi au-deſſus de l'horiſon, il faut que l'axe du globe, placé dans le plan du méridien, faſſe ſur le plan horiſontal, un angle de 46 degrés & demi.

VII°. Si l'axe du même globe reſtant le même & dans ſa même poſition parallele à l'axe de la terre & du monde, le globe de verre vient à s'évanouir; l'ombre de l'axe aura les mêmes révolutions qu'auparavant, & ſera projettée de même ſur différents points des ſurfaces quelconques qu'elle rencontrera. Il ne s'agira donc que d'eſpacer ces ombres, relativement à la poſition des ſurfaces ſur leſquelles elles ſont reçues, hors du globe de verre qui s'eſt évanoui, & ſur la ſurface duquel elles opéroient des diviſions égales en tems égaux. Delà l'origine des cadrans ſolaires quelconques: delà une méthode ſimple & facile, pour conſtruire des cadrans ſolaires ſur une ſurface quelconque, par le moyen d'un globe artificiel de deux ou trois pieds de diametre, compoſé uniquement, & d'un équateur diviſé en parties égales dans ſa circonférence, & d'un axe parallele à l'axe de la terre & du monde.

1363. REMARQUE. D'après ces mêmes principes, on peut conſtruire en cette maniere une *montre ſolaire ſinguliere*, dont Kirker a donné la premiere idée; mais dont nous allons donner une théorie toute différente de celle de Kirker. (*fig.* 44.)

I°. Sur un mur librement expoſé aux rayons du ſoleil, choiſiſſez à volonté un point fixe A;

& élevez au-dessus de ce point, une grande plaque de tôle ou de fer-blanc GBHD, dont le plan fasse sur ce mur un angle égal à celui que feroit sur le même mur l'axe de la terre & du monde: après quoi, sur cette plaque oblique à l'horison, tracez du nord au midi, une ligne MN ou BD ou GH ou EF, parallele à l'axe du monde (1357). Cette ligne EF, par exemple, sera *comme la directrice* de toute la montre à construire.

II°. Ayez une regle mobile *mm*, *nn*, *rr*, qui aboutisse de la partie supérieure à la partie inférieure de cette plaque; qui déborde de part & d'autre, & qui puisse être fixée à la plaque par le moyen de deux vis, selon différentes directions BD, MN, GH; selon que le mur sera dirigé vers le midi, ou vers le levant, ou vers le couchant. Ayez aussi, à votre voisinage, une montre solaire, préexistante & exacte; & dans un beau jour quelconque, quand la montre solaire marquera 8 heures du matin, par exemple, disposez la regle sur la plaque à laquelle elle est mobilement fixée; en telle sorte que la regle *mm* étant parallele à la directrice EF, les extrêmités *m* & *m* de l'ombre de la regle, donnent sur le mur une ligne droite qui passera par le point A.

Il est clair qu'à huit heures du matin, le centre du soleil est dans un méridien dont le plan passe sensiblement par le point A (1354); & que pendant toute l'année, le centre du soleil, à huit heures du matin, est dans le plan du même méridien, soit plus au midi, soit plus au nord. Ainsi, en traçant sur la plaque, une grande ligne *mm*, parallele à la regle, & en faisant une incision d'environ une ligne & demie de

large à la plaque dans toute la longueur de cette ligne *mm*, on ouvrira à la lumiere du soleil, un passage pour se porter sur le point A, à huit heures du matin, pendant toute l'année. Cette trace de lumiere s'éloignera du point A, en allant vers l'orient, à mesure que le soleil avancera vers le méridien & vers l'occident.

III°. Quand la montre solaire préexistante marquera midi, les deux extrêmités de la regle mobile, placée dans la direction EF, donneront sur le mur une ombre EAF, qui passera par le point A, lequel se trouve & se trouvera toute l'année dans le plan du méridien. Ainsi, en traçant sur la plaque une grande ligne EF, & en faisant une incision dans toute cette ligne, on donnera passage à une ligne lumineuse, qui à midi couvrira le point A pendant toute l'année; & qui avant & après midi, se portera à l'occident & à l'orient du point A.

IV°. Quand la montre solaire marquera trois heures du soir, on conduira la regle mobile en *rr* ou en *ss*, parallélement à la directrice EF; en telle sorte que les deux extrêmités saillantes de la regle donnent une ombre qui passe par le point A. Il est clair qu'à trois heures du soir, le soleil est dans le plan d'un méridien qui passe sensiblement par le point A; & qu'une incision *rr* ou *ss* faite sur la plaque, donnera passage à une ligne lumineuse qui se portera toujours sur le point A, quand le centre du soleil atteindra ce même méridien à trois heures du soir, plus au nord ou plus au midi.

V°. On fera de la même maniere les autres divisions & les autres incisions *nn*, *vv*, sur la même plaque; en prenant toujours pour guide

les heures marquées par la montre ſolaire préexiſtante, qui ſert de regle & qui doit être parfaitement exacte. Après quoi, on marquera au haut ou au bas de la tôle, en *mm*, *nn*, EF, *rr*, *ss*, *vv*, les heures qui conviennent à chaque diviſion; & on découpera les points de la tôle où les heures ſont marquées, afin qu'elles puiſſent ſe tracer en points lumineux ſur le mur. Un ange, ou un génie, peint ſur le mur & ſous la tôle, marquera par le bout de ſon doigt terminé au point A, *l'heure préſente*, qu'il fera diſtinguer des autres heures également tracées ſur le mur & dans l'ombre en traits mobiles de lumiere, mais toutes placées hors du point A.

PARAGRAPHE SECOND.

FIGURE DE LA TERRE.

1364. ASSERTION. *La terre eſt ſenſiblement ſphérique.* (fig. 11.)

DÉMONSTRATION. I°. Portons nos regards ſur la ſurface de la terre, d'occident en orient, ou d'orient en occident. Si la terre étoit plane, il eſt évident que le même aſtre ſe leveroit & ſe coucheroit au même inſtant, pour tous les peuples qui habitent la même ſurface: puiſqu'un point rayonnant, dont rien n'intercepte les rayons, ne peut éclairer quelques points d'une ſurface plane, ſans éclairer en même tems tous les autres points de cette même ſurface. Or il conſte que le contraire arrive: car tout le monde ſait que le ſoleil, par exemple, ſe leve & ſe couche plutôt à Conſtantinople qu'à Paris; que

quand il eſt midi à Paris, on ne compte que onze heures dans un lieu plus occidental de 15 degrés; & que l'on compte déja une heure, dans un lieu plus oriental de 15 degrés; & ainſi du reſte. (1362.)

II°. Obſervons maintenant la terre du midi au nord, ou du nord au midi: la même figure courbe & ſenſiblement ſphérique s'y fait appercevoir. Car à meſure que l'on avance ſur un même méridien terreſtre, du midi vers le nord, ou du nord vers le midi; on voit le pole vers lequel on tend s'élever, & le pole oppoſé s'abaiſſer: ce qui évidemment n'auroit point lieu, ſi la terre étoit plane, ſi la terre n'étoit pas ſenſiblement ſphérique.

III°. Cette même ſphéricité de la terre ſe fait ſentir d'une maniere bien frappante, ſur la mer. Qu'un vaiſſeau parti de Londres ou de Breſt, s'avance au vaſte ſein de l'océan, ou parallélement à l'équateur ou parallélement au méridien. Un obſervateur placé ſur ce vaiſſeau, en faiſant le tour du monde, apperçoit au loin les montagnes des contrées où il aborde ſucceſſivement, avant d'en appercevoir les plaines & les ports; & les habitants de ces contrées, qui des bords de leur rivage obſervent au loin la ſurface de leurs mers, découvrent les mâts & les voiles du vaiſſeau qui tend vers leurs côtes, avant d'en voir la carcaſſe encore cachée derriere la convexité des eaux: ce qui évidemment ne pourroit avoir lieu, ſi la terre n'étoit pas ſenſiblement ſphérique. Par exemple, un œil placé en B ne peut voir un objet placé en *k*: parce qu'entre le point B & le point *k*, ſe trouve une éminence ou un renflement *f* de terre

ou d'eau, qui empêche les rayons réfléchis par le point *k*, de se porter en B.

IV°. Les montagnes dont la terre est hérissée ne détruisent point la sphéricité sensible de sa figure : soit parce que les inégalités qu'elles y causent, n'occupent qu'une très-petite portion de sa surface solide & liquide ; soit parce que ces inégalités, vues d'un certain éloignement, deviennent presqu'insensibles à l'œil, & qu'elles sont toujours sensiblement nulles en comparaison de la masse entiere à laquelle elles sont adhérentes. Car la hauteur des montagnes les plus élevées au-dessus du niveau de la mer, & qui sont en fort petit nombre, est à peine la deux millieme partie du diametre de la terre ; & la hauteur du commun des montagnes remarquables, n'est qu'environ la dix millieme ou la quinze millieme partie de ce même diametre. (498, 1063, IX°.)

De tout cela il résulte que la terre est réellement ou un vrai globe, ou un corps dont la figure envisagée en grand ne s'éloigne point sensiblement de la figure d'un globe. C. Q. F. D.

1365. REMARQUE. Quoique la terre soit réellement un peu applatie vers les poles & un peu renflée vers l'équateur, comme nous le ferons voir bientôt ; nous allons la considérer ici comme un vrai globe, comme parfaitement sphérique ; telle qu'elle se montreroit à nos regards, étant vue d'un certain éloignement, par exemple, d'un point placé à la distance de la lune, ou à la moitié ou au quart de cette distance : nous ferons voir ensuite pourquoi & comment il faut rectifier cette supposition.

DIMENSIONS DU MÉRIDIEN TERRESTRE.

1366. PROBLÊME. *Meſurer la circonférence d'un méridien terreſtre.* (fig. 11.)

SOLUTION. Soit MTN, l'équateur céleſte; R & V, les deux poles céleſtes; RNVM, un méridien céleſte, correſpondant au méridien terreſtre BCDA qu'il faut meſurer.

I°. Il conſte par les obſervations faites dans toutes les contrées du monde, que les corps terreſtres gravitent toujours & par-tout vers le centre de la terre; & que la ligne de leur gravitation eſt toujours & par-tout perpendiculaire au point de la ſurface terreſtre qu'elle atteint, & à l'horiſon ſenſible & aſtronomique de ce point de la ſurface terreſtre : que cette ligne de gravitation, indéfiniment prolongée dans le ciel, donne les différents zéniths de tous les points de la ſurface de la terre; zéniths toujours & par-tout éloignés de 90 degrés de l'horiſon ſenſible & aſtronomique. De cette obſervation, qu'on doit regarder comme un axiome fondamental dans la matiere préſente, il réſulte que l'homme A a ſon zénith en M; l'homme B, en R; l'homme C, en N; l'homme D, en V : que ſi l'homme C paſſe de C en *k*, il aura pour zénith le point X; que s'il paſſe en *f*, il aura pour zénith le point S; que s'il paſſe en B, il aura pour zénith le point R; & ainſi du reſte, quelle que ſoit ſa route, du midi au nord ou du nord au midi, du levant au couchant ou du couchant au levant.

II°. La terre étant ſuppoſée ſphérique, il eſt évident que le méridien terreſtre ABCD & le

méridien célefte MRNV, font deux circonférences concentriques, dont les arcs quelconques *fk* & SX, interceptés entre les mêmes rayons TS & TX, font femblables. Donc fi l'arc célefte SX eft d'un degré, l'arc terreftre femblable *fk* fera auffi d'un degré : donc fi l'arc célefte SX eft la trois-cent-foixantieme partie du méridien célefte, l'arc terreftre *fk* fera auffi la trois-cent-foixantieme partie du méridien terreftre ABCDA : donc fi l'arc *fk* eft de 25 lieues, par exemple, tout le méridien terreftre ABCDA contiendra 360 fois 25 lieues. Il ne s'agit donc ici que de mefurer avec précifion, l'efpace *fk*, intercepté entre deux rayons qui embraffent un degré du méridien célefte.

III°. Comme le zénith s'approche fans ceffe du pole, à mefure qu'on avance fur un même méridien terreftre, en s'éloignant de l'équateur ; fi de *k* je paffe en *f*, mon zénith aura paffé de X en S ; par l'axiome dont nous venons de parler. Soient donc *k* & *f*, deux ftations fur le même méridien terreftre, par exemple, Paris & Amiens, ou un lieu quelconque au nord ou au midi de Paris fous le même méridien célefte qu'il eft facile de trouver. (1357.)

Avec un quart de cercle exactement divifé en degrés, en minutes & en fecondes (*Math.* 421), je mefure en *k* la hauteur du pole R (1355) : fuppofons que l'arc RX, qui mefure la diftance du pole à mon zénith, foit de 42 degrés. J'avance enfuite de *k* en *f*, fur le même méridien, du midi au nord ; & avec le même inftrument je mefure encore en *f*, la hauteur du pole R : fuppofons que l'arc RS, qui mefure la diftance du pole à mon nouveau zénith, foit de 41 degrés.

Il eſt clair que dans le triangle S T X, les arcs ſemblables SX & *fk* ſont chacun d'un degré.

IV°. Je meſure la perche à la main, ou par le ſecours de la trigonométrie, l'eſpace *fk*, intercepté entre les deux ſtations dont les zéniths interceptent préciſement un degré du méridien céleſte; & l'eſpace trouvé eſt la trois-cent-ſoixantieme partie du méridien A B C D A. Si l'eſpace *fk* eſt exactement meſuré, ſi l'arc céleſte SX eſt pris avec préciſion, ſi la ſurface de la terre eſt parfaitement ſphérique; il eſt évident que j'aurai la longueur de toute la circonférence du méridien terreſtre, avec la même exactitude & la même préciſion, que la diſtance interceptée entre les deux ſtations : puiſque cette diſtance eſt exactement & préciſément la trois-cent-ſoixantieme partie de la circonférence à meſurer.

1367. REMARQUE. Par cette méthode, qui eſt fort ſimple en apparence, & qui ne laiſſe pas de renfermer bien des difficultés dans la pratique, on a trouvé qu'*un degré du méridien, entre Paris & Amiens, renferme environ* 57072 *toiſes ;* ce qui donneroit pour toute la circonférence du méridien terreſtre, 57072 × 360 toiſes, ou 20545920 toiſes, qui font à peu près 8984 lieues communes de France.

Je dis *environ* 57072 *toiſes :* car ce même dégré du méridien terreſtre, entre Paris & Amiens, ayant été meſuré ſucceſſivement par les plus célebres géometres & aſtronomes, les réſultats de ces meſures ne ſe ſont pas trouvés en tout parfaitement les mêmes. Selon les meſures de M. Picard, l'arc *kf* d'un degré, entre Paris & Amiens, eſt de 57060 toiſes : ſelon les meſures de M. de Maupertuis, fondées en partie ſur

celles de M. Picard, ce même arc eſt de 57183 toiſes : ſelon les meſures de M. Caſſini, l'arc moyen d'un degré du méridien en France, eſt de 57061 toiſes. M. de Lalande, dans ſon excellent traité d'aſtronomie, fixe ce même degré du méridien entre Paris & Amiens, à 57072 toiſes ; & c'eſt la meſure que nous adoptons.

On ne doit pas être ſurpris qu'il ſe trouve toujours quelques petites différences entre les réſultats des meſures géométriques. Car tout le monde ſait que les meſures géométriques ſont toujours fondées ſur les meſures phyſiques, dans leſquelles il eſt impoſſible d'atteindre toujours la rigoureuſe préciſion. Par exemple, ſi dix ou douze perſonnes meſurent ſéparément une étendue de 40 ou 50 toiſes ſur le terrein le plus ſolide & le plus uni ; il arrivera toujours que leurs meſures, priſes avec le plus grand ſoin, différeront de quelques lignes. Ces petites différences, répandues proportionnellement ſur une très-grande étendue, donneront à la fin des réſultats qui différeront de quelques toiſes, mais qui doivent être cenſés équivalemment les mêmes dans la réalité. Pour corriger, autant qu'il eſt poſſible, ces erreurs inévitables, on prend une meſure moyenne entre les plus grands & les plus petits réſultats ; comme a fait ſans doute, dans le cas préſent, M. de Lalande.

Inégalité des degrés du méridien terreſtre.

1368. OBSERVATION. Les *degrés du méridien terreſtre* ne ſont pas de même longueur dans toute la terre : cette longueur va en croiſſant inſenſiblement d'un degré à l'autre, depuis l'équateur

jusqu'aux poles de la terre : ce qui prouve, comme nous le ferons voir bientôt, que la terre, quoique sensiblement sphérique, est réellement un peu applatie vers les poles, & un peu renflée vers l'équateur.

Nous avons six différents degrés du méridien terrestre, mesurés géométriquement par les plus habiles astronomes de notre siecle. Voici, d'après M. de Lalande, les mesures de ces différents degrés, les lieux & les latitudes où ces mesures ont été prises, & les noms des hommes célebres par lesquels ces degrés ont été mesurés :

I°. Au Pérou, entre Cotchesqui & Tarqui, par MM. Bouguer & de la Condamine. Leurs deux observatoires, dont l'un étoit précisément sous l'équateur & sans aucune latitude, embrassoient une étendue de 176950 toises, ou d'environ 80 lieues, sur le même méridien terrestre. Le premier degré du méridien, en allant de l'équateur vers le pole austral, fut trouvé de 56750 toises.

II°. Au Cap de Bonne-Espérance, au-delà de l'équateur, entre le Cap & Klipfonteyn, à 33 degrés & 18 minutes de latitude australe, par M. l'abbé de la Caille. Les deux stations extrêmes de cette observation, embrassoient une étendue de 69669 toises, sur le même méridien terrestre ; & le degré de ce méridien, à cette latitude, fut trouvé de 57037 toises.

III°. En Italie, entre Rome & Rimini, à 43 degrés de latitude boréale, par les PP. Boscovik & Maire : là le degré du méridien fut trouvé de 56979 toises.

IV°. Au midi de la France, à 45 degrés de latitude, par MM. de la Caille & Thuri : là le

degré du méridien terreſtre eſt de 57028 toiſes.

V°. Au nord de la France, entre Paris & Amiens, à 49 degrés & 23 minutes de latitude, par MM. Picard, de Maupertuis, &c : là le degré du méridien terreſtre eſt de 57072 toiſes. (1367.)

VI°. En Lapponie, ſous le cercle polaire, entre Torneo & Kitis, à 66 degrés & 20 minutes de latitude, par MM. de Maupertuis, Clairaut, le Camus, le Monnier, & Celſius professeur d'aſtronomie à Upſal : là le degré du méridien fut trouvé de 57422 toiſes.

Ces meſures, les plus exactes qu'on puiſſe jamais attendre, parce qu'elles ont été priſes, & par les plus grands maîtres, & avec les plus excellents inſtruments, dans un ſiecle où l'aſtronomie eſt à peu près portée au plus haut point de perfection où elle puiſſe atteindre, s'accordent toutes à donner une plus grande étendue aux degrés du méridien terreſtre, en allant de l'équateur aux poles de la terre. Ces mêmes meſures ont été ſoumiſes aux plus rigoureux examens, depuis qu'elles ont été rendues publiques ; & après avoir été comparées les unes aux autres, par les Euler, par les de Lalande, par une foule d'autres grands géometres, elles ont ſubi quelques petites corrections néceſſaires, qui ont ajouté ou retranché quelques toiſes aux dimenſions primitives, données par les grands hommes qui ont préſidé aux opérations géométriques & aſtronomiques d'où elles réſultent.

LATITUDE ET LONGITUDE TERRESTRES.

1369. PROBLÊME I. *Trouver la latitude d'un lieu terreſtre.* (fig. 11.)

SOLUTION. La latitude d'un lieu terreſtre, par exemple, de Paris ou de Londres, eſt l'arc du méridien intercepté entre l'équateur & le zénith de ce lieu. Soit donc *f* le lieu terreſtre dont on cherche la latitude, ſur le méridien GSH terminé par l'horiſon GTH.

I°. Avec un quart de cercle exactement diviſé en minutes & en ſecondes (*Math.* 421); je meſure en *f*, la diſtance du zénith S au pole R (1355): ſuppoſons la diſtance RS du pole au zénith, égale à 42 degrés. Le pole étant partout éloigné de l'équateur, de 90 degrés; il eſt clair que l'arc RS de 42 degrés, eſt le complément de l'arc SN qui ſera de 48 degrés.

II°. L'angle STN & l'angle *f*TC ſont égaux; puiſqu'ils ne ſont qu'un même angle: donc l'arc SN, ou l'arc *f*C, peuvent être pris indifféremment pour la meſure de cet angle. Donc l'arc SN étant de 48 degrés, l'arc *f*C ſera auſſi de 48 degrés: donc le zénith S étant à 48 degrés au nord de l'équateur céleſte N; le lieu *f*, qui a la même latitude que ſon zénith, ſera auſſi à 48 degrés au nord de l'équateur terreſtre C: donc la latitude du lieu ou du point *f* ſera trouvée. Nous avons déja donné ailleurs une ſolution ſpéculative & générale de ce même problême, en ſuppoſant le pole céleſte donné & connu. (1149.)

On conçoit qu'en faiſant la même opération aſtronomique dans toutes les villes du monde, on trouvera, & leur latitude abſolue, & leur latitude relative, qu'il ſera facile de tranſporter dans les cartes géographiques.

1370. PROBLÊME II. *Trouver la différence de longitude entre deux lieux terreſtres.* (fig. 45.)

SOLUTION.

SOLUTION. La longitude d'un lieu terreſtre, par exemple de Paris ou de Conſtantinople, eſt l'arc de l'équateur ou d'un cercle parallele à l'équateur, intercepté entre le méridien qui paſſe par l'Iſle-de-Fer, & le méridien qui paſſe par le lieu dont on cherche la longitude. Cet arc ſe meſure par le moyen des éclipſes de lune, ou plus commodément encore, par les éclipſes preſque journalieres du premier ſatellite de jupiter (1199); comme nous allons l'expliquer.

Soit ABC une portion de la ſurface terreſtre, ſur laquelle ſont placées trois villes A, B, C; la premiere plus à l'occident, les deux autres plus à l'orient. Suppoſons la ville B dans le milieu de l'Iſle-de-Fer, où nous plaçons le premier méridien & le commencement de l'équateur, en comptant de ce premier méridien, les degrés de longitude d'occident en orient ſur l'équateur & ſur tout cercle parallele à l'équateur. (1146.)

I°. Le ſoleil, en faiſant ſa révolution diurne réelle ou apparente autour de la terre, paſſe avec un mouvement uniforme par tous les méridiens dans l'eſpace de 24 heures; & donne toujours & par-tout midi, ſous le méridien dans le plan duquel il ſe trouve. Donc, quand le centre du ſoleil ſe trouve dans le plan du méridien de Conſtantinople, il donne midi à Conſtantinople; tandis qu'on ne comptera midi à Paris que long-tems après, quand le centre du ſoleil ſera dans le plan du méridien de Paris.

II°. En ſuppoſant l'équateur & tous les cercles paralleles à l'équateur, diviſés en parties égales par autant de méridiens qu'il y a de degrés; on aura la terre & le ciel diviſés d'un pole à l'autre par 360 méridiens, que le ſoleil parcourt

uniformément dans l'espace de 24 heures: le soleil parcourt donc 15 de ces méridiens, ou 15 degrés de l'équateur & de tout cercle parallele à l'équateur, par heure. Donc, quand on compte midi à Paris, on compte déja une heure sous un méridien plus oriental de 15 degrés; tandis qu'on ne compte encore que onze heures, sous un méridien plus occidental de 15 degrés. Donc une pendule, réglée sur le méridien de Paris, differe d'une heure, d'une autre pendule réglée sur le méridien d'un lieu plus oriental ou plus occidental de 15 degrés; & ainsi du reste.

III°. Soient maintenant deux villes A & C, l'une plus à l'orient & l'autre plus à l'occident, à une égale latitude, ou à une latitude différente, où deux astronomes vont observer une même éclipse d'un satellite de jupiter. Le satellite L, en faisant sa révolution autour de sa planete principale I, se perd dans l'ombre IL de sa planete, & ne commence à être éclairé qu'à l'instant où il sort de l'ombre. Cette émersion est apperçue au même instant par l'observateur placé dans la ville A, & par l'observateur placé dans la ville C; & donne la différence de longitude entre ces deux villes.

Car supposons que cette émersion instantanée arrive au moment, où en A une pendule réglée sur le méridien du lieu marque minuit; & où en B une autre pendule réglée sur le méridien du lieu marque deux heures après minuit. Il est clair que ces deux villes different en longitude, de tout le nombre de degrés que parcourt le soleil en deux heures de tems: or le soleil, en deux heures de tems, parcourt 30 degrés de l'équateur ou d'un cercle parallele à l'équateur: donc

ces deux villes A & C ſont éloignées l'une de l'autre en longitude, de 30 degrés.

IV°. Suppoſons qu'un troiſieme aſtronome obſerve la même éclipſe, du milieu de l'Iſle-de-Fer B, où nous plaçons le premier méridien; & que cette même émerſion du ſatellite L arrive, quand une pendule réglée ſur le méridien du lieu marque onze heures avant minuit. Il eſt clair que l'Iſle-de-Fer B différera de 15 degrés en longitude, de la ville A & de la ville C; & qu'en commençant à compter les longitudes depuis le point B, où la longitude eſt nulle, la ville C aura 15 degrés, & la ville A, 345 degrés de longitude.

Telle eſt la méthode qui donne la différente longitude abſolue & relative de tous les lieux terreſtres, telle que la marquent les cartes géographiques qui ſont exactes. En place des éclipſes d'un ſatellite de jupiter, on peut employer de la même maniere les éclipſes de lune. Il ne s'agit dans ces obſervations, que d'avoir l'inſtant précis auquel l'éclipſe finit ou commence, l'inſtant précis de l'émerſion ou de l'immerſion; & de comparer cet inſtant avec l'heure marquée par une pendule exactement réglée ſur le ſoleil. Si l'heure marquée par deux pendules exactes eſt la même en B & en V; ces deux villes ont la même longitude. Si l'heure marquée par deux pendules exactes, en C & en D, eſt différente; ces deux villes different en longitude, proportionnellement à la différence des heures marquées.

1371. REMARQUE. Pour avoir les *longitudes ſur mer*, il faudroit deux choſes qui rencontrent de très-grandes difficultés; *une pendule bien exacte*, dont le roulis du vaiſſeau ne dérangeât point les

mouvements; & un *quart de cercle* qui donnât exactement le méridien du lieu où l'on se trouve, malgré le mouvement d'oscillation qu'a toujours le vaisseau.

Il est clair, par ce que nous venons de dire dans le problême précédent, que cette pendule, réglée une fois pour toutes sur le méridien d'un lieu dont la longitude est connue, sur le méridien de Brest, par exemple, marqueroit une heure, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau porté à 15 degrés plus à l'occident; marqueroit trois heures, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau porté à 45 degrés plus à l'occident; marqueroit ensuite deux heures, quand le soleil passeroit par le méridien du vaisseau rapproché de 15 degrés du méridien de Brest, par un mouvement d'occident en orient; & ainsi du reste.

Un artiste célebre a eu le mérite & la gloire, dans ces dernieres années, de construire en Angleterre la pendule en question; & par ce moyen, on a eu sur mer les longitudes, avec autant de précision que les latitudes; avec toute la précision nécessaire pour diriger & pour conduire sûrement un vaisseau ou une flotte dans sa route.

APPLATISSEMENT DES POLES.

1372. OBSERVATION. Avant le dernier siecle, on regardoit la terre comme un globe parfait, dont tous les rayons étoient égaux, dont tous les méridiens étoient des circonférences de cercles, égales à la circonférence de l'équateur. Dans cette hypothese, chaque degré du méridien de-

voit renfermer un eſpace égal, un même nombre précis de lieues, de toiſes, de pieds.

Le célebre Caſſini, qui venoit de tracer la fameuſe méridienne de la France, & de meſurer tous les arcs du méridien qui paſſe par Paris, depuis Dunkerque juſqu'à Colioure au fond du Rouſſillon, annonça au public, que ſelon le réſultat de ſes meſures, les différents degrés du méridien terreſtre ne contenoient pas exactement un même eſpace, un même nombre de toiſes; & que cet eſpace, compris entre les différents degrés d'un même méridien, alloit en décroiſſant du midi au nord: ce qui donnoit à la terre, une figure ellipſoïdale, alongée vers les poles, applatie vers l'équateur.

La théorie de Newton & de Huyghens ſur les forces centrifuges (255), la découverte de Richer ſur la peſanteur plus petite ſous l'équateur que loin de l'équateur (251), s'accordoient à combattre la théorie & la découverte de M. Caſſini; mais la queſtion reſtoit toujours indéciſe.

Ce fut donc pour décider définitivement quelle eſt la *figure de la terre*, que le plus puiſſant monarque de l'Europe fit partir à grands frais en 1735 & en 1736, deux corps d'académiciens François, l'un pour aller meſurer un degré du méridien terreſtre au Pérou ſous l'équateur, l'autre pour aller meſurer un ſemblable degré du méridien terreſtre ſous le cercle polaire. Quelque tems après, le célebre abbé de la Caille fut chargé d'aller faire la même opération, au Cap de Bonne-Eſpérance, au-delà de l'équateur. Par ce moyen, on a eu la meſure géométrique, la plus exacte qu'on puiſſe avoir,

d'un degré du méridien terrestre, au-delà de l'équateur, sous l'équateur, en France, sous le cercle polaire (1368); & toutes ces mesures géométriques s'accordent à faire voir que la longueur des degrés du méridien terrestre va en croissant de l'équateur vers les poles, au lieu d'aller en diminuant dans le même sens, comme l'avoit annoncé M. Cassini. Quel homme osera se croire infaillible, depuis que le grand Cassini s'est trompé !

1373. ASSERTION. *La terre, quoique sensiblement sphérique, est réellement un sphéroïde un peu applati vers les poles, un peu renflé vers l'équateur.*

DÉMONSTRATION. Trois principes incontestables concourent à établir définitivement ce point de physique ; savoir, la *révolution diurne de la terre* autour de son axe, la *diminution de pesanteur* en allant des poles vers l'équateur, & *l'augmentation de longueur* dans les degrés du méridien terrestre en allant de l'équateur vers les poles. Nous allons confronter séparément ces trois principes, avec le point fondamental de physique, qu'il s'agit ici d'établir.

PRINCIPE I. Il conste que la terre fait chaque jour une révolution sur son axe (1341). D'où il résulte que toutes les parties de la terre décrivent chaque jour autour de cet axe, des cercles paralleles à l'équateur ; que les corps placés sous l'équateur, décrivent de plus grands cercles, ont plus de vîtesse, acquierent plus de force centrifuge, perdent plus de leur pesanteur absolue, que les corps placés plus près des poles. Donc les corps placés sous l'équateur ne peuvent faire équilibre avec les corps qui sont sous les poles,

ſans gagner en volume & en maſſe, autant qu'ils perdent en peſanteur. Donc pour qu'il y ait équilibre entre les mers ſituées ſous l'équateur & les mers ſituées près des poles, il faut que les premieres s'élevent & que les dernieres s'abaiſſent. (1295). Donc il faut que les mers des poles ſoient plus près du centre de la terre, que les mers de l'équateur. Donc le globe terreſtre doit être applati vers les poles, & renflé vers l'équateur.

PRINCIPE II. Il conſte par toutes les obſervations faites dans toutes les contrées du monde, que la peſanteur d'un même corps eſt plus grande vers les poles qu'en France, en France que ſous l'équateur (251, 1417): il conſte d'ailleurs que la peſanteur d'un même corps croît & décroît en raiſon inverſe du quarré de ſa diſtance au centre de ſon mouvement (1272). D'où il réſulte que la peſanteur des corps étant plus grande près des poles que ſous l'équateur & près de l'équateur; il faut que les poles ſoient moins éloignés du centre de la terre, que l'équateur; il faut que la terre, quoique ſenſiblement ſphérique, ſoit réellement un ſphéroïde un peu renflé vers l'équateur, un peu applati & ſurbaiſſé vers les poles.

PRINCIPE III. Si la terre étoit une vraie ſphere, il eſt clair que la circonférence du méridien terreſtre ſeroit égale à celle de l'équateur terreſtre; & que tous les arcs d'un degré, par exemple, auroient préciſément la même étendue, le même nombre de toiſes, dans ces deux circonférences: puiſque dans une même ſphere, tous les grands cercles ſont en tout parfaitement égaux. Mais il conſte par les meſures aſtronomiques & géométriques, priſes en France, en

Laponie, en Italie, ſous l'équateur, & au-delà de l'équateur, que *les degrés du méridien terreſtre ont moins d'étendue ſous l'équateur que vers les poles;* & que les degrés vont en croiſſant de plus en plus, depuis l'équateur juſques au-delà des cercles polaires, juſques ſous les poles (1368). D'où il réſulte non-ſeulement que la ſurface de la terre n'eſt point ſphérique, mais que cette ſurface de la terre s'applatit de plus en plus, perd de plus en plus de ſa courbure, s'approche de plus en plus de la tangente, à meſure qu'elle s'éloigne de l'équateur vers les poles; comme il eſt aiſé de le démontrer & de le faire ſentir, à quiconque eſt capable de ſaiſir & de ſentir une démonſtration phyſico-mathématique très-ſolide & très-ſimple. (*fig.* 8.)

Soit ATE, le diametre de l'équateur renflé; *d*T*p*, le diametre des poles applatis; MNOP, une portion de la circonférence du méridien céleſte; ABCDEF, une ſphere circonſcrite à la terre applatie vers les poles; A*bcd*, un arc du méridien terreſtre intercepté entre l'équateur A & le pole boréal *d*. Il faut ici ſe rappeller & ne point perdre de vue un fait certain & conſtant, que nous apprennent les obſervations faites dans toutes les contrées du monde, ſavoir, que *la ligne de gravitation des corps terreſtres eſt par-tout perpendiculaire à l'horiſon & à la tangente du point de la ſurface terreſtre qu'elle atteint.*

I°. Delà il réſulte d'abord que ſi un homme parcouroit ſur la ſurface de la terre, un plan ou une tangente RAS de cent lieues ou de mille lieues; *cet homme ne changeroit point ſenſiblement de zénith:* parce que la ligne de gravitation étant toujours perpendiculaire au point ſur lequel il

marche, cette ligne de gravitation, indéfiniment prolongée dans le ciel, aboutiroit toujours sensiblement au même point M ; dans le triangle MRSM, la base RS étant nulle en comparaison des côtés SM & RM qui sont infiniment grands.

II°. Delà il résulte ensuite que le zénith d'un homme qui marche sur un méridien terrestre, *change d'autant plus promptement & d'autant plus sensiblement*, que la surface sur laquelle il marche, s'éloigne plus de la tangente ; & réciproquement, que ce zénith change d'autant moins, que la surface s'éloigne moins de la tangente.

III°. Delà il résulte enfin, que si la terre étoit parfaitement sphérique, le changement de zénith seroit toujours proportionnel à l'espace parcouru sur la surface terrestre : parce que dans une sphere, la tangente étant toujours perpendiculaire au rayon, le zénith seroit toujours à l'extrêmité du rayon prolongé. Ainsi, si la terre avoit la sphéricité ABCD du midi au nord, un homme en A, en B, en C, en D, en parcourant des espaces égaux, auroit des zéniths également éloignés, M, N, O, P.

IV°. Delà il résulte encore que si la terre est applatie vers les poles, le changement de zénith, en allant du midi au nord sur le même méridien, *ne sera point proportionnel à l'espace parcouru* sur la terre. Car soient dans le méridien céleste MNOP, quatre zéniths éloignés l'un de l'autre de 30 degrés. En partant de l'équateur terrestre A, il faudroit sur une surface sphérique, parcourir l'espace AB, pour atteindre le nouveau zénith N, qui se trouve à l'extrêmité du rayon TBN : il faudroit ensuite parcourir l'espace BC = AB, & l'espace CD = AB, pour atteindre

les nouveaux zéniths O & P, placés à l'extrémité des rayons TCO & TDP. Mais sur une surface surbaissée, qui s'éloigne davantage de la tangente à la sphere, il ne faudra d'abord parcourir que l'espace A*b*, pour atteindre le nouveau zénith N, qui se trouve dans la ligne de gravitation *mb*N, perpendiculaire à la tangente au point *b* : il faudra ensuite parcourir un espace plus grand *bc*, pour atteindre le nouveau zénith O, qui se trouve placé dans la ligne de gravitation *nc*O, perpendiculaire à la tangente au point *c* : il faudra enfin parcourir un espace encore plus grand *cd*, pour atteindre le dernier zénith ou le pole céleste P, qui est placé dans la perpendiculaire à la tangente au pole terrestre *d*.

On conçoit facilement par la même théorie, tout ce qui doit arriver dans la révolution entiere d'un homme autour d'un même méridien terrestre, dans l'hypothese où sa marche s'effectue sur une courbe surbaissée vers les poles *d* & *p*. Parti de l'équateur A, il marche sur un même méridien terrestre A*bcd*, vers un pole quelconque, par exemple, vers le pole boréal P : 56750 toises suffisent d'abord pour l'avancer d'un degré, de l'équateur vers le pole boréal : il lui faut ensuite un peu plus de 56750 toises, pour parcourir un second degré (1368). Arrivé à Paris, il lui faut parcourir 57072 toises, pour que son zénith avance d'un degré vers le pole : arrivé enfin sous le cercle polaire, il ne lui suffit pas de faire autant de chemin qu'en France, du midi au nord, pour que son zénith avance d'un degré vers le pole ; il lui faut parcourir pour cet effet, 57422 toises.

V°. Delà il résulte enfin, que si la terre étoit

un ſphéroïde ſurbaiſſé vers ſon équateur dTp, & alongé vers ſes poles A & E; *tout le contraire arriveroit à un homme qui parcourroit un méridien terreſtre, en allant de l'équateur vers les poles.* Parti de l'équateur d, il parcourroit d'abord un grand eſpace dc, pour atteindre le zénith O : il parcourroit enſuite un eſpace moindre cb, pour atteindre le zénith N : il parcourroit enfin un eſpace encore moindre bA, pour atteindre le zénith ou le pole P. On ſuppoſe ces différents zéniths, éloignés l'un de l'autre, d'un même nombre de degrés.

De l'enſemble des trois principes fondamentaux que nous venons d'expoſer & de développer, & dont le dernier peut former ſeul une démonſtration complette & rigoureuſe, il réſulte évidemment que la terre n'eſt point un globe parfait; que la terre, quoique ſenſiblement ſphérique, eſt réellement un ſphéroïde un peu applati vers ſes poles, un peu renflé vers ſon équateur. C. Q. F. D.

Un auteur moderne a oſé conteſter l'applatiſſement des poles, & défier les ſavantes académies de l'Europe, de répondre aux frivoles objections qu'il fait contre ce point fondamental de toute la phyſique moderne. Que lui ont répondu ces académies ? Ce que répondit Archimede à quelques pyrrhoniens qui révoquerent en doute l'égalité de ſurface entre la ſphere & la partie convexe du cylindre circonſcrit; rien.

Noyau de gravitation dans le globe terreſtre.

1374. COROLLAIRE. De la théorie que nous venons de donner ſur la gravitation des corps

terreſtres, gravitation toujours perpendiculaire à l'horiſon & à la tangente du point de la ſurface terreſtre où elle a lieu, il s'enſuit que *ſi la terre étoit parfaitement ſphérique, tous les corps graviteroient préciſément au centre de la terre*, dans les directions AT, BT, CT, DT : mais que *la terre étant un ſphéroïde un peu renflé vers l'équateur & un peu applati vers les poles, les corps terreſtres doivent graviter, non préciſément au centre de la terre, mais ſur différents points de l'axe terreſtre peu écartés du centre* T. (fig. 8.)

EXPLICATION. Par exemple, un corps en A, gravite en T : un corps en *b*, gravite en *m* : un corps en *c*, gravite en *n* : un corps en *d*, gravite en T : un corps en *h*, gravite en *m* : un corps en *k*, gravite en *v*. Toutes ces lignes de gravitation s'entre-coupent autour du centre de la terre; & tous ces points d'interſection forment autour du centre de la terre, une eſpece de noyau T*mnrvsn*, qui eſt comme le centre commun de la gravitation des corps. Nous montrerons ailleurs la cauſe phyſique de ce phénomene. (1420.)

Quantité du renflement de l'équateur.

1375. OBSERVATION. Il n'eſt pas facile de déterminer *la quantité préciſe* de ce renflement de l'équateur, ou la quantité préciſe dont le diametre ATE de l'équateur excede l'axe terreſtre *d*T*p* : parce que les meſures de la terre, priſes ſous le cercle polaire, en France, en Italie, ſous l'équateur, & au-delà de l'équateur (1368), en s'accordant toutes à faire le diametre de l'équateur plus grand que l'axe terreſtre, ne s'accordent pas de même à donner une même grandeur fixe & préciſe à ce renflement de l'équateur. (*fig.* 8.)

I°. Selon les meſures priſes ſous le cercle polaire, & comparées avec les meſures priſes en France, le diametre de l'équateur eſt à l'axe terreſtre, dit M. de Maupertuis, environ comme 178 eſt à 177 : ce rapport eſt vraiſemblablement un peu trop grand. Selon les meſures priſes ſous l'équateur, & comparées encore aux meſures priſes en France, le diametre de l'équateur eſt à l'axe terreſtre, à peu près comme 216 eſt à 215 : ſelon les meſures priſes au Cap de Bonne-Eſpérance, comme 241 eſt à 240 : ſelon les ſpéculations de Newton, antérieures à ces meſures, comme 230 eſt à 229. Les figures de la terre qui réſultent de ces différentes meſures comparées entre elles, s'éloignent ſi peu les unes des autres, qu'on pourroit plutôt s'étonner de leur rapport, qu'en exiger un plus grand & plus parfait.

Un grand géometre, M. Euler, après avoir fait de toutes ces meſures un examen équitable, & après avoir ſuppoſé ſur chacune les moindres erreurs néceſſaires pour les concilier, conclud le rapport de l'axe terreſtre au diametre de l'équateur, tel que l'avoit déterminé Newton, de 229 à 230 ; & il ne paroît pas que la terre puiſſe beaucoup s'écarter de cette figure.

II°. En ſuppoſant exact ce dernier rapport, en ſuppoſant auſſi le diametre de l'équateur égal à 3000 lieues, on aura la proportion ſuivante : le diametre de l'équateur eſt au diametre mené d'un pole à l'autre, comme 230 eſt à 229 ; ou $230 . 229 :: 3000 . x = 2987$ environ ; & on trouvera que le diametre de l'équateur a environ 13 lieues de plus que l'axe terreſtre ; & par conſéquent que les mers ſous l'équateur, ſont plus élevées ou plus éloignées du centre de la

terre, de six ou sept lieues que sous les poles.

III°. Le lecteur ne seroit pas assez satisfait, si, en lui donnant le rapport du diametre de l'équateur à l'axe de la terre, on ne lui faisoit pas du moins entrevoir comment & sur quels principes on a pu chercher & trouver ce rapport si intéressant, qui est une dépendance & des expériences sur la pesanteur des corps & de la théorie des forces centrifuges.

EXPLICATION I. Il conste par les expériences faites sur la pesanteur des corps dans toutes les contrées de la terre, que la pesanteur d'un même corps va en croissant depuis l'équateur jusqu'aux poles (251); & que la pesanteur d'un même corps sous l'équateur, par exemple, d'un pied cube d'eau sous l'équateur, est à la pesanteur d'un pied cube de la même eau sous les poles, environ comme 200 est à 201; ainsi que nous l'avons marqué ailleurs. (252.)

Donc, en supposant que le globe que nous habitons a été d'abord tout fluide, les colonnes aqueuses sous l'équateur ont dû avoir d'autant plus de hauteur, qu'elles y ont moins de pesanteur: sans quoi les eaux de l'équateur plus légeres n'auroient pas pu faire équilibre avec les eaux des poles plus pesantes (502, IV.). Donc, en prenant ces colonnes aqueuses du centre de la terre à la surface, la hauteur de ces colonnes sous l'équateur, a dû être à la hauteur de ces colonnes sous les poles, comme 201 est à 200. Supposons que les colonnes d'eau sous l'équateur aient eu 1500 lieues de hauteur: on aura cette proportion, $1500 . x :: 201 . 200$: ce qui donnera pour l'inconnue x, qui est le rayon du pole comparé au rayon de l'équateur, environ

1492 lieues & demie; quelle que ſoit la longueur de ces lieues. Le rayon terreſtre ſous l'équateur ſera donc au rayon terreſtre ſous les poles, comme 1500 eſt à 1492 & demi; & la différence eſt d'environ 7 ou 8 lieues.

Après avoir ſuppoſé que la terre a été d'abord toute fluide ou mollaſſe, & que toutes ſes parties ſe ſont ramaſſées autour d'un centre commun, ſelon les loix de l'équilibre hydroſtatique (652), en vertu de leur mutuelle attraction; ſuppoſons que ſon intérieur ſe ſoit durci inſenſiblement ſelon les loix de la cryſtalliſation (120): la même proportion reſtera; & les mers poſées ſur les différentes couches ſolides & concentriques, s'éleveront vers l'équateur & vers les poles, comme dans l'hypotheſe où toutes les parties de ce globe étoient dans un état de molleſſe & de fluidité. La hauteur des mers ſous l'équateur ſera donc à la hauteur des mers ſous les poles, comme 201 eſt à 200, ou comme 1500 eſt à 1492 & demi.

EXPLICATION II. On peut auſſi déterminer la figure de la terre, & trouver à peu près la quantité de ſon applatiſſement vers les poles, par la théorie des forces centrifuges, qui diminuent d'autant plus la peſanteur de chaque élément de matiere, que ces éléments de matiere décrivent de plus grandes circonférences autour de l'axe terreſtre (1295). Ceux qui voudroient chercher la quantité d'applatiſſement par la théorie des forces centrifuges, pourront conſulter, ou les ouvrages de Newton, ou les inſtitutions Newtoniennes de l'abbé Sigorgne, depuis la page 243 juſqu'à la page 280.

DIMENSIONS DE LA TERRE.

1376. OBSERVATION. Puiſque le rayon TE eſt plus grand que le rayon T*d*; il eſt clair qu'un rayon TV, pris à peu près à égale diſtance entre l'équateur & le pole, ſera plus petit que le premier, & plus grand que le dernier; & que ce rayon TV tiendra à peu près un juſte milieu entre le rayon de l'équateur & le rayon des poles. (*fig.* 8.)

I°. Si ce rayon TV fait une révolution ſur lui-même dans le plan du méridien, il décrira une circonférence XVYZ, qui dépaſſera celle du méridien terreſtre ſous les poles, qui ſera dépaſſée par celle du méridien terreſtre ſous l'équateur, & qui dans ſa totalité ſera à peu près égale à celle du méridien terreſtre A*d*E*p*A. On peut donc prendre ce rayon TV, pour le moyen rayon de la terre; & ce rayon TV eſt le rayon terreſtre en France, ou dans une latitude quelconque égale à celle de la France.

II°. Puiſqu'en France, le rayon terreſtre eſt un rayon moyen entre le rayon des poles & le rayon de l'équateur; on peut regarder la terre dans ſa totalité, comme un vrai globe qui auroit pour rayon le rayon terreſtre de la France. Or un globe qui auroit pour rayon le rayon terreſtre en France, auroit un méridien d'environ 8984 lieues communes de circonférence (1367): donc la circonférence du méridien terreſtre, renflé vers l'équateur & ſurbaiſſé vers les poles, eſt auſſi d'environ 8984 lieues communes.

III°. Le rayon TE de l'équateur étant plus grand

grand d'environ ſept lieues que le rayon T*d* des poles (1375); il eſt clair que ce rayon TE doit être plus grand que le rayon moyen TV, d'environ trois lieues & demie. La circonférence du méridien terreſtre ſera donc à la circonférence de l'équateur terreſtre, à peu près comme la circonférence décrite par la révolution du rayon TV, ſera à la circonférence décrite par la révolution du même rayon TV alongé d'environ trois lieues & demie. (*Math.* 755.)

1377. COROLLAIRE I. *Le rayon terreſtre en France, eſt d'environ* 1430 *lieues communes.*

DÉMONSTRATION. I°. En ſuppoſant que le rayon terreſtre de Paris faſſe une révolution circulaire autour du centre de la terre dans le méridien de Paris, ce rayon décrira une circonférence concentrique au méridien céleſte; & un arc d'un degré de cette circonférence, ſe confondra ſenſiblement au nord de Paris, avec l'arc terreſtre meſuré entre Paris & Amiens (1368). Or cet arc d'un degré entre Paris & Amiens, donne une circonférence d'environ 20545920 toiſes (1367): donc le rayon terreſtre de Paris donneroit auſſi une circonférence d'environ 20545920 toiſes. (1366.)

II°. Quand on connoît la circonférence d'un cercle, il eſt facile d'en trouver à très-peu de choſe près le rayon (*Math.* 479), en prenant le rapport du diametre à la circonférence donné par Metius. On aura par là, cette ſimple regle de trois, dans laquelle les trois premiers termes connus donnent le quatrieme, qui ſera le diametre de la terre ſous Paris, ou le double du rayon terreſtre de Paris; 355 . 113 :: 20545920 .

$x = 6539969$ toiſes. Le rayon de la terre ſous Paris, eſt donc d'environ 3269985 toiſes; qui font 19619910 pieds de roi; qui font 1430 lieues communes, moins 43 toiſes.

III°. Le rayon de la terre ſous les poles, a trois ou quatre lieues de moins (1375); il a trois ou quatre lieues de plus ſous l'équateur. En ſuppoſant le diametre de l'équateur égal à 2867 lieues communes, on trouvera par le rapport de Metius, que la circonférence de l'équateur terreſtre eſt d'environ 9000 lieues communes, en cette maniere & par cette regle de trois : $113 . 355 :: 2867 . x = 9000 + \frac{1}{3}$. La circonférence de l'équateur terreſtre eſt donc plus grande que celle du méridien, d'environ 16 lieues communes de France. (1367.)

IV°. En ſuppoſant la terre égale en ſurface à une ſphere dont le rayon auroit 1430 lieues communes de longueur (c'eſt le moyen rayon de la terre); on trouvera ſa ſurface en lieues quarrées, en toiſes quarrées, en pieds quarrés, telle que nous l'avons marquée ailleurs (496). On trouvera auſſi, ſi l'on veut, ſa ſolidité, qui eſt le produit de ſa ſurface par le tiers de ſon rayon. (*Math.* 754.)

V°. Le moyen rayon de la terre ſera d'environ 1500 lieues, ſi on ſuppoſe la lieue de 2180 toiſes, plus petite de 107 toiſes que la lieue commune de France qui eſt de 2287 toiſes. Cette obſervation ſert quelquefois à ſimplifier les calculs; & on en peut quelquefois faire uſage, en traçant les rapports ou des diſtances ou des grandeurs des corps céleſtes. (1187.)

PARAGRAPHE TROISIEME.

POSITION ET DIRECTION DE L'AXE TERRESTRE.

1378. OBSERVATION. Nous avons fait voir & ſentir, en différents endroits de ce traité (*fig.* 6):

I°. Que la terre fait chaque jour une révolution, d'occident en orient, autour de ſon axe *p*T*m*; & que cet axe de la terre, indéfiniment prolongé dans le ciel, donne les deux poles céleſtes P & M, autour deſquels tout le ciel paroît faire chaque jour une révolution en un ſens oppoſé à la révolution diurne de la terre.

II°. Que cet axe du monde PTM, en vertu du mouvement rétrograde de l'équateur terreſtre autour d'un autre axe *d*T*e*, décrit dans le ciel, en 25740 ans, un double cercle PQRSP, MNOKM, d'environ 47 degrés de diametre. (1327.)

III°. Que cet axe du monde PTM ou RTO, répond ſucceſſivement à différents points du ciel, en demeurant toujours perpendiculaire à l'équateur terreſtre & céleſte, qui a les mêmes mouvements réels ou apparents que cet axe de la terre & du monde.

IV°. Que la révolution conique T*pqrſp*, T*mnokm*, de l'axe terreſtre ſur le plan de l'écliptique, ne change point, du moins ſenſiblement, l'inclinaiſon de cet axe à l'égard du plan de l'écliptique: parce que cet axe, pendant ſa révolution conique d'orient en occident contre l'ordre des ſignes, fait toujours ſenſiblement un angle PTG

ou RTF d'environ 66 degrés & 32 minutes ſur le plan fixe de l'écliptique FTG.

Après ces ſuppoſitions, on demande ici, ſi les révolutions diurnes de la terre ſe font toujours autour des mêmes points terreſtres *p*T*m*; & ſi la ligne ou l'axe *p*T*m*, a toujours la même inclinaiſon ſur le plan de l'écliptique. Tel ſont les deux problêmes que nous allons examiner, & réſoudre autant qu'il eſt poſſible, en finiſſant cet article.

IMMUTABILITÉ DES POLES TERRESTRES.

1379. ASSERTION. *La terre paroît avoir toujours les mêmes points terreſtres pour poles & pour axe, dans ſes révolutions diurnes.* (fig. 6.)

EXPLICATION. I°. Suppoſons que la terre faſſe maintenant ſes révolutions diurnes autour des points *p* & *m*, qui ſeront ſes poles; & que ces deux points *p* & *m* ſoient deux villes ou deux objets quelconques remarquables. On ne connoît dans la nature, aucune cauſe qui doive ou qui puiſſe déterminer la terre à ceſſer de tourner autour des points *p* & *m*, pour commencer à tourner ſur deux autres points différents des points *p* & *m*: donc la terre doit tourner toujours autour des deux mêmes points ou des deux mêmes villes *p* & *m*, ſelon l'exigence du mouvement qui lui fut primitivement imprimé, & que rien ne change & n'altere. (307.)

II°. Si la terre faiſoit ſes révolutions diurnes, tantôt autour des deux points ou des deux villes *p* & *m*, tantôt autour de deux autres points ou de deux autres villes *r* & *o*; il eſt évident que les contrées A & *b*, qui ſont ſous l'équateur au

tems où les révolutions diurnes ſe font autour des points ou des villes *p* & *m*, ne ſeroient plus ſous l'équateur au tems où les révolutions diurnes ſe feroient autour de deux autres points ou de deux autres villes *r* & *o*: il eſt évident que les contrées qui ſont ſous le même méridien dans le premier cas, ne ſeroient plus ſous le même méridien dans le ſecond cas. Or il conſte par les obſervations & par l'hiſtoire, que les villes & les contrées ont aujourd'hui la même poſition à l'égard des poles de la terre, qu'elles avoient au tems d'Hyparque & de Ptolomée : donc les poles terreſtres ſont aujourd'hui les mêmes, qu'ils étoient au tems de ces anciens obſervateurs : donc l'équateur eſt auſſi le même.

III°. Nous avons dit ailleurs, & il eſt vrai, que les points polaires *p* & *m* ont un mouvement de révolution rétrograde à l'égard du ciel, autour des poles de l'écliptique. Mais ce mouvement de révolution rétrograde autour des poles de l'écliptique, n'empêche pas les révolutions diurnes de ſe faire toujours autour des mêmes points *p* & *m*, qui terminent l'axe terreſtre autour duquel fut primitivement imprimé à la terre le mouvement de rotation. Cet axe peut être ſucceſſivement infléchi vers différents points du ciel, par l'action d'une cauſe phyſique toujours ſubſiſtante (1329), ſans qu'il ceſſe d'être le centre commun des révolutions diurnes de toutes les parties de la terre. Ainſi les points *p* & *m* ſont & ſeront toujours les poles de la terre, vers quelque point du ciel R & O, qu'ils ſoient dirigés ; & ſi le point *p*, par exemple, eſt une ville, cette ville ſera toujours l'extrêmité boréale de l'axe terreſtre, en *p*, en *q*, en *r*, en *s*,

en p, pendant ſa révolution parallele à l'écliptique en 25740 ans.

IV°. Il peut arriver de tems en tems à la terre, quelques petits changements de centre de gravité ; comme nous l'avons obſervé & expliqué ailleurs (510). Mais ces changements de centre de gravité ne changent point ſenſiblement l'axe terreſtre : parce que, ſoit que le centre de gravité reſte fixe en T, ſoit qu'il ſe tranſporte à quelques toiſes au nord ou au midi, au levant ou au couchant du point T ; les révolutions diurnes des parties terreſtres conſervent toujours leur même direction primitive, & ſe font toujours, ou autour de l'axe pTm, ou autour d'un axe qui lui eſt parallele & qui en eſt très-peu éloigné.

1380. OBJECTION. Un célebre aſtronome François, M. Picard, traça en 1671, une méridienne dans les ruines de l'obſervatoire de Tycho-Brahé à Uranisbourg ; & il trouva avec ſurpriſe, que ſa méridienne s'écartoit de 18 minutes de la méridienne de Tycho-Brahé : donc, depuis Tycho-Brahé juſqu'à M. Picard, dans l'eſpace d'environ un ſiecle, la poſition des poles a eſſuyé un changement de 18 minutes.

RÉPONSE. I°. M. de Chazelles a obſervé en géometre & en aſtronome, la poſition de la plus grande pyramide d'Egypte, comme on peut le voir dans les mémoires de l'académie des ſciences pour l'année 1710 ; & il a trouvé que les quatre faces de cette pyramide répondoient préciſément aux quatre points cardinaux actuels, au vrai nord, au vrai midi, au vrai orient, au vrai occident. Comme on ne peut raiſonnablement penſer que cette poſition de la principale pyramide d'Egypte ſoit un effet du haſard ; il eſt évi-

dent que dans une durée d'environ 3000 ans, les poles de la terre n'ont essuyé aucun changement sensible.

II°. La fameuse méridienne tracée par le célébre Cassini dans l'église de saint Pétronne à Boulogne en 1655, est encore aujourd'hui dirigée précisément au vrai nord & au vrai midi : donc dans un espace 117 ans, les poles de la terre n'ont souffert aucun changement sensible.

III°. Il résulte delà, ou que la méridienne de Tycho-Brahé n'étoit point exacte; ou, ce qui est plus vraisemblable, que l'observatoire de Tycho-Brahé, placé dans une petite isle au sein de la mer Baltique, a essuyé quelque dérangement, soit à l'occasion d'un terrein trop mouvant, soit par l'action de quelque tremblement de terre.

OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE.

1381. OBSERVATION. L'écliptique est la courbe décrite par le centre de la terre dans sa révolution annuelle autour du soleil. Le plan de cette courbe, indéfiniment prolongé dans le ciel, coupe obliquement le plan de l'équateur terrestre & céleste; & leur commune intersection fait cette année 1770, selon M. de Lalande, un angle de 23 degrés 28 minutes 7 secondes 7 tierces. On demande si cette obliquité est constante ou variable; & si elle varie, quelle est la quantité de sa variation chaque année. (*fig.* 6.)

Quelques célebres astronomes, tels que les Wolfe & les Maupertuis, n'ont osé décider cette question, qui leur paroît exiger, pour être définitivement & infailliblement résolue, de nouvelles observations, faites avec le plus grand

ſoin pendant un très-grand nombre de ſiecles. Un aſtronome non moins célebre & non moins profond, l'illuſtre de Lalande, la décide d'après les obſervations qu'on a ſur cet objet depuis Hyparque juſqu'à nous. Selon cet auteur, le plan de l'écliptique s'approche inceſſamment du plan de l'équateur : l'angle ATF ou BTF, devient continuellement plus petit ; & la quantité moyenne de ſa diminution eſt d'environ une minute par ſiecle : de ſorte que dans environ cent quarante mille ans, l'écliptique ſe confondra avec l'équateur, & toute la terre jouira d'un printems perpétuel, du moins pendant un nombre de ſiecles (1145, III°.). De ſorte encore que la terre, outre les trois mouvements que nous lui connoiſſons, auroit un quatrieme mouvement par lequel ſon axe tourneroit du nord au midi & du midi au nord, dans une période d'environ 2160000 ans : ce qui ne mettroit cependant pas la Lapponie dans la zone torride, comme l'ont dit quelques auteurs ; puiſque la Lapponie auroit toujours plus de 60 degrés de latitude. (1779.)

La cauſe de cette tendance du plan de l'écliptique vers le plan de l'équateur, ou du plan de l'équateur vers le plan de l'écliptique, ſelon M. de Lalande, eſt l'action des planetes ſur la terre, leſquelles par leur attraction, inclinent & infléchiſſent ſans ceſſe l'équateur terreſtre vers le plan de l'écliptique.

I°. Nous avons démontré ailleurs (508), qu'il peut arriver des changements conſidérables dans l'obliquité de l'écliptique ; changements dont la cauſe n'a rien de commun avec celle dont parle M. de Lalande. La cauſe dont nous faiſons mention, n'auroit aucune influence périodique ; & elle pourroit indifféremment aug-

menter ou diminuer l'angle d'inclinaiſon qui ſépare l'écliptique & l'équateur.

II°. En comparant entre elles les obſervations faites ſur l'obliquité de l'écliptique, depuis Hyparque juſqu'à nous, on trouve que l'écliptique paroît s'être réellement un peu rapprochée de l'équateur. Mais en ſuppoſant aux anciennes obſervations une exactitude & une préciſion que peut-être elles n'ont pas, il eſt difficile de les faire quadrer avec la diminution périodique qu'établit M. de Lalande, d'environ une minute par ſiecle ; comme on l'obſervera dans la table ſuivante, qui met ſous les yeux les principales obſervations qu'on a faites ſur cet objet depuis plus de deux mille ans, & qui eſt extraite en partie des Wolfe & en partie des de Lalande. Cette obliquité fut trouvée,

	degr.	min.	ſecond.	tierc.	L'AN.	
Par Pytheas,	de 23	52	41		324	AVANT J. C.
Erathoſtene,	23	51	20		230	
Hyparque,	23	51	20		140	
Ptolomée,	23	50	22		140	APRÈS J. C.
Pappus, à peu près comme à préſent					340	
Albategnius,	23	35	0		880	
Regiomontanus,	23	30	0		1460	
Walterus,	23	30	0		1476	
Copernic,	23	28	0		1525	
Rotmannus & Byrgius,	23	30	0		1570	
Tychobrahé,	23	31	30		1587	
Kepler,	23	30	0		1627	
Gaſſendi,	23	31	0		1636	
Riccioli,	23	30	20		1646	
Caſſini,	23	30	0		1672	
De la Hire,	23	29	0			
De Louville,	23	28	0		1714	
De la Condamine.	23	28	24		1736	
De la Caille,	23	28	19		1750	
De Lalande,	23	28	7	7	1770	

III°. Suivant ces obſervations, dans l'eſpace de 2094 ans, le plan de l'écliptique ſe ſeroit rapproché du plan de l'équateur, d'environ 24 minutes & 34 ſecondes. Mais Riccioli, dans ſon aſtronomie réformée, prétend que ſelon les quatre premieres obſervations, ſoumiſes à un nouvel examen & au calcul, l'obliquité de l'écliptique ne devoit être alors que d'environ 23 degrés & demi; & que ces premiers aſtronomes ſe ſont trompés dans les réſultats de leurs obſervations, qui ſont d'ailleurs aſſez exactes. Gaſſendi, après avoir vérifié l'obſervation faite par Pytheas à Marſeille, conclut l'obliquité de l'écliptique, de 23 degrés 31 minutes. Dans ce conflit d'obſervations & d'opinions, ſans adopter & ſans combattre le ſentiment de l'illuſtre de Lalande, nous penſons avec MM. Wolfe & de Maupertuis, que ce point d'aſtronomie n'a pas encore toute la certitude néceſſaire.

IV°. Ne pourroit-il pas ſe faire que l'obliquité de l'écliptique eût réellement changé tantôt en plus, tantôt en moins, par des révolutions arrivées au globe terreſtre, ou par de petits changements de centre de gravité (510)? Cette idée, ſi ſimple & ſi naturelle, concilieroit entre elles toutes les obſervations diſcordantes que nous venons de rapporter.

NUTATION DE L'AXE TERRESTRE.

1382. OBSERVATION. Nous avons vu que l'axe de la terre & du monde fait une révolution conique autour de l'axe de l'écliptique, contre l'ordre des ſignes, en 25740 ans; & que la cauſe phyſique de cette révolution conique & rétrograde, eſt principalement l'action de la lune ſur

l'équateur terreſtre renflé & ſaillant (1329). Cette même action de la lune produit un autre petit phénomene qui a trait à l'obliquité de l'écliptique, & dont nous allons rendre compte : elle donne à l'axe terreſtre un petit balancement régulier & périodique, qui alternativement l'approche & l'éloigne des poles de l'écliptique, & qui eſt indépendant de l'obliquité générale de l'écliptique dont nous venons de parler. (*fig.* 6.)

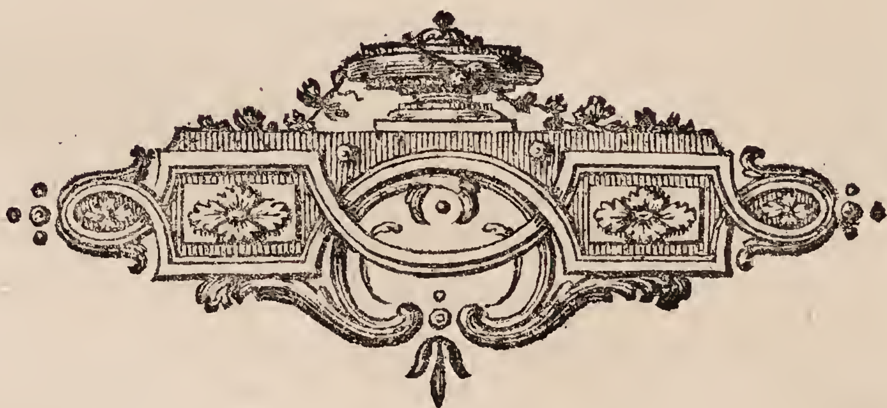
I°. Si l'axe de la terre & du monde PTM étoit toujours parfaitement à la même diſtance des poles de l'écliptique, il décriroit en 25740 ans, la circonférence PQRSP, ſans jamais ſortir de cette circonférence.

II°. Mais il conſte par des obſervations certaines, que dans un période d'environ 19 ans, cet axe PTM s'approche & s'éloigne alternativement des poles de l'écliptique : enſorte que l'obliquité de l'écliptique, quelle que ſoit cette obliquité actuelle, va en croiſſant pendant neuf ans & en décroiſſant pendant neuf ans ; & ainſi de ſuite, toujours périodiquement. La différence entre la plus grande & la plus petite obliquité de l'écliptique, pendant ce période, eſt, ſelon l'abbé de la Caille, d'environ 18 ſecondes. La plus grande obliquité arrive, quand le nœud aſcendant de la lune eſt dans le point équinoxial du bélier : la plus petite obliquité de l'écliptique a lieu, quand le nœud aſcendant de la lune eſt dans le point équinoxial de la balance.

III°. Il réſulte delà que l'axe PTM, outre le mouvement diurne qui le fait chaque jour tourner ſur lui-même, outre le mouvement annuel qui lui fait décrire chaque année un grand cylindre autour du ſoleil, outre le mouvement rétrograde

qui lui fait décrire autour des poles de l'écliptique deux cônes opposés par leur sommet au centre de la terre, se trouve avoir encore un quatrieme mouvement qui le fait tourner coniquement autour de lui-même en 19 ans; & qui fait qu'au lieu de décrire la circonférence PQRSP, il décrit autour des différents points de cette circonférence une foule d'épicycles, s'approchant & s'éloignant alternativement des poles de l'écliptique. Tel est son mouvement périodique de *nutation*, dont nous avions à donner une idée, & dont l'arc SP présente une image.

A la théorie des phénomenes, va succéder enfin la théorie des causes; théorie également intéressante & pour l'esprit qu'elle éclaire, & pour l'imagination qu'elle amuse. *Felix, qui potuit rerum cognoscere causas.*



SECONDE SECTION
DE L'ASTRONOMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE,
O U
THÉORIE DES CAUSES D'OU NAISSENT LES PHÉNOMENES CÉLESTES.

FABLE OU ROMAN DU SYSTÊME ANCIEN ET MODERNE DU PLEIN ET DES TOURBILLONS ; quelques modifications qu'on faſſe ſubir à ce ſyſtême.

EXISTENCE DU VUIDE ET D'UN VUIDE IMMENSE DANS LA NATURE ; ſur-tout dans les eſpaces céleſtes, où l'impulſion évidemment n'a point lieu.

NATURE, EXISTENCE, ET LOIX D'UNE ATTRACTOIN RÉCIPROQUE ET UNIVERSELLE, en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances.

INFLUENCE DE CETTE LOI D'ATTRACTION, dans le grand phénomene de la peſanteur des corps, dans le mouvement curviligne des planetes & des cometes, dans le permanent phénomene du flux & du reflux de la mer.

THÉORIE DU CIEL.

SECONDE SECTION.

Astronomie physique.

1383. Définition. L'*astronomie physique* est la science des causes primitives qui produisent ou qui perpétuent dans les corps célestes, les divers mouvements qui les animent. Ces causes primitives, qui donnent le branle à toute la nature, qui produisent tous les grands phénomenes que nous observons dans le monde planétaire, sont, selon Descartes, *l'impulsion dans le plein*; selon Newton, *l'attraction dans le vuide.*

Il seroit difficile d'imaginer deux systêmes plus diamétralement opposés; deux systêmes où la fausseté de l'un entraîne plus palpablement la vérité de l'autre. Le regne du premier a été brillant, mais peu durable: les plus beaux génies de l'Europe ont fait d'inutiles efforts pour le garantir de la ruine inévitable, où l'entraîne de toute part le défaut de simplicité, de vraisemblance, de conformité avec les phénomenes. Le regne du second a commencé avec moins d'éclat: mais le tems, destructeur des romanesques hypotheses, cimente, consolide, accrédite de plus en plus, de jour en jour, de siecle en siecle, les heureuses découvertes qui dévoilent le jeu & le méchanisme de la nature. Si pendant un

tems le monde ſavant a été partagé entre ces deux ſyſtêmes, il eſt certain que les choſes ont bien changé: aujourd'hui Deſcartes n'a plus ou preſque plus de ſectateurs en ce genre; & tout phyſicien eſt ſectateur de Newton.

Deſcartes & Newton ne different en rien, ſur la cauſe primitive du mouvement, ſur le vrai ſyſtême du monde, ſur les divers phénomenes céleſtes. Ils s'accordent unanimement à reconnoître, que l'inertie eſt le partage de la matiere; que Dieu eſt l'unique cauſe efficiente de tout mouvement; que le ſoleil & les étoiles ſont immobiles, ou ne ſe déplacent qu'infiniment peu; que la terre eſt une vraie planete, animée d'un mouvement permanent qui l'emporte dans une courbe elliptique autour du ſoleil, tandis qu'elle roule chaque jour ſur ſon axe toujours ſenſiblement parallele à lui-même; & ainſi du reſte. Ainſi ces deux grands hommes, d'accord ſur l'action du Créateur, action toujours néceſſaire pour produire & pour perpétuer le mouvement dans les corps, ne different que dans la maniere dont ils la font influer dans les phénomenes.

Selon Deſcartes, le Créateur ne conſerve & ne perpétue le mouvement dans les globes céleſtes, que conſéquemment à la préſence & à l'impulſion d'un courant de matiere fluide qui les heurte. Selon Newton, le Créateur conſerve & perpétue le mouvement dans les globes céleſtes, ſans la préſence & ſans l'impulſion d'un tel courant de matiere fluide. Tout eſt plein, dit Deſcartes, & tout mouvement naît d'une impulſion. Il y a des vuides & des vuides immenſes dans les eſpaces céleſtes, dit Newton; & les grands mouvements des corps céleſtes ont

pour

pour caufe, non l'impulfion, mais l'attraction.

L'examen du plein & du vuide, la théorie de l'attraction & de fes dépendances, tel fera l'objet de cette fection, que nous diviferons en deux articles.

ARTICLE PREMIER.

EXAMEN DU PLEIN ET DU VUIDE.

SYSTÊME DE DESCARTES.

1384. EXPLICATION. DESCARTES, après avoir imaginé fes trois éléments comme nous l'avons expliqué ailleurs (163), deftine la matiere rameufe, à fe convertir en globes folides, en planetes & en cometes; la matiere globuleufe, à rouler en torrent circulaire ou elliptique, autour d'un foleil ou d'une planete; la matiere fubtile, à remplir tous les interftices répandus entre les deux premiers éléments.

I°. Tout eft plein, felon Defcartes : de forte que fi le Tout-Puiffant vouloit aujourd'hui créer & placer entre le foleil & les étoiles voifines, un pouce cubique de matiere, il lui faudroit reculer proportionnellement toutes les limites de l'univers. L'efpace immenfe, intercepté de toute part entre le foleil & les étoiles, eft rempli d'un mêlange de matiere globuleufe & de matiere fubtile, dont l'enfemble forme un fluide qu'il nomme *Éther* ou *matiere éthérée*. Dans cette matiere éthérée, dans ce fluide fans cohéfion & fans pefanteur, nagent quelques globes folides, les planetes & les cometes, avec leurs petites athmof-

pheres. Selon Descartes, les globules du second élément, qui forment principalement l'éther, sont des corps d'une dureté & d'une inflexibilité infinies : selon Malebranche & Privat de Moliere, ces mêmes globules sont flexibles & élastiques, sont de petits tourbillons farcis indéfiniment d'autres tourbillons plus petits.

II°. Le Créateur, au commencement des tems, divisa la matiere éthérée qui emplit l'immensité de l'univers, en autant de grandes portions qu'il y a d'étoiles, c'est-à-dire de soleils, car chaque étoile est un soleil semblable au nôtre ; & il imprima en différents sens à chaque grande portion ou division de cette matiere éthérée, un mouvement circulaire ou elliptique autour du soleil voisin. Delà les *grands tourbillons*, qui renferment eux-mêmes dans leur sein différents *tourbillons subalternes ;* comme nous l'expliquerons bientôt. Le même mouvement qui fut imprimé à la matiere éthérée au commencement des tems, est sans cesse reproduit, conservé, perpétué par le Créateur : parce que cette matiere éthérée, selon Descartes, ne rencontre aucun obstacle qui puisse occasionner une interruption ou une altération dans son mouvement. (*fig.* 59.)

III°. Ces *grands tourbillons* ne circulent pas tous dans le même sens. Par exemple, tandis que notre grand tourbillon solaire fait sa révolution *mnom* d'occident en orient autour de son soleil T ; les grands tourbillons des étoiles voisines, qui le pressent & le captivent, circulent d'orient en occident chacun autour de leur étoile S, dans la direction *abca :* & tandis que le grand tourbillon IKC circule du midi au nord dans le méridien, le grand tourbillon VXZ circule du

nord au midi : par là leurs évolutions ſont plus analogues & moins propres à s'entre-détruire. Par la même raiſon, les grands tourbillons des étoiles plus éloignées doivent être diſpoſés & arrangés d'une maniere à peu près ſemblable, relativement aux grands tourbillons ſupérieurs & inférieurs qu'ils preſſent, & par leſquels ils ſont preſſés : en telle ſorte que chaque grand tourbillon intermédiaire faſſe ſes évolutions en un ſens différent du tourbillon ſupérieur & du tourbillon inférieur. Telle une roue dentée, placée entre deux roues dentées qu'elle engrene, tourne en un ſens différent des deux roues qu'elle meut.

Comme la derniere couche de chaque tourbillon tend toujours à s'enfuir par la tangente, ſelon les loix du mouvement (308) ; & que cette couche n'a, ſelon Deſcartes, aucune peſanteur qui lui ſoit propre, & qui puiſſe infléchir ſon mouvement ; il faut dans ce ſyſtême, des tourbillons toujours plus éloignés à l'infini, pour captiver & pour infléchir les tourbillons inférieurs. Delà le monde indéfini de Deſcartes, qui revient à un monde infini, à un monde chimérique. (*Mét.* 439 & 442.)

IV°. Au milieu de notre grand tourbillon ſolaire ſont placés à différentes diſtances du ſoleil, les planetes & les cometes, qui ont chacune leur tourbillon à part, lequel fait ſes révolutions ſur lui-même, tandis qu'il eſt emporté dans le courant du grand tourbillon ſolaire : delà les *tourbillons ſubalternes.* Le tourbillon d'une planete principale peut renfermer encore dans ſon ſein d'autres moindres tourbillons, dont les évolutions ſe feront dans l'enceinte du tourbillon

propre à la planete principale. Tel eſt le tourbillon de la terre, qui contient le tourbillon de la lune : tel eſt le tourbillon de jupiter, qui renferme les différents tourbillons de ſes quatre ſatellites.

V°. Tout mouvement, ſelon Deſcartes, commence ou finit, augmente ou diminue, ſe communique en un ſens ou en un autre, par voie d'impulſion : de ſorte que l'impulſion eſt l'unique cauſe de tous les mouvements que nous obſervons dans la nature. Delà la néceſſité d'un *fluide moteur* qui empliſſe tout l'univers ; qui puiſſe voiturer les planetes & les cometes, tranſmettre à nos yeux l'action des corps lumineux, établir un moyen de communication entre toutes les parties du grand tout de la nature. Ce fluide moteur eſt la matiere éthérée.

VI°. Cette matiere éthérée, par ſa force impulſive, emporte dans ſon courant nos planetes d'occident en orient autour du ſoleil ; & ne retarde point par cette même force impulſive, certaines cometes qui vont contre ſon courant d'orient en occident. La même choſe doit avoir lieu, ſelon Deſcartes, dans les tourbillons des autres ſoleils, relativement à leurs planetes & à leurs cometes.

VII°. Cette matiere éthérée, ſelon les Carthéſiens, n'a par elle-même aucune peſanteur, & rien ne lui donne de la peſanteur : ainſi elle n'a abſolument aucune tendance, ni vers le ſoleil autour duquel elle circule, ni vers les corps ſolides qu'elle entraîne dans ſon courant. Les corps ſolides, tels que les planetes & les cometes, n'ont auſſi aucune peſanteur par eux-mêmes ; mais la matiere éthérée, par ſon im-

pulſion, leur imprime un mouvement vers certains centres; & ce mouvement vers certains centres eſt leur peſanteur. Ainſi la matiere éthérée, ſans avoir en elle-même aucune peſanteur, devient la cauſe générale de toute peſanteur dans la nature.

Pour prendre une idée générale de ce mouvement central d'un corps ſolide au ſein de l'éther Carthéſien, ſuppoſons une bombe à 30 toiſes de hauteur: là elle ne tend pas plus par elle-même & par les loix de la nature, à deſcendre qu'à monter. Mais la matiere éthérée qui circule autour de la terre, a d'autant plus de vîteſſe, qu'elle eſt plus éloignée du centre de la terre: d'où il arrive que la partie ſupérieure de cette bombe reçoit des impulſions plus fortes que la partie inférieure; & que cet excès de percuſſion dans la partie ſupérieure de cette bombe, doit la déterminer à tendre avec un mouvement qui s'augmente ſans ceſſe, vers la partie où les percuſſions ſont toujours plus foibles & plus inefficaces.

Tel eſt, pour le fond des choſes, le ſyſtême déja ſuranné des tourbillons; ſyſtême dont nous dévoilerons bientôt plus en détail les principaux vices.

SYSTÊME DE NEWTON.

1385. EXPLICATION. Tout eſt plein, ſelon Deſcartes: tout eſt preſque vuide, ſelon Newton. Dans l'eſpace immenſe qui ſépare le ſoleil des étoiles, il n'y a d'autre matiere, que celle qui compoſe les ſix planetes principales, les planetes ſecondaires, & un certain nombre encore

peu connu de cometes (1201). A l'exception de ce petit nombre de points ſolides, entourés de leurs petites athmoſpheres; à l'exception de quelques rayons de lumiere, éparpillée dans l'immenſité des eſpaces céleſtes, & qui ne doit être comptée pour rien à cauſe de ſon inconcevable diviſion; tout eſt vuide dans notre monde planétaire. Enſorte que dans l'eſpace immenſe, intercepté entre le ſoleil & les étoiles, le plein n'eſt que comme un infiniment petit, en comparaiſon du vuide; & il eſt vraiſemblable que la même choſe a lieu dans l'eſpace qui ſépare les unes des autres les différentes étoiles, leſquelles ſont tout autant de ſoleils deſtinés à éclairer un petit nombre de planetes & de cometes éparſes dans le vuide & errantes autour d'elles. Ainſi, ſelon Newton,

I°. Les planetes & les cometes ſe meuvent autour de leur ſoleil immobile, dans un eſpace vuide ou comme vuide, dans lequel rien ne s'oppoſe à leurs mouvements quelconques, qui s'y effectuent par conſéquent en toute liberté & ſans aucune altération.

II°. Tous les corps ont une peſanteur ou une tendance vers le centre de leur mouvement; & cette peſanteur a pour cauſe, non l'impulſion d'un fluide quelconque; non une qualité inhérente à la matiere, mais une loi générale & primitive du Créateur, qui a librement décerné au commencement des tems que tous les corps exiſtants tendroient ou graviteroient les uns vers les autres, avec une force égale au produit de leur maſſe, diviſé par le quarré de leur diſtance. (1273.)

Selon Deſcartes, il n'y a qu'une ſeule cauſe

de mouvement dans la nature, ſavoir, l'impulſion. Selon Newton, outre l'impulſion, il y a une autre cauſe de mouvement, ſavoir, l'attraction ou la peſanteur, dont l'exiſtence n'exige l'impulſion d'aucun corps.

III°. Si le Créateur, après avoir formé au commencement des tems, tous les globes opaques & lumineux, les avoit ſimplement abandonnés à leur peſanteur réciproque, ou à leur tendance les uns vers les autres; les globes opaques ſe ſeroient allé précipiter & engloutir ſucceſſivement dans le ſoleil voiſin. Pour parer à cet inconvénient, qu'a-t-il fallu? Il a fallu ſimplement que le Créateur au commencement des tems, en laiſſant dans le repos tous les globes lumineux, imprimât à chaque globe opaque un mouvement projectile quelconque, dont la direction fît un angle quelconque avec la direction de la peſanteur. Du repos dans le globe lumineux, de la loi de gravitation réciproque entre tous les corps, d'un mouvement projectile en un ſens quelconque dans chacun des globes opaques, s'enſuivent tous les mouvements permanents des planetes & des cometes autour de leur ſoleil ou de leur centre de mouvement dans le vuide. (1286.)

Telle eſt en précis, la ſublime idée de Newton ſur le méchaniſme de l'univers: idée dont la ſimplicité ſympathiſe ſi bien avec la marche de la nature; dont les principes, en mettant toujours la nature dans la plus grande dépendance de ſon Auteur, s'accordent ſi bien avec les vrais principes de la religion; dont les conſéquences quadrent toujours parfaitement avec les obſervations aſtronomiques; rendent raiſon dans la

plus rigoureuſe préciſion, des phénomenes connus ; préparent & anticipent ſouvent des découvertes, dont les obſervations ſubſéquentes conſtatent & vérifient de jour en jour la réalité.

IDÉE EXACTE ET PRÉCISE DU VUIDE.

1386. REMARQUE. Selon Deſcartes, non-ſeulement le vuide n'exiſte point dans la nature, mais le vuide répugne abſolument en lui-même. Selon Newton, le vuide ne répugne point ; le vuide, & un vuide immenſe, exiſte dans la nature. Comme le plein & le vuide ſont la baſe fondamentale de ces deux ſyſtêmes diamétralement oppoſés ; la déciſion de cette intéreſſante queſtion, ſi le vuide ou le plein a lieu dans la nature, va préparer la ruine de l'un, & le triomphe de l'autre.

I°. Nous avons démontré dans notre métaphyſique, que le vuide eſt poſſible, que le vuide, & un vuide infini, exiſte hors de la nature (*Mét.* 127). Il ne nous reſte donc plus ici qu'à examiner la queſtion de fait, ſavoir ſi le vuide exiſte réellement dans la nature, dans l'eſpace intercepté entre le ſoleil & les étoiles plus ou moins éloignées.

II°. Il eſt important de ſe former une exacte idée du vuide dont il eſt ici queſtion. Le terme de *vuide* préſente une idée fort différente au peuple & au philoſophe. Le peuple entend par ce terme, un eſpace où n'exiſte aucun corps propre à affecter les ſens : le philoſophe entend un eſpace où n'exiſte abſolument aucune matiere quelconque, ſenſible ou inſenſible. Une bouteille dans laquelle il y auroit une grande quantité

d'air condenſé, une grande quantité de matiere ignée, lumineuſe, électrique, magnétique, ſeroit pour le peuple une bouteille vuide. Pour que la capacité de cette bouteille fût un vrai vuide, tel que l'entend le philoſophe, il faudroit qu'il n'y eût ni air, ni feu, ni lumiere, ni aucune autre matiere quelconque. Le vuide dont nous allons parler, eſt une privation de toute matiere quelconque ſenſible ou inſenſible, dans l'eſpace ou dans une immenſément grande partie de l'eſpace intercepté entre le ſoleil & les étoiles.

III°. Nous allons faire voir en premier lieu, que les divers mouvements des corps qui nous environnent, ne peuvent s'effectuer, ſans laiſſer entr'eux quelques vuides plus ou moins grands : en ſecond lieu, que les mouvements des planetes & des cometes autour du ſoleil, ne peuvent s'effectuer, ſans ſuppoſer un vuide preſque parfait dans les eſpaces céleſtes. Delà découlera l'exiſtence, & des petits vuides, & des grands vuides que ſuppoſe le ſyſtême Newtonien, & que combat le ſyſtême Carthéſien.

PARAGRAPHE PREMIER.

EXISTENCE DES PETITS VUIDES.

PROPOSITION.

1387. *Les mouvements des corps qui nous environnent ne peuvent s'effectuer, ſans laiſſer une infinité de vuides plus ou moins grands dans la nature.*

DÉMONSTRATION. Il y a du mouvement dans la nature; il y a des corps dont les parties s'ap-

prochent ou s'éloignent les unes des autres : donc il y a du vuide dans la nature, où les Carthésiens veulent que tout soit plein. Je démontre la conséquence.

I°. Comme la matiere n'est & ne peut être infiniment divisée (67), de l'aveu même des Carthésiens ; je prends dans la matiere deux éléments de l'espece la plus petite, & je les suppose contigus : sur quoi je raisonne ainsi. Il conste par les mouvements que nous observons dans la nature, que ces deux éléments, ou deux autres éléments semblables, se séparent, s'écartent l'un de l'autre : or ces deux éléments ne peuvent se séparer, sans laisser entr'eux un vuide qu'aucun corps ne peut occuper & remplir. Je le démontre. L'un de ces deux éléments ne peut s'éloigner de l'autre de toute la longueur de son diametre, qu'après s'en être éloigné auparavant de la longueur de son demi-diametre : or dans cet instant où ces deux éléments, les plus petits qui soient dans la nature, ne sont encore écartés l'un de l'autre que de la moitié d'un de leurs diametres, il y a entr'eux un vuide qu'aucune matiere ne peut occuper & remplir. Je le démontre. Pour que l'espace en question pût être occupé & rempli par une autre matiere, il faudroit qu'il y eût dans la nature, des éléments dont le diametre entier fût égal à la moitié du diametre des plus petits éléments ; c'est-à-dire, qu'il faudroit qu'il y eût des éléments de beaucoup plus petits, que les plus petits de tous les éléments ; ce qui entraîne une palpable contradiction.

II°. Si un des plus petits éléments se trouve contigu à un autre élément d'une espece plus grosse, ces deux éléments ne peuvent non plus

ſe ſéparer, ſans laiſſer entr'eux un vuide qu'aucune matiere ne peut occuper. Car il eſt évident que le plus petit élément doit s'écarter de l'élément contigu, d'une quantité égale à la moitié de ſon diametre, avant de s'en écarter d'une quantité égale à tout ſon diametre : donc le petit élément ne peut s'écarter & ſe ſéparer du grand, ſans laiſſer un vuide dans la nature.

III°. Si un nombre immenſe d'éléments de différente eſpece & de différente groſſeur ſe trouvent unis en une ſeule maſſe ſolide ou liquide ſans vuides, je dis encore que ces éléments ne peuvent ſe ſéparer, ſans laiſſer entr'eux une infinité de vuides dans l'inſtant de leur ſéparation. Car ſoit cette maſſe, un mêlange d'eau, de farine, d'argile, de différents ſels, de différentes huiles, & de tous les fluides inviſibles qui s'inſinuent dans les corps. Pour que le vuide ſoit banni de cette maſſe, il faut que les interſtices que laiſſent entr'eux les éléments plus groſſiers, ſoient remplis par d'autres éléments d'une eſpece plus petite ; il faut que les vuides que laiſſent encore entr'eux ces derniers, ſoient encore remplis par d'autres éléments plus ſubtils ; & ainſi de ſuite, juſqu'à la totale contiguïté de tous les éléments dans tous les points de leur ſurface. Or dans ce cas de contiguïté totale, les plus petits éléments de toute cette maſſe ſont contigus, ou à des éléments auſſi petits qu'eux, ou à des éléments plus grands qu'eux : dans l'une & dans l'autre ſuppoſition, la ſéparation ne peut ſe faire, ſans laiſſer des vuides ; comme on vient de le démontrer.

IV°. Il réſulte delà qu'il faut néceſſairement, ou que les éléments qui compoſent une goutte

d'eau, par exemple, ne puiſſent jamais ſe ſéparer & s'écarter les uns des autres; ou que la ſéparation ſucceſſive des éléments qui compoſent cette goutte d'eau, donne lieu ſucceſſivement à l'exiſtence d'une infinité de petits vuides. Or il eſt évident que le mouvement de ſéparation a lieu conſtamment & perſévéramment, dans l'élément de l'eau, dans l'élément de l'air, dans l'élément du feu, dans tout le méchaniſme du regne animal & du regne végétal, en un mot, dans toute la nature expoſée à nos obſervations: donc, ſans examiner encore ſi les grands vuides de Newton exiſtent, il eſt certain qu'il y a dans la nature du moins une infinité de petits vuides; & que le plein des Carthéſiens eſt une vraie chimere, que détruiſent les phénomenes de mouvement qui ſe montrent de toute part à nos yeux. C. Q. F. D.

1388. OBJECTION. La matiere ſubtile de Deſcartes, deſtinée à remplir les interſtices répandus entre les deux autres éléments, peut être ſuppoſée d'une ductilité ſans bornes. Quel inconvénient y auroit-il donc à dire que, tandis que deux éléments contigus de matiere ſubtile s'écartent d'un quart ou d'une moitié de leur diametre, une autre matiere ſubtile, en vertu de ſa ductilité, ſe ſubtiliſe davantage pour remplir toujours l'eſpace qui produit la ſéparation dans ſon commencement & dans ſes progrès?

RÉPONSE. Cette infinie ductilité, qu'on eſt obligé d'attribuer à la matiere ſubtile dans l'hypotheſe du plein, eſt la plus grande chimere d'une hypotheſe toute compoſée de chimeres.

I°. Nous avons prouvé ailleurs, que les éléments primitifs de la matiere, que les principes des corps ont reçu du Créateur une maſſe fixe

que rien ne peut entamer, une figure déterminée qui n'eſt ſujette à aucune altération ; ſans quoi il n'y auroit plus de ſtabilité, plus d'uniformité, plus de permanence pour la nature, que nous voyons cependant toujours ſemblable à elle-même (145). Pourquoi la matiere ſubtile auroit-elle été ſouſtraite à la loi qui affecte tous les autres éléments ? Par quel méchaniſme phyſique, ou plutôt par quelle vertu magique, la matiere ſubtile, ce Protée plus merveilleux que celui de la fable, peut-elle prendre en un ſeul inſtant, une infinité de formes différentes, ſans altérer ſa nature primitive ?

II°. Mais ſuppoſons pour un moment la réalité de cette chimere, de cette infinie ductilité de la matiere ſubtile ; & examinons-en les conſéquences. Soient deux globules de lumiere contigus, globules d'une inconcevable petiteſſe. Dans l'hypotheſe d'un plein parfait, pour que ces deux globules puiſſent s'écarter l'un de l'autre de la longueur d'un de leurs diametres, il faut qu'une matiere infiniment moindre vienne remplir par une infinité de couches ſucceſſives l'eſpace qui ſe forme ſucceſſivement entre eux, eſpace égal à un de leurs diametres. Ce n'eſt pas tout : il faut maintenant que ce nombre infini de couches interpoſées entre ces deux globules de lumiere, dans un eſpace égal à un de leurs diametres, ſe ſéparent les unes des autres : ſans quoi la nature entiere ſeroit bientôt une maſſe privée de tout mouvement. Or il eſt clair qu'une couche ne ne peut ſe ſéparer de l'autre d'une quantité égale à toute ſon épaiſſeur, ſans s'en être auparavant écartée d'une quantité égale au quart, à la moitié, aux deux tiers, aux trois quarts de ſon

épaiſſeur; & ainſi de ſuite. Il faudra donc, pour éviter l'exiſtence du vuide dans cette ſéparation, qu'une infinité de nouvelles couches d'une matiere ſubtile, infiniment plus atténuée que la précédente, viennent encore remplir les infiniment petits interſtices que laiſſeront entre elles les couches en queſtion, en s'écartant ſucceſſivement du quart, de la moitié, de la totalité de leur épaiſſeur, laquelle n'eſt déja qu'une infiniment petite partie du diametre d'un globule comme infiniment petit. Ce n'eſt pas tout encore : pour ſéparer les unes des autres ces dernieres couches, dont l'épaiſſeur eſt déja infiniment moindre que celle des premieres, laquelle eſt déja infiniment petite, il faudra imaginer une infinité de nouvelles couches d'une matiere toujours infiniment plus atténuée, pour les intercaler ſucceſſivement entre les couches qu'on veut écarter & ſéparer ſans qu'elles laiſſent des vuides entre elles ; & ainſi de ſuite à l'infini. Quelle rêverie! Quelle chimere !

PARAGRAPHE SECOND.

EXISTENCE DES GRANDS VUIDES.

1389. OBSERVATION. Selon Newton, les eſpaces interceptés entre le ſoleil & les étoiles, ſont des vuides immenſes, où ne ſe trouve aucune matiere, à l'exception des planetes, des cometes, de leurs petites athmoſpheres, & de quelques rayons d'une lumiere infiniment raréfiée, laquelle doit être regardée comme une quantité nulle; parce que ſi elle étoit réunie en une maſſe continue, elle n'occuperoit qu'une infiniment

petite portion de l'eſpace où elle ſe trouve diviſée & diſperſée en infiniment petites molécules.

Selon Deſcartes, ces mêmes eſpaces ſont remplis d'une matiere infiniment denſe, mais infiniment fluide, dans laquelle nagent les mêmes planetes, les mêmes cometes, avec leurs petites athmoſpheres.

Avant de prendre aucun parti pour ou contre ces deux grands hommes, il eſt néceſſaire d'établir quelques vérités préliminaires, d'où doit découler le jugement à porter ſur ce point fondamental de la phyſique moderne.

Théorêmes préliminaires.

1390. THÉORÊME I. *Dans le ſyſtême carthéſien, tous les corps ſont d'égale denſité.*

DÉMONSTRATION. Selon les carthéſiens, il n'y a point de vuide dans l'univers : tout eſt plein d'une matiere qui a été créée homogene ; d'une matiere qui, en ſe diviſant & en ſe broyant, n'a point changé intrinſéquement de nature : donc il y a autant de matiere dans un pied cube d'air, que dans un pied cube de marbre. La conſéquence eſt avouée par Deſcartes & par ſes diſciples.

Dans le ſyſtême carthéſien, un pied cube d'air eſt moins peſant qu'un pied cube de marbre, quoique d'égale denſité abſolue l'un & l'autre : parce que le pied cube d'air eſt preſque tout compoſé de matiere ſubtile & de matiere globuleuſe, qui n'ont point de peſanteur ; au lieu que le pied cube de marbre contient peu de matiere ſubtile

& de matiere globuleuse, & beaucoup de matiere rameuse & canelée, qui seule, selon eux, a de la pesanteur. Delà l'inégalité de poids, malgré l'égalité de matiere ou de densité, dans ces deux pieds cubes d'air & de marbre. C. Q. F. D.

1391. THÉORÊME II. *Un corps ne peut traverser un fluide, sans perdre une partie plus ou moins grande de son mouvement.*

DÉMONSTRATION. Il est évident qu'un corps ne peut traverser un fluide, sans en déplacer une partie, sans imprimer son mouvement à la partie qu'il déplace : or, selon une loi générale & constante de la nature, selon une loi que nous voyons s'observer toujours & par-tout dans le choc des corps ; un corps ne peut être heurté & déplacé par un autre, sans que le corps choquant perde une quantité de mouvement égale à celle qu'acquiert le corps choqué (310) : donc un corps qui traverse un fluide, qui en choque & en déplace une partie, doit nécessairement perdre une partie plus ou moins grande de son mouvement. C. Q. F. D.

1392. THÉORÊME III. *Dans un fluide quelconque, la force d'inertie, ou la force par laquelle tout corps résiste à son déplacement* (286), *est en raison composée de la densité du fluide qui résiste, de la surface du corps qui le traverse, & du quarré de la vîtesse qui emporte ce corps.*

DÉMONSTRATION. Quoique nous ayons déja traité ailleurs de la résistance des milieux (295); nous ne craindrons pas d'en rappeller ici l'idée en peu de mots, en supposant avec les carthésiens, que les milieux dans lesquels se meuvent les corps

corps céleſtes, n'ont abſolument aucune réſiſtance de cohéſion.

I°. Il eſt clair qu'un milieu plus denſe préſente au mobile qui le traverſe, une plus grande quantité de matiere à déplacer; & qu'une plus grande quantité de matiere déplacée, abſorbe une plus grande quantité de mouvement dans le corps qui la heurte & la déplace : donc la réſiſtance d'un milieu eſt proportionnelle à ſa denſité.

II°. Il eſt clair qu'un corps, en ſe mouvant dans un fluide, déplace une d'autant plus grande quantité de ce fluide, qu'il a plus de volume & de ſurface : donc la réſiſtance d'un fluide, dont toutes les parties réſiſtent à leur déplacement, eſt proportionnelle à la ſurface du corps qui le traverſe.

III°. Un mobile qui ſe meut dans un fluide, communique au fluide qu'il déplace, un mouvement proportionnel au quarré de ſa vîteſſe (302). Or le fluide ne peut acquérir un mouvement proportionnel au quarré de la vîteſſe du mobile qui le traverſe, ſans enlever à ce mobile une quantité de mouvement proportionnelle à ce même quarré de la vîteſſe; & le fluide ne peut enlever à ce mobile une quantité de mouvement proportionnelle au quarré de la vîteſſe, ſans oppoſer à ce mobile une réſiſtance proportionnelle à ce quarré de la vîteſſe : donc la réſiſtance du fluide eſt proportionnelle au quarré de la vîteſſe du corps qui le traverſe. C. Q. F. D.

1393. THÉORÊME IV. *Un cylindre qui ſe mouvroit avec une vîteſſe quelconque dans un fluide de même denſité que lui, perdroit la moitié de ſa vîteſſe, dans le tems qu'il parcourroit dans le fluide un eſpace égal à la longueur de ſon diametre.*

Démonstration. Il eſt clair qu'un cylindre ne peut parcourir dans un fluide, un eſpace égal à la longueur de ſon diametre dans la direction de ce diametre, ſans déplacer une maſſe de matiere égale à ſa maſſe; la denſité étant ſuppoſée égale de part & d'autre, dans le cylindre & dans le fluide. Or, c'eſt une loi générale & fondamentale du mouvement, une loi qu'atteſtent tous les principes & toutes les expériences qui fondent la méchanique, qu'un corps ne peut déplacer & mouvoir une quantité de matiere égale à la ſienne, ſans lui communiquer la moitié de ſa vîteſſe (322): donc un cylindre qui ſe mouvroit parallélement à ſon diametre avec une vîteſſe quelconque dans un fluide de même denſité que lui, doit perdre la moitié de ſa vîteſſe, dans le tems qu'il parcourt la longueur de ſon diametre. C. Q. F. D.

1394. Théorême V. *Si une ſphere, & un cylindre dont la baſe & la hauteur ſeroient égales au diametre de la ſphere, ſe meuvent avec une même vîteſſe dans un fluide quelconque, la ſphere & le cylindre eſſuieront de la part du fluide, une égale réſiſtance.*

Démonstration. En ſuppoſant ce cylindre mu parallélement à ſon diametre, il eſt clair que ſa baſe ſupérieure & inférieure n'imprime aucun mouvement au fluide, & n'en reçoit aucune réſiſtance. Dans cette ſuppoſition, à laquelle nous bornons ce théorême, la ſurface réſiſtante du cylindre eſt ſa ſurface convexe, laquelle eſt égale à la ſurface de la ſphere en queſtion (*Math.* 573). Or la denſité du fluide & la vîteſſe des mobiles étant les mêmes, la réſiſtance qu'oppoſe

le fluide, eſt proportionnelle aux ſurfaces des mobiles qui le traverſent & le heurtent : donc la ſphere & le cylindre en queſtion, heurtant & déplaçant un égal volume de fluide dans le même tems, eſſuieront une égale réſiſtance. Donc ſi la ſphere avoit la même ſomme de mouvement que le cylindre, elle perdroit préciſément la moitié de ſon mouvement & de ſa vîteſſe, en parcourant dans le fluide un eſpace égal à ſon diametre. (1393.) C. Q. F. D.

1395. THÉORÊME VI. *Mais la maſſe de la ſphere n'étant que les deux tiers de la maſſe du cylindre ; la ſphere aura perdu la moitié de ſon mouvement, quand elle aura parcouru un eſpace égal aux deux tiers de ſon diametre.*

DÉMONSTRATION. Les vîteſſes de la ſphere & du cylindre en queſtion étant égales, il eſt clair que les ſommes de mouvement dans ces deux corps, ſont entr'elles comme les maſſes (273) : or la maſſe d'une ſphere n'eſt que les deux tiers de la maſſe d'un cylindre de même baſe & de même hauteur que l'axe de la ſphere (*Math.* 624) : donc la ſomme de mouvement eſt moindre d'un tiers dans la ſphere, que dans le cylindre. Donc, pour que la ſphere perde la moitié de ſon mouvement, il ſuffit qu'elle déplace une colonne du fluide, égale aux deux tiers du cylindre, égale en longueur aux deux tiers de ſon axe. C. Q. F. D.

1396. THÉORÊME VII. *Si le cylindre eſt ſuppoſé en repos & le fluide en mouvement ; le cylindre acquerra dans un tems donné, autant de mouvement qu'il en eût perdu dans le même tems, en ſe*

mouvant dans le fluide avec la même vîtesse qu'a le fluide.

DÉMONSTRATION. Quand un mobile heurte un fluide, il perd une quantité de mouvement proportionnelle à la résistance du fluide qu'il déplace : quand au contraire un mobile est heurté par un fluide, il acquiert une quantité de mouvement proportionnelle à la percussion du fluide par lequel il est déplacé. Or, en supposant la vîtesse égale dans l'un & dans l'autre cas, dans le fluide heurtant & dans le fluide heurté ; il est clair que la résistance & la percussion doivent être égales dans le fluide. Donc les effets de la résistance & de la percussion seront égaux. Donc la percussion du fluide contre le cylindre en repos, lui imprimera une quantité de mouvement égale à celle qu'eût perdu le cylindre en heurtant le fluide en repos. C. Q. F. D.

1397. COROLLAIRES. Il s'ensuit de toute cette théorie, & en particulier de celle de ce dernier théorême :

I°. Que si un cylindre est supposé d'abord en repos dans le courant d'un fluide d'égale densité, *le cylindre aura bientôt la même vîtesse que le fluide.*

II°. Que si une sphere est aussi supposée d'abord en repos dans le courant du même fluide, *la sphere acquerra encore plutôt la même vîtesse que le cylindre ;* puisqu'elle oppose au fluide un tiers moins de résistance que le cylindre.

III°. Que si une sphere se meut contre la direction d'un tel fluide, *cette sphere sera bientôt forcée de se mouvoir, & dans le même sens, & dans le même plan que le fluide :* puisque le fluide, enle-

vant ſans ceſſe à la ſphere la moitié reſtante de ſon mouvement pendant qu'elle parcourt un eſpace égal aux deux tiers de ſon diametre, doit bientôt lui enlever tout ſon mouvement, & lui imprimer le ſien.

Tel eſt, pour le fond des choſes, le philoſophique arſenal, par le moyen duquel le grand Newton attaque & foudroye le plein de Deſcartes. La démonſtration de quelques-uns des théorêmes précédents, par exemple, du quatrieme, eſt ſuſceptible d'une plus grande rigueur géométrique. Mais dans une matiere où la vérité fondamentale des choſes ſe fait ſuffiſamment ſentir ſans le ſecours d'une plus grande rigueur géométrique, nous avons cru devoir en épargner au lecteur & la peine & l'ennui.

IV°. Que ſi on ſubſtituoit au plein de Deſcartes, un *plein imparfait*, un plein parſemé d'une infinité de petits vuides, une eſpece de demi-plein; *les mêmes effets devroient encore avoir lieu*, avec la différence du plus ou moins de tems néceſſaire pour les produire. Par exemple, une ſphere ſans vuides, qui ſe mouvroit contre la direction d'un fluide à demi vuide, au lieu de perdre la moitié de ſon mouvement, ne perdroit que le quart de ſon mouvement, en parcourant dans ce fluide un eſpace égal aux deux tiers de ſon diametre. Mais elle ne perdroit pas moins réellement tout ſon mouvement, & elle ne prendroit pas moins inévitablement la direction du fluide, en fort peu de tems.

PROPOSITION I.

1398. *Les phénomenes de mouvement que nous*

obſervons autour de nous dans les corps terreſtres, détruiſent le plein de Deſcartes, & démontrent l'exiſtence des grands vuides de Newton.

DÉMONSTRATION I. Si tout eſt plein, s'il n'y a point de vuide dans la nature; il eſt évident que les milieux dans leſquels ſe meuvent les corps ſolides, égalent en denſité ces corps ſolides (1390): donc aucun globe ne peut ſe mouvoir dans ces milieux, par exemple, dans l'air, qu'il ne perde la moitié de ſon mouvement, en parcourant un eſpace égal aux deux tiers de ſon diametre (1395). Or l'expérience démontre évidemment le contraire: car un boulet de canon, loin de perdre la moitié de ſon mouvement en parcourant dans l'air un eſpace égal aux deux tiers de ſon diametre, paroît à peine avoir ralenti ſon mouvement, après avoir parcouru dans l'air douze ou quinze cents fois la longueur de ſon diametre. Donc il faut néceſſairement qu'un boulet, que lance dans l'air la poudre enflammée, ſe meuve dans un milieu de très-peu de denſité; dans un milieu qui ait une très-grande quantité de vuide; dans un milieu qui contienne incomparablement moins de matiere que n'en contient le boulet lui-même, qui a cependant déja beaucoup de vuide, beaucoup plus de vuide que de ſolide. (199.)

En vain diroit-on que l'éther carthéſien, qui compoſe en grande partie l'athmoſphere terreſtre, ſelon Deſcartes & ſes diſciples, n'ayant point de peſanteur, n'oppoſe point de réſiſtance au boulet de canon. Vain ſubterfuge, dont on ſent, & dont nous ferons remarquer bientôt & la fauſſeté & l'inconſéquence! (1400.)

DÉMONSTRATION II. Newton a obſervé & démontré par une foule d'expériences, que des ſpheres qui ſe meuvent dans l'air, éprouvent toujours une réſiſtance proportionnelle à leurs ſurfaces, quelle que ſoit leur denſité : par exemple, qu'un globe de carton d'un demi-pied de diametre, eſſuie dans l'air préciſément la même réſiſtance, qu'un globe de plomb de même diametre. Or ſi tout étoit plein, comme le prétendent les carthéſiens, ces ſpheres devroient éprouver, non ſimplement une réſiſtance proportionnelle à leurs ſurfaces, mais une réſiſtance proportionnelle & à leur ſurface & à leur denſité. Car la matiere ſubtile étant d'une inconcevable ſubtilité, ſelon les carthéſiens eux-mêmes, il eſt clair qu'elle doit s'inſinuer à travers les pores de ces ſpheres ; & oppoſer une réſiſtance, non-ſeulement aux parties ſolides extérieures, mais à toutes les parties ſolides tant intérieures qu'extérieures : donc elle doit oppoſer au mouvement de ces ſpheres, non ſimplement une réſiſtance proportionnelle à leur ſurface, mais une réſiſtance proportionnelle & à leur ſurface & à leur denſité ; ce qui cependant n'a point lieu. Donc l'hypotheſe du plein eſt encore ici diamétralement oppoſée à l'expérience.

DÉMONSTRATION III. Quand par le moyen d'une machine pneumatique, on a ſoutiré l'air contenu dans un long tube de verre ; une plume légere, un petit brin de duvet, livrés à leur peſanteur, tombent au ſein de ce tube, avec la même vîteſſe qu'une petite plaque d'or ou de plomb (245). Donc, en ſoutirant l'air de ce tube, on diminue immenſément la denſité du milieu où ces petits corps ſe meuvent : ſans quoi

ces petits corps, après l'exercice de la pompe, éprouveroient comme auparavant, une résistance proportionnelle à leurs volumes, qui les feroit tomber avec des vîtesses inégales. Donc après qu'on a pompé l'air de ce tube, il y a incomparablement moins de matiere dans ce tube. Donc l'éther carthésien, qu'on ne soutire point en pompant l'air de ce tube, ne produit rien moins qu'un plein parfait dans la nature; puisqu'il n'a pas assez de densité pour opposer une résistance sensible aux corps qui le traversent & le déplacent.

Résultat. Il s'ensuit de ces différentes expériences, que l'athmosphere qui nous environne, n'a rien moins que la densité que lui suppose gratuitement & sans preuve le carthésianisme: que cette athmosphere renferme du vuide, & une très-grande quantité de vuide; quantité qui peut être soumise au calcul, & déterminée d'après des principes fixes & certains. Car on sait que la densité de l'air est proportionnelle au poids qui le comprime (691); & que l'air est d'autant moins comprimé, que ses différentes couches s'éloignent plus de la surface de la mer (738): d'où il s'ensuit que l'air, qui est un corps déja environ 800 fois moins dense que l'eau auprès de la surface terrestre (736), diminue en densité & augmente en vuide, à mesure que ses couches s'éloignent de plus en plus de notre globe.

Newton a trouvé par le calcul, qu'à la hauteur de 40 milles d'Angleterre, c'est-à-dire d'environ treize lieues & demie de France, l'air doit être environ mille fois plus rare & moins dense, qu'auprès de la terre: qu'à la hauteur de 80

milles, ou de 27 lieues, l'air doit être un million de fois plus rare & moins dense, qu'auprès de la terre: qu'à la hauteur de 160 milles, ou de 54 lieues, l'air doit être 1000000000000 fois moins dense, ou plus raréfié & plus vuide, que celui qui nous enveloppe & que nous respirons. D'où il s'ensuit que si on pousse le calcul plus loin, on trouvera que la lune, que les planetes, que les cometes, se meuvent dans un vuide presque parfait. C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

1399. *Les phénomenes de mouvement que nous observons loin de nous dans les planetes & dans les cometes, détruisent le systême du plein & des tourbillons, & démontrent la nécessité & l'existence d'un vuide presque parfait dans les espaces célestes.*

Deux démonstrations, l'une tirée des planetes, l'autre tirée des cometes, vont établir conjointement cette proposition.

Premiere preuve, tirée des planetes.

DÉMONSTRATION I. Il conste par les observations astronomiques, que les planetes font leurs révolutions périodiques autour du soleil, dans des *tems* plus longs pour les unes, & plus courts pour les autres; dans des *courbes* dont le soleil occupe un foyer, & non le centre; dans des *plans* qui ne sont point paralleles entr'eux, & qui s'entre-coupent les uns les autres: trois choses qu'il est impossible de faire quadrer d'une maniere satisfaisante, avec l'existence du plein & des tourbillons. Car,

I°. Si le grand tourbillon de matiere éthérée qui circule autour du ſoleil, emporte dans ſon courant les planetes d'occident en orient; pourquoi mercure fait-il environ quatre révolutions, tandis que la terre n'en fait qu'une? Pourquoi la terre fait-elle environ trente révolutions, tandis que mars n'en fait que quinze; jupiter que deux & demie; ſaturne qu'une ſeule? Sans doute parce que les différentes couches de ce grand tourbillon ſolaire font leur révolution en d'autant moins de tems, qu'elles ſont plus près du ſoleil.

Mais conçoit-on comment les couches inférieures peuvent faire perſévéramment leurs révolutions en moins de tems que les couches ſupérieures, ſans rien perdre de leur vîteſſe dans le frottement qu'elles eſſuient continuellement contre les couches qu'elles devancent; ſans rien communiquer de leur vîteſſe aux couches contre leſquelles elles heurtent ſans ceſſe; ſans que les différents petits tourbillons flexibles & élaſtiques, dont elles ſont néceſſairement compoſées ſelon tous les modernes carthéſiens, ſe détruiſent & ſe décompoſent parmi tant d'inflexions ſans ceſſe renaiſſantes, qui à chaque inſtant alongent & raccourciſſent alternativement leurs poles & leurs équateurs? Si tel eſt réellement le méchaniſme de la nature, il faut avouer que l'explication qu'on en donne eſt elle-même le plus inconcevable de tous les myſteres de la nature; & que le grand tout de la nature, infiniment fragile & infiniment compliqué dans les reſſorts qui le meuvent, ne peut ſubſiſter & ſe conſerver que par un perpétuel enchaînement de miracles employés à maintenir dans leur état & dans leur

jeu primitif contre toutes les loix du mouvement, le nombre infini de petits tourbillons dont eſt compoſée chaque couche du grand tourbillon ſolaire.

II°. Si le grand tourbillon ſolaire entraîne dans ſon courant elliptique, les planetes autour du ſoleil placé dans un foyer & hors du centre du tourbillon, comment ce torrent ne déplace-t-il pas le ſoleil? Comment ne le précipite-t-il pas ou tout à coup ou peu à peu au centre de l'ellipſe, à égale diſtance des deux foyers & des deux abſcides? Par exemple (*fig.* 23):

Quand la grande largeur TS du tourbillon ſolaire vient à paſſer dans la petite largeur SE; il eſt clair que ce torrent de matiere TS, porté en SE, doit accélérer ſon mouvement, & augmenter ſa force impulſive contre le ſoleil S. Comment arrive-t-il que le ſoleil S, heurté avec d'autant plus d'effort & de violence, que le fluide contigu a plus de vîteſſe, ſe ſoutient en S, au lieu de ſe porter en O au centre de tout le tourbillon? Comment arrive-t-il que toutes les couches ST de ce grand tourbillon ſolaire, paſſent dans le petit eſpace SE, ſans ſe confondre, ſans déranger l'économie des infiniment petits tourbillons flexibles & élaſtiques dont elles ſont compoſées; ſans jamais altérer le rapport de leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, leſquelles ſont toujours entre elles en durée, à la diſtance des différentes planetes, comme les racines quarrées des cubes des diſtances de chaque couche concentrique (1262)? A qui perſuadera-t-on qu'un méchaniſme auſſi compliqué, auſſi ruineux, auſſi inconcevable, auſſi révoltant, ſoit l'éternel méchaniſme de la ſimple nature?

IIIº. Si le grand tourbillon ſolaire emporte les planetes dans ſon courant d'occident en orient; il eſt clair que les planetes doivent ſuivre la direction du tourbillon qui les meut & les entraîne. Comment arrive-t-il donc que les planetes, dans leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, ont toutes une direction différente, dans un tourbillon dont toutes les parties ſemblent devoir décrire néceſſairement des courbes paralleles entre elles? Comment & pourquoi l'orbite de la terre eſt-elle coupée du midi au nord & du nord au midi, ſous différents angles inégaux, par l'orbite de mercure, de venus, de mars, de jupiter, de ſaturne (1180)? En vain, pour rendre raiſon de ce phénomene, imaginera-t-on dans le grand tourbillon ſolaire, des directions différentes pour les différentes couches concentriques qui entraînent chaque planete principale. Car il eſt évident que ces directions entre-coupées des différentes couches du grand tourbillon ſolaire, doivent néceſſairement ſe détruire les unes les autres dans le plein; & qu'imaginer une telle reſſource pour rendre raiſon d'un phénomene permanent de la nature, c'eſt uniquement ſe creuſer un abyme, pour ſe tirer d'un autre.

IVº. Il réſulte de tout cela, que les tourbillons carthéſiens, quelque forme & quelque nature qu'on leur ſuppoſe, ne ſont point la cauſe méchanique des mouvements que nous obſervons dans les planetes; que ces tourbillons n'exiſtent point dans la nature; que ces tourbillons, s'ils exiſtoient, ne pourroient long-tems ſubſiſter ſans ſe détruire & ſe confondre; que ces tourbillons, s'ils pouvoient exiſter & ſub-

ſiſter, devroient produire dans les planetes, des mouvements tout différents de ceux que nous y obſervons ; que ces mouvements que nous obſervons dans les planetes, ſont totalement incompatibles avec l'exiſtence & des tourbillons & de toute matiere qu'on voudra ſubſtituer aux tourbillons ; que ces mouvements perſévéramment réguliers & uniformes des planetes, ſous différentes vîteſſes & ſous différentes directions, ne peuvent s'effectuer que dans un eſpace libre ; que dans un eſpace vuide, où aucune matiere quelconque n'oppoſe un obſtacle ſenſible à la marche libre & périodique de ces différents corps. C. Q. F. D.

Seconde preuve, tirée des cometes.

DÉMONSTRATION II. Il eſt certain que les cometes ſont des globes opaques, auſſi anciens que le monde, aſſez ſemblables à nos planetes (1204). Il conſte par les obſervations aſtronomiques, que ces globes-cometes, en faiſant leurs révolutions périodiques autour du ſoleil, ſe meuvent dans les eſpaces céleſtes en toute ſorte de ſens & ſelon toute ſorte de directions, les uns d'occident en orient, les autres d'orient en occident, ceux-là du midi au nord, ceux-ci du nord au midi. (1201.)

Mais s'il eſt vrai que l'impulſion du grand torrent de matiere éthérée emporte les planetes d'occident en orient autour du ſoleil ; n'eſt-il pas évident que l'impulſion de ce même torrent doit arrêter la marche des cometes qui vont d'orient en occident ; doit détourner de leur route, les cometes qui vont du nord au midi ou du midi

au nord ; doit emporter dans ſa direction & avec une vîteſſe égale à la ſienne, les cometes qui vont d'occident en orient ? Donnons quelque développement à ces conſéquences.

I°. Parmi les cinquante-neuf cometes différentes, dont la marche a été obſervée avec plus de ſoin par les aſtronomes modernes, ne faiſons ici attention qu'aux quarante-trois dont l'illuſtre abbé de la Caille, en 1755, a marqué la marche & donne la table dans ſon Aſtronomie, page 254, numero 571. Parmi ces quarante-trois cometes, dont vingt-une ſont directes & vingt-deux rétrogrades ; il y en a vingt-deux qui ſe mouvoient contre l'ordre des ſignes, & par-là même contre la direction du grand tourbillon ſolaire qui eſt ſuppoſé emporter les planetes d'occident en orient ſelon l'ordre des ſignes. Si ce grand tourbillon ſolaire étoit réel, & non purement imaginaire, comment & par quel méchaniſme ces vingt-deux cometes rétrogrades auroient-elles pu ſe mouvoir dans ſon ſein contre ſa direction ? Comment & par quel méchaniſme, tandis que les percuſſions de ces tourbillons impriment un mouvement ſi rapide aux planetes d'occident en orient, ces mêmes percuſſions n'ont-elles aucun effet contre des globes de même figure & de même nature que les planetes, contre les cometes rétrogrades, auxquelles elles permettent de ſe mouvoir toujours librement d'orient en occident ? Que l'on conçoive un vaiſſeau ſans rames & ſans voiles, qui totalement englouti au ſein d'un fleuve immenſe & très-rapide, ſe meut en pleine liberté contre la direction du fleuve, accélere réguliérement ſon mouvement à travers & contre la direction du

courant, à meſure & à proportion qu'il avance vers un certain terme fixe; retarde enſuite avec la même régularité & dans la même proportion ſon mouvement, dès qu'il a dépaſſé ce terme: on aura conçu le ſingulier phénomene méchanique qu'introduit dans la nature le carthéſianiſme ancien & moderne.

II°. De ces quarante-trois cometes, il y en a vingt-une qui ſe mouvoient ſelon l'ordre des ſignes, ainſi que les planetes, d'occident en orient; mais dans des orbites qui s'entre-coupent les unes les autres, & qui embraſſent preſque toute l'étendue du ciel. Car on a obſervé que parmi ces cometes directes, les unes déclinoient du midi au nord, & les autres du nord au midi, en coupant le zodiaque ſous différents angles, depuis 2 degrés juſqu'à 88 degrés (1201). Or il eſt évident que cette marche des cometes directes eſt auſſi inconciliable avec l'hypotheſe du plein & des tourbillons, que la marche des cometes rétrogrades. Car tandis que le courant du grand tourbillon ſolaire a ſa direction générale du couchant au levant parallélement au zodiaque; comment des globes plongés dans ce tourbillon ſe mouvroient-ils du midi au nord ou du nord au midi, dans des directions les unes plus & les autres moins obliques à l'écliptique, au milieu d'un torrent qui doit néceſſairement tout entraîner dans ſa direction; & auquel il eſt abſurde d'attribuer des directions différentes, qui ſe détruiroient néceſſairement, ſi elles exiſtoient.

Que ces cometes ſoient des globes de feu, d'une exiſtence paſſagere, ou des globes opaques, d'une exiſtence permanente, la choſe eſt ici fort indifférente: il eſt clair que ces globes,

quelle que ſoit leur nature, ne peuvent avoir dans l'hypotheſe du plein & des tourbillons, les mouvements qu'on obſerve dans leur marche.

III°. Preſque toutes les cometes dont on a les meilleures obſervations, quand elles ſont venues dans ces régions du ciel où ſe meuvent les planetes, ſe ſont beaucoup plus approchées du ſoleil, que la terre n'en eſt proche : elles ont preſque toutes traverſé les orbites de ſaturne, de jupiter, de mars, de la terre (1201). Comment ont-elles pu ſe plonger & s'enfoncer ſucceſſivement dans les tourbillons particuliers de ces différentes planetes, tourbillons plus ou moins oppoſés à leur marche, ſans altérer leur mouvement, ſans déranger leur direction qui reſte toujours la même ? Et après avoir été englouties pendant un tems conſidérable au ſein de ces différents tourbillons, juſqu'au voiſinage même du ſoleil (1202) ; comment ont-elles pu s'en échapper ? Comment & par quel miracle ont-elles réſiſté perſévéramment à la force impulſive des différents tourbillons de ſaturne, de jupiter, de mars, de la terre ; tourbillons qui auroient dû chacun les entraîner dans leur propre direction ? Comment & par quel miracle, étant ſorties victorieuſes du ſein de ces différents abymes, & ſe trouvant tranſportées au-deſſus du tourbillon de ſaturne, avoient-elles encore quelquefois plus de vîteſſe que ſaturne & que jupiter ; quoique, ſelon les carthéſiens eux-mêmes, les différentes couches des tourbillons aient une révolution toujours plus lente, à meſure que ces couches s'éloignent du ſoleil, centre commun de toutes les révolutions ? Que de contradictions & d'abſurdités à dévorer dans le

ſyſtême

ſyſtême du plein & des tourbillons ; contradictions & abſurdités, qui ont été ſucceſſivement reconnues & abandonnées par la plupart des plus illuſtres partiſans de Deſcartes !

Il réſulte évidemment de tout ce que nous venons d'obſerver ſur les mouvements réguliers & périodiques des différentes cometes autour du ſoleil, centre commun de leurs révolutions ; que ces mouvements en tant de ſens ſi différents & ſi oppoſés, ne peuvent s'effectuer que dans un eſpace parfaitement libre, que dans un eſpace totalement incapable, & d'impulſion & de réſiſtance ; que dans un eſpace vuide ou comme vuide. Donc les eſpaces céleſtes, où s'effectuent en tout ſens & à toute diſtance, les mouvements des cometes, d'orient en occident, d'occident en orient, du midi au nord, du nord au midi, ſont évidemment des vuides immenſes, tels que les admet Newton.

IV°. Nous démontrerons bientôt que les tourbillons carthéſiens, anciens & modernes, ſont tout auſſi oppoſés aux phénomenes de la peſanteur des corps, qu'aux phénomenes du mouvement curviligne des planetes & des cometes (1436 & 1440). Donc le ſyſtême, du plein & des tourbillons, enfanté par Deſcartes, réformé par Malebranche, long-tems ſoutenu & à la fin abandonné par les plus beaux génies des différentes nations, n'eſt qu'un brillant roman, dont tous les grands phénomenes de la nature atteſtent & démontrent la chimere ; qui peut flatter & ſéduire l'imagination, mais qui s'écroule & s'évanouit, quand on le confronte avec l'expérience, avec les obſervations aſtro-

nomiques, avec la théorie du mouvement, en un mot, avec la raiſon éclairée. C. Q. F. D.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1400. OBJECTION I. L'*éther carthéſien*, ou la matiere globuleuſe & ſubtile qui emplit l'immenſité des cieux, n'a point de peſanteur ; puiſqu'il eſt lui-même la cauſe de la peſanteur, & que la cauſe doit être néceſſairement diſtinguée de l'effet : donc cet éther ne peut & ne doit oppoſer aucune réſiſtance au mouvement des cometes. Je prouve la conſéquence. Un globe de cire, poſé ſur un plan horiſontal, exige une certaine quantité de force motrice, pour être mu dans la direction ou contre la direction du plan : parce que ce globe a une peſanteur, par laquelle il tend contre le plan, par laquelle il réſiſte à tout mouvement oppoſé à la direction de la peſanteur. Mais que ce même globe de cire ſoit plongé dans un liquide de même peſanteur ſpécifique que lui : alors ce globe, en équilibre avec ce liquide, ſe trouve ſans peſanteur ; & l'expérience apprend qu'une force infiniment petite ſuffit pour le mouvoir en un ſens quelconque dans ce liquide. Donc les corps ne réſiſtent au mouvement que par leur peſanteur : donc l'éther carthéſien, qui eſt ſuppoſé n'avoir point de peſanteur, ne peut oppoſer aucune réſiſtance au mouvement des cometes.

RÉPONSE. Il ſeroit difficile de réunir plus de paradoxes, plus de choſes fauſſes, antipatiques, inconſéquentes, en moins de mots. Examinons en détail les différentes parties de l'objection.

I°. Nous ferons voir ailleurs que l'éther carthésien n'est point la cause de la pesanteur (1436): que toute matiere solide ou liquide ou fluide, a une pesanteur inhérente à sa nature (1440); pesanteur qui est toujours le produit de sa masse divisé par le quarré de sa distance au centre où elle tend & où elle est attirée: que cette pesanteur inhérente à tout corps, à toute matiere quelconque, est l'effet d'une loi générale de la nature, en vertu de laquelle tous les corps ont une tendance générale les uns vers les autres; tendance toujours proportionnelle à la masse du corps attirant, divisée par le quarré de la distance du corps attiré (1418).

II°. Quand même l'éther carthésien seroit sans pesanteur, il ne s'ensuivroit pas qu'il fût sans résistance. Car il y a dans les corps une force d'inertie, une résistance au mouvement, indépendante de leur pesanteur. Je le démontre Soient deux globes d'un demi-pied de diametre, l'un de plomb & l'autre de carton, l'un très-pesant & l'autre très-léger. Si livrant successivement ces deux globes à leur gravité, & les laissant tomber perpendiculairement à l'horison, je les frappe l'un & l'autre d'un grand coup de marteau pendant cette chûte verticale; j'éprouve une résistance qui évidemment ne peut venir de leur pesanteur; puisque la pesanteur, loin de m'opposer une résistance, soustrait au contraire le globe frappé, au coup que je lui porte: donc ce globe a une résistance indépendante de sa pesanteur.

En vain diroit-on que la résistance que j'éprouve, a pour cause la pesanteur de l'air dans lequel se meut le globe frappé. Car si l'air étoit

la cauſe unique de la réſiſtance que j'éprouve, le globe de carton & le globe de plomb, déplaçant une égale colonne d'air, m'oppoſeroient une égale réſiſtance : ce qui eſt évidemment contraire à l'expérience, qui m'apprend que le globe de plomb réſiſte plus que le globe de carton. Donc les corps ont une réſiſtance indépendante de leur peſanteur, une réſiſtance inhérente à leur nature, une réſiſtance proportionnelle à leur denſité, une réſiſtance née de leur force d'inertie (286). Donc, quand même l'éther carthéſien ſeroit ſans peſanteur, comme on le ſuppoſe gratuitement, il ne s'enſuivroit pas que cet éther fût ſans réſiſtance.

III°. L'expérience du globe de cire eſt-elle déciſive ? Ce globe, plongé dans un liquide d'égale peſanteur, eſt-il réellement ſans peſanteur? Non : car ſa peſanteur eſt actuellement employée à ſoutenir à une certaine élévation, un volume du liquide égal au volume du globe. La peſanteur du globe & la peſanteur du liquide qu'il déplace, ſe détruiſent dans leurs effets égaux & oppoſés, mais non dans leur nature toujours réciproquement en action contre la force oppoſée. Cette peſanteur du globe plongé dans le liquide, agit ſans ceſſe : donc elle ſubſiſte ; donc elle n'eſt point détruite.

IV°. Mais ſuppoſons encore, ſi l'on veut, ce globe ſans peſanteur dans ſon liquide ; & avec une ficelle, tirons-le très-rapidement dans une direction horiſontale ou verticale au ſein du liquide : on éprouvera une réſiſtance qui croîtra comme le quarré de la vîteſſe, quoique la peſanteur du liquide n'oppoſe aucune réſiſtance au mouvement horiſontal ou vertical de ce globe

en équilibre avec le liquide. Donc il y a dans les corps une résistance indépendante de la pesanteur : donc, quand même l'éther carthésien seroit sans pesanteur, supposition qui ne peut quadrer avec les loix établies par le Créateur dans l'ordre présent de la nature, cet éther n'en seroit pas moins propre à opposer une immense résistance aux globes célestes qui se meuvent dans son sein dans un sens plus ou moins opposé à sa direction.

V°. Il est clair qu'il ne peut pas y avoir une percussion réelle & proprement dite entre deux corps, sans une *résistance réciproque*, entre le corps frappé & le corps frappant. Car le corps frappé a une résistance au mouvement, qui ne peut être vaincue que par une résistance supérieure & opposée dans le corps qui tend à le déplacer. Comment le corps frappant déplacera-t-il le corps frappé, si ce corps frappant ne résiste pas efficacement à l'action & à la résistance que lui oppose le corps frappé? Donc si l'éther carthésien entraîne les planetes par son impulsion, comme le prétendent Descartes & ses disciples; il faut nécessairement que cet éther ait une résistance opposée à la force d'inertie des planetes, & supérieure à cette force d'inertie. Donc si l'éther carthésien est la cause méchanique dont l'action toujours subsistante meut les planetes dans sa direction; cette même action plus ou moins grande, plus ou moins efficace, doit évidemment produire un semblable effet sur les cometes.

Les cometes sont la vraie *pierre-de-touche* du systême carthésien. Car, ou les tourbillons sont la cause physique des mouvements célestes, &

alors leur influence méchanique doit être la même, & pour les planetes, & pour les cometes; ou ces tourbillons ſont ſans action contre les cometes, & alors ils doivent être également ſans action contre les planetes. Si les tourbillons ſont ſans action, ils ſont parfaitement inutiles dans la nature : s'ils ont une action, elle eſt oppoſée aux phénomenes de la nature; elle doit en mille & mille manieres ſe troubler, ſe confondre, s'altérer, ſe détruire. Donc les tourbillons ne ſont qu'une vaine & brillante chimere : donc la vraie cauſe phyſique des mouvements céleſtes, n'eſt point l'impulſion des tourbillons.

1401. OBJECTION II. Eſt-il donc impoſſible de concilier le phénomene des cometes, avec l'hypotheſe des tourbillons? Eſt-il d'abord bien décidé que les cometes ſoient réellement des globes d'une durée permanente, ſoumis à des révolutions périodiques autour du ſoleil, aſſez ſemblables, pour leur origine & pour leur nature, à nos planetes? Eſt-il bien décidé enſuite que ces cometes, ſi ce ſont des globes errants autour du ſoleil, aient eu réellement un mouvement rétrograde; & leur mouvement rétrograde ne ſeroit-il point ſemblable aux rétrogradations des planetes, qui ne ſont qu'apparentes (1317)? Eſt-il bien décidé encore que ces cometes, directes ou rétrogrades, n'aient pas fait leur révolution au-deſſus & au-delà des limites du tourbillon ſolaire? Eſt-il bien décidé enfin que les cometes directes ou rétrogrades, ne puiſſent pas avoir leur tourbillon particulier, au ſein de tous les différents tourbillons des planetes & au travers de tout le grand tourbillon ſolaire? Ne voit-on pas ſouvent dans un même

fleuve, des courants particuliers qui n'ont point la direction générale du fleuve, qui même ont quelquefois une direction toute opposée? Pourquoi donc regarder avec les Newton, avec les Halley, avec les de Maupertuis, avec les de la Caille & les de Lalande, avec presque tous les physiciens & astronomes modernes, comme décisive contre l'hypothese des tourbillons, la théorie des cometes, que quelques physiciens modernes se sont efforcés de concilier avec l'hypothese carthésienne dans plus d'un ouvrage connu du public?

RÉPONSE. La théorie des cometes n'est pas le seul phénomene qui détruise l'hypothese des tourbillons & du plein; hypothese qui s'écroule de toute part sur elle-même; hypothese qui fait de la nature, la machine la plus compliquée & la plus ruineuse qu'il soit possible de concevoir; hypothese qui ne peut se concilier ni avec les mouvements que nous observons autour de nous, ni avec les mouvements que nous observons dans les différentes planetes, que nous voyons constamment faire leurs révolutions avec nous autour du soleil. Mais comme la théorie des cometes est la preuve la plus triomphante & la plus démonstrative contre l'hypothese des tourbillons, examinons séparément les vains subterfuges par lesquels on cherche à l'éluder.

I°. Est-on fondé à former des doutes sur l'existence & sur la nature de ces globes cometes, depuis qu'on a calculé leur marche & prédit leur retour dans les mêmes régions du ciel; & que l'événement a justifié le calcul & vérifié la prédiction (1205)? Il est aujourd'hui

auſſi certain & auſſi démontré que les cometes ſont des globes opaques & permanents, errants dans des courbes rentrantes ſur elles-mêmes autour du ſoleil; qu'il eſt certain & démontré que ſaturne, jupiter, mars, vénus, mercure, ſont des globes opaques & permanents, ſoumis à des révolutions périodiques autour de cet aſtre.

II°. Eſt-il permis d'attribuer à une pure illuſion optique, le mouvement rétrograde de pluſieurs de ces cometes, depuis que tous les aſtronomes, qui ne méconnoiſſent certainement pas les rétrogradations apparentes des planetes, s'accordent unanimement à reconnoître que la moitié des planetes obſervées avec le plus grand ſoin, avoit un mouvement réel & très-rapide contre l'ordre des ſignes, indépendamment & déduction faite de tout ce qu'il pouvoit y avoir d'illuſion optique dans ces mouvements? Il eſt auſſi certain que telles & telles cometes ſe mouvoient réellement d'orient en occident, qu'il eſt certain que toutes les planetes ſe meuvent réellement d'occident en orient. On peut dire la même choſe de l'inclinaiſon de leurs orbites ſur l'écliptique: les mêmes regles aſtronomiques qui ſervent à meſurer & à déterminer l'inclinaiſon des orbites des planetes, ſervent également à meſurer & à déterminer l'inclinaiſon des orbites des cometes.

III°. Il eſt certain & démontré que du moins quelques-unes des cometes, pendant le tems de leur apparition, ſe ſont trouvées dans la région des planetes, & plus près du ſoleil que pluſieurs des planetes: ce que l'on a pu conſtater ou par le moyen de leur parallaxe; ou par des obſervations correſpondantes, faites en un même tems en différents lieux (*fig.* 45). Leur orbite n'étoit

donc pas placée dans sa totalité, au-dessus & au-delà du tourbillon solaire qui est supposé entraîner les planetes. On ne peut donc pas supposer, pour sauver l'hypothese des tourbillons, que toutes les cometes fassent leur révolution périodique dans un tourbillon supérieur au tourbillon solaire & mu dans une direction différente de celle du tourbillon solaire.

IV°. Comme il est certain que plusieurs des cometes observées dans ces derniers siecles, pendant le tems de leur apparition, ont dû se faire jour à travers les tourbillons de saturne, de jupiter, de mars, de la terre (1201); nous pensons que toutes les explications physiques qu'on peut donner sur cet objet, doivent se réduire à peu près à celle qui suppose des courants particuliers destinés à voiturer ces cometes au travers du grand tourbillon solaire & des tourbillons subalternes dont il est composé.

Mais ces courants particuliers, qu'on suppose aux cometes, ne sont-ils pas évidemment fabuleux, évidemment chimériques? Comment concevoir, dans un torrent immense qui va elliptiquement d'occident en orient, un torrent particulier qui aille d'orient en occident, un autre torrent particulier qui aille du midi au nord, un autre torrent particulier qui aille du nord au midi, cinquante ou soixante, & peut-être mille autres torrents particuliers qui s'entre-coupent en toute sorte de sens entre ces quatre directions générales?

Quand on apperçoit des courants particuliers dans une riviere ou dans un lac, on observe aussi que ces petits courants doivent leur existence à quelque cause physique qui communément se

montre ; que leur cours ne s'étend jamais à une bien grande diſtance ; que leur mouvement, toujours décroiſſant à meſure qu'il s'éloigne de ſon origine, s'altere ſans ceſſe & finit bientôt totalement. Il eſt clair que tout cela n'a rien de commun avec les courants immenſes, permanents, inaltérables, que l'on ſuppoſe aux cometes au travers du grand tourbillon ſolaire.

Les courants maritimes ne different de ceux des lacs & des rivieres, que du plus au moins : ils ont peu d'étendue ; leur mouvement s'affoiblit & ſe détruit en ſe communiquant ; ils ont une cauſe phyſique qui leur donne naiſſance ; ils ceſſent d'exiſter, dès que cette cauſe ceſſe de les produire. Pour que les courants maritimes puſſent fonder les courants qu'on imagine en faveur des cometes ; il faudroit que ces courants maritimes fiſſent leur révolution conſtante & périodique au ſein des mers, d'orient en occident, du midi au nord, dans toutes ſortes de directions, ſans détruire & ſans altérer leur mouvement ; mouvement alternativement accéléré & retardé, mais toujours ſemblable à lui-même, & n'ayant d'autre cauſe & d'autre principe de ſon exiſtence ou de ſa permanence, que lui-même.

V°. Quelle rêverie, quelle chimere, quelle abſurdité n'a pas eu quelques partiſans ? Il eſt évident qu'il n'y auroit rien de certain chez les hommes, ſi la certitude étoit fondée, non ſur l'évidence intrinſeque ou extrinſeque des choſes, mais ſur l'unanimité des jugements humains (1205). Nous avons lu & médité les principaux ouvrages qui ont tenté de concilier la théorie des cometes avec l'hypotheſe des tourbillons ; & après un examen ſans prévention & ſans par-

tialité, il nous a paru que ces ouvrages, plus ou moins ingénieux, ne renferment que des ſuppoſitions arbitraires & diſcordantes, toutes inconciliables avec les loix & avec les phénomenes de la nature, toutes incapables de remplir leur objet, de perſuader un lecteur judicieux, de rendre probable ou ſoutenable le ruineux ſyſtême des tourbillons.

Les plus célebres partiſans de l'opinion ſurannée qui faiſoit conſiſter les cometes dans des globes ignés d'une exiſtence paſſagere, conviennent aujourd'hui que les cometes ont des *retours périodiques* qu'on peut prévoir & prédire, comme on prédit les éclipſes. Mais ils prétendent que ces cometes, loin d'être des globes opaques aſſez ſemblables à nos planetes (1204), ne ſont que des *feux électriques*, occaſionnés par la preſſion & par le frottement des différents tourbillons entre eux : que le tourbillon de vénus & de la terre, par exemple, quand ces deux planetes ſe trouvent à la fois périhélies, dans leur plus grande vîteſſe & dans leur canal le plus étroit, doivent s'électriſer plus fortement, & produire des feux électriques plus ou moins volumineux, plus ou moins durables, qui, voiturés par des courants directs ou rétrogrades, feront des cometes rétrogrades ou directes. Quelle rêverie ! Nous croirions manquer à nos lecteurs, ſi nous nous arrêtions ici à la réfuter ſérieuſement. On cite, pour l'appuyer, des obſervations plus que ſuſpectes, qui atteſtent qu'on a vu une planete ſe diviſer en deux parties ; jetter un grand feu très-lumineux ; & s'évanouir ſans retour en un inſtant. Mais ſi cette obſervation eſt réelle, il eſt plus que vraiſemblable que l'obſervateur, dans un

tems où régnoit encore l'opinion d'Ariſtote, & où l'on donnoit très-peu d'attention aux cometes, aura pris pour une comete quelqu'un de nos météores ignés, quelqu'un de nos globes de feu (1100): car les vraies cometes ne ſont pas plus ſujettes à ſe diviſer & à ſe détruire, que nos planetes elles-mêmes.

1402. OBJECTION III. Les eſpaces céleſtes ſont remplis d'une immenſe quantité de matiere lumineuſe: car en quelque point du ciel qu'on ſuppoſe un œil placé, cet œil en recevra une impreſſion ſenſible qui lui tracera l'image du ſoleil. Or cette immenſe quantité de matiere lumineuſe, qui exiſte évidemment dans les eſpaces céleſtes, n'eſt autre choſe que l'éther carthéſien: donc l'éther carthéſien exiſte.

RÉPONSE. La lumiere répandue dans les eſpaces céleſtes, n'a rien de commun avec le plein de Deſcartes, n'a rien d'oppoſé aux vuides immenſes de Newton, n'a rien d'incompatible avec la liberté & la régularité des mouvements céleſtes: comme il eſt facile de le démontrer & de le faire ſentir.

I°. Cette lumiere n'a rien de commun avec les tourbillons de Deſcartes. Car les tourbillons de Deſcartes ſe meuvent dans une direction commune, à peu près parallele à une ſurface de ſphere: au lieu que cette lumiere ſe meut en ligne droite, en tout ſens, dans une direction parallele aux rayons d'une ſphere dont le ſoleil eſt le centre. Les tourbillons de Deſcartes conſervent toujours & par-tout la même denſité: au lieu que cette lumiere décroît en denſité, comme le quarré de la diſtance au point lumineux augmente. (898.)

II°. Cette lumiere n'a rien d'incompatible avec les grands vuides de Newton. Car quoique dans l'immenſité des cieux on ne puiſſe aſſigner aucun eſpace, où un œil placé ne reçoive un nombre de rayons capable de lui tracer l'image plus ou moins grande, plus ou moins ſenſible du ſoleil & des différentes étoiles; il ne s'enſuit pas delà qu'il y ait une bien grande quantité de matiere dans les eſpaces céleſtes. Pour concevoir comment ces infiniment petits jets de lumiere, qui ſe croiſent & s'entre-coupent en mille & mille ſens dans chaque point ſenſible des eſpaces céleſtes, ne détruiſent point les vuides immenſes de Newton; il faut ſe rappeller ici ce qui a été dit ailleurs, & ſur la diviſion, & ſur la diviſibilité de la matiere. En parlant de cette diviſion & de cette diviſibilité de la matiere, nous avons fait voir par une foule d'expériences, que la matiere eſt diviſée au-delà de tout ce que notre imagination peut concevoir: nous avons fait voir par le raiſonnement, que la diviſibilité de la matiere n'a point de bornes aſſignables; & qu'une portion quelconque de matiere, par exemple un grain de ſable ou une aile de mouche, diviſée & ſubdiviſée à volonté en molécules toujours plus petites, peut être diſtribuée dans un eſpace d'une grandeur quelconque, dans tout l'eſpace qui ſépare le ſoleil & les étoiles; en telle ſorte que les vuides qui reſteront dans cet eſpace, entre une molécule & la molécule voiſine, ſoient moindres chacun qu'un millionieme, qu'un cent millionieme de ligne. (61.)

Que l'on ſuppoſe la matiere lumineuſe ainſi diviſée, ainſi atténuée, comme elle l'eſt en effet

(41); & l'on concevra ſans peine comment elle peut être répandue dans tous les points ſenſibles de l'immenſité des cieux, ſans nuire aux grands vuides de Newton : puiſqu'une quantité de matiere lumineuſe, égale en maſſe à un grain de ſable ou à une aile de mouche, peut être diviſée en des portions & en des molécules ſi petites, qu'on en pourra ſuppoſer pluſieurs dans chaque point ſenſible de l'immenſité des cieux, ſans que la ſomme de toutes ces parties réunies ou diſperſées ceſſe d'être une quantité égale à un grain de ſable ou à une aile de mouche; quantité évidemment nulle en comparaiſon de l'immenſité de l'eſpace qui reſte vuide de toute part autour de ce nombre comme infini de molécules répandues par-tout dans ſon ſein.

III°. Cette lumiere n'a rien d'incompatible avec la liberté & avec la régularité des mouvements céleſtes. Car en premier lieu, la maſſe ou la quantité de cette lumiere infiniment diviſée & atténuée, eſt comme nulle à chaque inſtant, en comparaiſon de la maſſe des globes céleſtes qu'elle heurte : elle ne peut donc leur oppoſer à chaque inſtant qu'un obſtacle infiniment petit & inſenſible. En ſecond lieu, comme cette lumiere eſt une irradiation permanente, elle eſt toujours dardée du ſein du corps lumineux, dans la direction d'une infinité de rayons divergents d'une même ſphere : donc ſi à la longue elle eſt capable d'exercer quelque action ſenſible contre une planete qui fait ſa révolution & ſur ſon axe & autour du point rayonnant; cette action de la lumiere favoriſe le mouvement quelconque de la planete pendant un tems, préciſément autant qu'elle lui nuit dans un autre; & la ſomme

de mouvement reſté parfaitement la même dans la planete, qui ſe meut au ſein de cette lumiere immenſément raréfiée, comme elle ſe mouvroit dans un vuide parfait. Par exemple (*fig.* 10):

Soit la terre en P ſous la balance. Si l'impulſion du cône lumineux DSFP, étoit capable de pouſſer la terre vers la balance C; l'impulſion d'un autre cône lumineux DSFR, éloigneroit la terre de la balance, quand la terre ſeroit placée à l'oppoſite en R ſous le bélier. De même, ſi l'action de la lumiere ſolaire étoit capable de nuire au mouvement de rotation de la terre P dans la partie occcidentale de l'hémiſphere éclairé; cette même action de la lumiere favoriſeroit le mouvement de rotation de la terre dans la partie orientale de l'hémiſphere éclairé. La régularité & l'uniformité des mouvements des planetes & des cometes, ne peuvent donc en aucune façon imaginable, être altérés par l'infiniment petite quantité de matiere lumineuſe qui ſe meut en tout ſens en ligne droite à travers les eſpaces immenſes où les planetes & les cometes font leurs révolutions périodiques, & autour de leurs axes, & autour du ſoleil: puiſque cette lumiere ne peut altérer ni leur force projectile ni leur force centrale, d'où dépendent uniquement ces mouvements. (1285.)

1403. OBJECTION IV. Quelle richeſſe, quelle abondance, quelle grandeur dans les ouvrages du Créateur, dans l'hypotheſe du plein! Quelle pénurie, quelle petiteſſe dans ces mêmes ouvrages, dans l'hypotheſe des grands vuides! Selon Deſcartes, Dieu a créé un monde immenſe, un monde plein, un monde où tout eſt être. Selon Newton, Dieu n'a créé dans l'eſpace éternel

& infini comme lui (*Mét.* 127), que quelques petits points ſolides, ſéparés par des vuides immenſes; qu'un monde à peine comparable à un ſquélette décharné; qu'un ouvrage où l'être eſt infiniment petit, & le néant infiniment grand.

Réponse. L'ouvrage du Créateur eſt aſſez grand & aſſez magnifique par lui-même, pour n'avoir pas beſoin d'une fabuleuſe bourſouflure qui l'enrichiſſe & qui l'agrandiſſe. Dans l'eſpace éternel & infini, où rien n'exiſtoit que Dieu, la voix féconde du Tout-Puiſſant fit ſortir du néant un nombre immenſe de globes opaques ou lumineux, de différente nature & de différente grandeur. Il commanda aux *globes lumineux*, de rouler ſur leur axe & ſur eux-mêmes; de fermenter dans toute leur ſubſtance; & de darder inceſſamment de leur ſein en rayons divergents, dans l'eſpace vuide & increé, une matiere infiniment ſubtile, animée d'une inconcevable vîteſſe que rien ne détruit. Il commanda aux *globes opaques*, de rouler ſur leur axe & ſur eux-mêmes; de rouler encore en différents ſens autour d'un globe lumineux, en vertu d'un mouvement projectile & d'un mouvement centripete qu'il leur imprima (1283), & que rien ne détruit dans l'eſpace vuide & increé. Tel eſt dans ſa généralité, l'ouvrage du Créateur; ouvrage infiniment ſimple, infiniment grand, infiniment digne & de la ſageſſe & de la puiſſance de ſon auteur.

La brillante & féconde imagination de Deſcartes oſa entreprendre de remplir les vuides de cette admirable machine; oſa lui prêter une infinité de chimériques reſſorts, dont elle n'a pas beſoin, qui l'embarraſſent, qui ne peuvent

que

que la ruiner & la détruire. Le ſublime génie de Newton a fait main-baſſe ſur tous ces reſſors poſtiches, ſur tout cet échafaudage étranger à la nature; & a réduit l'Ouvrage du Créateur à n'être dans nos idées, que ce qu'il eſt en lui-même. Tel eſt l'honorable reproche qu'on oſe faire à Newton, dans un ouvrage qui eût rétabli le regne des tourbillons, ſi le génie pouvoit réaliſer la fable.

ARTICLE SECOND.

THÉORIE DE L'ATTRACTION.

L'ATTRACTION *réciproque* ou mutuelle des corps dans le vuide, tel eſt le fondement de toute la ſublime & profonde théorie de Newton ſur le mouvement des différents globes qui compoſent l'univers. Dans l'attraction, nous examinerons ſon exiſtence, ſes loix, ſon influence : trois objets dont l'expoſition & le développement va terminer cet ouvrage.

PARAGRAPHE PREMIER.

EXISTENCE DE L'ATTRACTION.

1404. DÉFINITION. L'*attraction* eſt une tendance permanente des corps les uns vers les autres ; un mouvement par lequel ils tendent ſans ceſſe à s'approcher les uns des autres : quelle que ſoit la cauſe de cette tendance ou de ce mouvement.

En vertu de cette *attraction mutuelle* des corps, attraction qu'on nomme aussi gravitation ou pesanteur, la lune tend sans cesse à s'approcher de la terre; & si rien ne s'opposoit à cette attraction ou à cette tendance de la lune vers la terre, la lune se précipiteroit avec un mouvement accéléré vers la terre, par une ligne droite menée du centre de la lune au centre de la terre.

En vertu de cette attraction mutuelle des corps, la terre tend aussi sans cesse vers la lune; & si rien ne s'opposoit à cette attraction ou à cette tendance de la terre vers la lune, la terre se porteroit sans cesse avec un mouvement accéléré vers la lune, par une ligne droite menée du centre de la terre au centre de la lune.

Il y a une semblable attraction entre la terre & le soleil, entre le soleil & la terre. Si rien ne s'opposoit à l'attraction mutuelle de ces deux globes, ils tendroient réciproquement l'un vers l'autre, par une ligne droite menée du centre du soleil au centre de la terre. On peut dire la même chose de l'attractiou réciproque entre la terre & mars, entre mars & la terre; & ainsi de tous les autres corps.

1405. DIVISION. L'attraction d'un corps à l'égard de l'autre, par exemple, de la terre à l'égard de la lune, est à la fois & active & passive.

I°. On nomme *attraction active* d'un corps, l'action qu'il exerce contre le corps attiré, le mouvement qu'il imprime vers soi au corps attiré. Par exemple, la terre a une vertu attractive à l'égard de la lune, en vertu de laquelle la terre fait naître dans la lune une tendance vers la terre. Cette action de la terre sur la

lune, ce mouvement imprimé à la lune par l'action de la terre, est l'attraction active de la terre à l'égard de la lune.

II°. On nomme *attraction passive* d'un corps, l'action qu'il essuie de la part du corps attractif, le mouvement qui tend à l'emporter vers le corps qui l'attire. Par exemple, la terre, en attirant la lune vers soi, est en même tems attirée par la lune vers le centre de la lune. Cette tendance de la terre vers la lune, ce mouvement vers la lune imprimé à la terre par l'action attractive de la lune, est l'attraction passive de la terre à l'égard de la lune.

On conçoit par là que la lune a aussi & son attraction active, par laquelle elle attire la terre; & son attraction passive, par laquelle elle est attirée vers la terre. On peut dire la même chose de deux autres corps quelconques, dont on compare entr'elles les attractions mutuelles & réciproques.

Nature & cause de l'attraction.

1406. OBSERVATION. L'unique chose qui révolte communément dans l'attraction, c'est la fausse idée qu'on se forme & de sa nature & de sa cause: éclaircissons ce double objet; & l'attraction n'aura plus rien qui puisse prévenir contre elle; qui puisse empêcher un amateur de la physique, d'examiner & d'apprécier paisiblement les preuves qui la fondent & qui l'établissent.

I°. Il ne faut point se figurer l'attraction active des corps, comme une qualité intrinseque à leur nature, comme une vertu active & effi-

cace de la matiere, comme une influence occulte des corps eux-mêmes, comme une force ou une action indépendante de l'action libre & permanente du Créateur. Envisager ainsi l'attraction des corps, ce seroit rendre à la physique la *chimere des qualités occultes*, dont l'a heureusement purgé la raison dans ces derniers siecles.

II°. Quelque parti qu'on prenne sur la cause occasionnelle de la gravitation des corps, soit qu'on l'attribue à l'impulsion avec Descartes, soit qu'on la fasse naître de l'attraction avec Newton; il est certain que le mouvement de gravitation a pour *cause efficiente*, non l'action même de la matiere, non l'action de quelque qualité créée inhérente à la matiere, mais l'action efficace & permanente du Créateur, unique cause efficiente de tout mouvement dans la nature (76). Descartes & Newton n'ont aucun différend sur cet objet: ils conviennent l'un & l'autre, & tous leurs sectateurs conviennent de concert avec eux de part & d'autre, que la gravitation des corps, ainsi que tout autre mouvement de la nature, a pour cause efficiente l'action permanente du Créateur : mais ils ne s'accordent pas de même sur la cause occasionnelle de ce mouvement de gravitation.

Descartes prétend que la gravitation des corps a pour cause occasionnelle, l'*impulsion d'une matiere*; ou que le Créateur n'imprime aux corps ce mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, qu'à l'occasion du contact, du choc, de l'impulsion d'une matiere élancée contre ces corps. Newton prétend au contraire, que la gravitation des corps a pour cause occasionnelle, non l'impulsion d'aucune matiere quelconque,

mais *la ſimple co-exiſtence de ces corps ;* ou que le Créateur imprime à tous les corps co-exiſtants, ſoit dans le vuide, ſoit hors du vuide, un mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, ſelon certaines loix, ſans qu'aucun contact, qu'aucun choc, qu'aucune impulſion lui en fourniſſe l'occaſion.

III°. Quelle eſt donc, dans le ſyſtême newtonien, la cauſe occaſionnelle qui engage le Créateur à imprimer & à conſerver perſévéramment aux corps, ce mouvement qui les fait tendre les uns vers les autres, & que nous nommons indifféremment attraction, peſanteur, gravitation? La cauſe occaſionnelle de ce mouvement de gravitation, eſt une *loi primitive de la nature*, ou une volonté efficace & permanente du Créateur, lequel a voulu & décerné que tous les corps co-exiſtans autour du ſoleil, euſſent une tendance réciproque & permanente les uns vers les autres. La ſimple co-exiſtence de ces corps, ſans le ſecours d'aucune impulſion reçue dans ces corps, ſuffit au Créateur pour l'engager, conformément à la loi par lui établie, à produire perſévéramment dans ces corps, le mouvement qui les porte ſans ceſſe les uns vers les autres. Telle eſt, ſelon Newton, la cauſe occaſionnelle de l'attraction mutuelle des corps dans la nature.

PROPOSITION FONDAMENTALE.

1407. *L'attraction exiſte : l'attraction eſt une loi générale de la nature.*

DÉMONSTRATION. I°. L'attraction, ou la peſanteur ou la gravitation, n'eſt autre choſe

qu'une *tendance permanente* des corps les uns vers les autres, vers certains centres communs: or une telle tendance existe évidemment dans les planetes & dans les cometes à l'égard du soleil, dans les satellites à l'égard de leur planete principale : donc l'attraction existe évidemment & se manifeste également dans ces différents corps.

II°. Cette *tendance permanente* des globes célestes vers le centre de leur mouvement, n'a point pour cause l'impulsion d'une matiere qui les heurte & qui les presse vers ce centre de leur mouvement ; puisque ces corps se meuvent incontestablement dans des espaces vuides (1399); dans des espaces où il n'y a aucune matiere propre à leur imprimer une impulsion sensible & efficace; dans des espaces où la seule matiere qui puisse les heurter, la matiere lumineuse, tendroit plutôt à les éloigner du centre vers lequel ils gravitent, du centre du soleil. Donc il y a dans ces corps une *attraction indépendante de l'impulsion*, une attraction qui n'a pour cause occasionnelle que leur co-existence & la loi primitive du Créateur, une attraction telle que l'admet Newton.

III°. L'ensemble de ces différents corps, des planetes & des cometes, forme toute la nature soumise à nos observations en ce genre : donc toute la nature soumise à nos observations, est assujettie à l'attraction. Donc, par un jugement d'analogie, on doit présumer le même regne de l'attraction, dans la partie de la nature qui échappe à nos observations; par exemple, dans les cometes encore inconnues, à l'égard de notre soleil ; dans les planetes & dans les cometes qui vraisemblablement font leurs révolutions au-

tour des différentes étoiles. Donc l'attraction est une loi générale de la nature. C. Q. F. D.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1408. OBJECTION I. L'attraction, sous quelques belles couleurs qu'on la montre, n'est au fond qu'une qualité occulte, qu'un principe douteux, qu'un être obscur & inconcevable, qu'une cause abstraite & sans aucune influence physique. Un systême de physique qui a pour base l'attraction, est donc un systême très-peu philosophique.

RÉPONSE. I°. Nous avons déja observé, & il est facile de faire sentir que l'attraction n'a rien de commun avec les *qualités occultes* du péripatétisme, qualités qu'on ne peut ni concevoir, ni définir : puisque l'attraction se conçoit & se définit très-lumineusement. L'attraction est un mouvement imprimé par le Créateur à deux corps l'un vers l'autre : l'occasion de ce mouvement est la co-existence de ces deux corps : l'effet de ce mouvement est de rapprocher sans cesse ces deux corps l'un de l'autre, ou de s'opposer à quelque mouvement qui tendroit à les éloigner l'un de l'autre. Quelle obscurité peut-on trouver & dans ces idées & dans l'objet de ces idées ? Il est donc absurde de reprocher un vice d'obscurité, à un principe où tout est lumiere.

II°. Un principe qui s'annonce persévéramment par ses effets dans toute la nature exposée à nos observations, n'est point un principe dont l'existence puisse être révoquée en doute : or telle est évidemment l'attraction générale des corps. Nous voyons les corps célestes, les planetes &

les cometes, tendre perſévéramment vers le centre de leur mouvement : nous voyons les corps terreſtres tendre toujours & par-tout vers le centre de la terre. Ces effets annoncent évidemment l'exiſtence d'une cauſe : nous avons démontré que cette cauſe n'eſt point l'impulſion : d'où il réſulte que cette cauſe ne peut être que l'attraction. L'attraction n'eſt donc point un principe équivoque & douteux.

De la nature & des loix de l'attraction découle l'explication de preſque tous les grands phénomenes de la nature : l'explication de ces mêmes phénomenes ne peut découler de l'impulſion ; quel préjugé, ou plutôt quelle démonſtration en faveur de l'attraction, telle que nous l'avons déja montrée, & telle que nous la montrerons dans la ſuite de cet ouvrage ! Peut-on, ſans une prévention plus qu'aveugle, ne pas voir l'exiſtence de l'attraction, dans la ſimple convenance de l'attraction avec le méchaniſme général de l'univers ? En découvrant le principe de l'attraction, Newton a fourni à la phyſique un fil ſecourable, qui la conduit avec toute la certitude & toute la préciſion poſſibles, dans le dédale de la nature ; un flambeau lumineux, qui éclaire ſa marche, qui lui dévoile avec la plus parfaite exactitude les phénomenes avant l'obſervation ; une regle ſûre & infaillible, qui ſoumet toute la théorie du ciel à la rigueur du calcul le plus précis, en telle ſorte que les obſervations les plus ſoigneuſes & les plus exactes ne donnent pas des réſultats plus juſtes & plus conformes aux phénomenes. Si malgré tout cela l'attraction peut encore être regardée comme un principe équivoque & douteux, quel principe pourra

être regardé comme certain dans la physique?

III°. Que veut-on dire, quand on reproche à l'attraction d'être une cause abstraite? L'attraction, ainsi que la vîtesse, ainsi que l'étendue, ainsi que l'impulsion, ainsi que toute autre cause physique, peut être envisagée dans un état d'abstraction: s'ensuit-il delà que l'attraction ne soit qu'un être imaginaire? Non sans doute: sans quoi il s'ensuivroit également delà, que la vîtesse, que l'étendue, que l'impulsion, que toutes les causes physiques, ne sont que des êtres imaginaires; ce qui est une absurdité manifeste.

IV°. S'entend-on beaucoup mieux, quand on accuse l'attraction de n'être pas une cause méchanique, un principe d'une influence physique? Je dis que l'attraction est une cause aussi méchanique, un principe aussi physique, que l'impulsion. Car en quoi consiste le *méchanisme de l'impulsion*, selon Descartes, selon Malebranche, selon Privat de Moliere, selon tous les carthésiens anciens & modernes? En ce que, à l'occasion du choc entre deux corps, Dieu produit dans le corps choqué, une quantité de mouvement égale à celle que perd le corps choquant. En quoi consiste le *méchanisme de l'attraction*, selon Newton & selon presque tous ses sectateurs? En ce que, à l'occasion de la co-existence de deux corps, Dieu produit dans eux une certaine quantité de mouvement qui les fait tendre l'un vers l'autre. Comme le choc n'est point la cause efficiente, mais simplement la cause occasionnelle, du mouvement produit dans l'impulsion; de même la co-existence n'est point la cause efficiente, mais simplement la cause occasionnelle, du mouvement produit dans l'attrac-

tion. D'où il résulte, ou que l'impulsion n'est point une cause physique & méchanique; ou que l'attraction est une cause tout aussi physique & tout aussi méchanique.

V°. Il est facile d'adapter les mêmes réponses à de semblables objections qu'on pourroit faire contre les affinités chymiques ou l'attraction spéciale des corps; attraction dont la nature est susceptible d'une définition très-lumineuse; attraction dont l'existence se fait sentir dans mille & mille phénomenes (93); attraction dont le méchanisme consiste en derniere analyse, dans une tendance réciproque entre certains corps, occasionnée par la contiguité plus ou moins parfaite de ces corps, & produite par l'action du Créateur, seule cause efficiente de tout mouvement, seul exécuteur de toutes les loix par lui établies dans la nature.

1409. OBJECTION II. Quelle différence sensible entre le méchanisme qui se montre dans l'impulsion, & le prétendu méchanisme qu'on imagine dans l'attraction! Le premier est un méchanisme fondé sur la nature du mouvement, qui tend à subsister toujours en même somme; sur la nature de la matiere, qui étant mobile & impénétrable, doit se mouvoir & se déplacer, pour ne pas détruire le mouvement du corps frappant; sur la nature de la plupart des corps, qui étant destinés à se former & à se détruire par l'acquisition & par la déperdition continuelle d'une foule de différentes substances, exigeoient une impulsion entre ces substances différentes. Le second au contraire est un méchanisme qui n'est fondé ni sur la nature du mouvement, ni sur la nature de la matiere, ni sur la

nature des corps ; un méchaniſme obſcur & ténébreux, qui ne porte que ſur une volonté arbitraire du Créateur, & où tout ſe réduit à dire très-peu philoſophiquement, que les corps s'attirent parce qu'il a plu à l'Auteur de la nature qu'ils s'attiraſſent ainſi.

RÉPONSE. Dès-lors que l'on convient de part & d'autre, comme en conviennent les carthéſiens & les newtoniens, que le mouvement n'eſt point l'abſurde effet d'une qualité occulte de la matiere ; que *tout mouvement a pour cauſe efficiente l'action du Créateur*, ſeul auteur & moteur & conſervateur de la nature ; comment peut-on trouver un méchaniſme ſi différent entre l'impulſion & l'attraction ? La cauſe efficiente du mouvement d'impulſion & du mouvement d'attraction, eſt la même. La cauſe déterminatrice de ce double mouvement, eſt la volonté primitive & toujours ſubſiſtante du Créateur, qui a librement établi la loi d'impulſion & la loi d'attraction ; la premiere à l'occaſion du choc des corps ; la ſeconde à l'occaſion de la co-exiſtence des mêmes corps. Où eſt donc la différence frappante de méchaniſme entre l'impulſion & l'attraction ! Il faut avouer, ou qu'il n'y a point de méchaniſme dans l'impulſion ; ou qu'un ſemblable méchaniſme exiſte dans l'attraction.

I°. Le *mouvement d'impulſion*, ne doit rien eſſentiellement, ni à ſa nature, ni à la nature de la matiere, ni à la nature des corps : il doit tout uniquement à la volonté du Créateur, qui a librement porté telles loix de mouvement, relatives à l'ordre qu'il lui a plu d'établir dans la nature. Pourquoi, par exemple, un corps ſans reſſort ne peut-il heurter un autre

corps ſans reſſort, ſans lui communiquer la moitié de ſon mouvement, ſi les maſſes ſont égales; ſans lui communiquer les deux tiers de ſon mouvement, ſi le corps choqué eſt double en maſſe? Pourquoi un corps à reſſort ne peut-il heurter un autre corps à reſſort, ſans perdre tout ſon mouvement, ſi les maſſes ſont égales; ſans rétrograder, ſi la maſſe heurtée eſt plus grande? Il eſt clair qu'on ne peut donner d'autre raiſon phyſique de ces phénomenes d'impulſion, que la volonté primitive du Créateur. Il eſt clair que l'Auteur de la nature, qui a librement établi telles loix de choc entre les corps, auroit pu établir des loix toutes différentes; auroit pu décerner, par exemple, qu'après le choc, les deux corps, ou s'arrêteroient totalement l'un & l'autre, ou ſe mouvroient l'un & l'autre dans le même ſens avec la vîteſſe primitive, ou rétrograderoient l'un & l'autre avec des vîteſſes égales ou inégales à la vîteſſe primitive. Il n'y a donc dans l'impulſion, ainſi que dans l'attraction, d'autre méchaniſme phyſique, que celui qu'y met & l'action & la loi de l'Auteur & du Moteur de la nature.

II°. Si l'ordre de la nature, ſi l'éternel renouvellement des êtres, exigeoit une *loi d'impulſion*; ce même ordre de la nature, ce même renouvellement des êtres, exigeoit-il moins une *loi d'attraction*? Eſt-il démontré que l'attraction joue un moins brillant rôle dans la nature, que l'impulſion? Il eſt démontré d'abord que la ſeule attraction, ſans le ſecours d'aucune impulſion, ſoumet à des mouvements éternellement périodiques & réguliers, les globes céleſtes au ſein du vuide immenſe. Il eſt certain enſuite que ſi

l'impulſion influe pour beaucoup dans l'action qui anime, qui vivifie, qui éterniſe la nature des êtres autour de nous; l'attraction, ſoit générale, ſoit ſpéciale, a auſſi une influence très-ſenſible & très-frappante dans cette même action de la nature & dans les phénomenes qui en découlent : comme nous l'avons fait remarquer en différents endroits, dans le premier traité de cet ouvrage. (93, 220, 228, 241.)

III°. Si la ſeule impulſion ſuffiſoit pour rendre raiſon de tous les phénomenes de la nature, l'attraction devroit être rejettée comme une cauſe inutile, comme une cauſe dont rien ne prouveroit l'exiſtence. Mais l'impulſion ne pouvant avoir lieu dans les eſpaces céleſtes où ne ſe trouve aucune matiere impulſive; mais l'impulſion ne pouvant ſe concilier avec une infinité de phénomenes que nous obſervons en petit dans les opérations chymiques, & qui ſe montrent en grand dans la formation & dans la décompoſition de preſque tous les corps terreſtres; pourquoi refuſer d'aſſocier à l'impulſion, une cauſe qui par ſes effets conſtants & permanents annonce ſon exiſtence & ſon influence dans toute la nature ?

IV°. Si on fait un crime au Newtonianiſme, d'attribuer le mouvement des corps qui s'attirent, à l'action du Créateur; on peut faire le même reproche au Carthéſianiſme, qui attribue également le mouvement de deux corps qui ſe choquent,non à quelque qualité ou vertu occulte de la matiere, ſelon l'antique préjugé qui n'exiſte plus que dans les idées de l'Ignorance, mais à l'action efficace & permanente de l'Auteur de la nature.

Mais un tel reproche ne peut raiſonnablement avoir lieu, ni contre Deſcartes, ni contre Newton. Quelque parti que l'on prenne entre ces deux grands hommes, entre ces deux reſtaurateurs de la philoſophie, on eſt forcé de reconnoître & un premier auteur & un éternel conſervateur de la nature, qui ſeul a établi & qui ſeul effectue les loix de mouvement qu'il lui a librement données. Une phyſique dans laquelle on ne ſuppoſeroit point de Dieu, ou dans laquelle on ne ſuppoſeroit qu'un Dieu oiſif & ſans action, ſeroit une phyſique plus digne d'un ſtupide épicurien, que d'un philoſophe éclairé.

V°. Attribuer à l'action du Créateur, le moument des corps qui ſe heurtent ou qui s'attirent, ce n'eſt point détruire le méchaniſme de l'impulſion ou de l'attraction: ce n'eſt point réduire la phyſique à dire ſimplement que tel phénomene arrive, parce que Dieu le produit; comme l'ignorance ou la prévention le reprochent quelquefois à Deſcartes & à Newton, c'eſt-à-dire, aux deux princes de la philoſophie moderne, aux deux maîtres du monde philoſophe.

Que l'on demande à un newtonien, par exemple, pourquoi les graves accélerent leur mouvement ſelon la ſuite des nombres impairs (366), en tombant librement & ſans aucun obſtacle vers leur centre! Il ne répondra pas ſtupidement que ce mouvement s'accélere ainſi, parce que Dieu le veut : mais il répondra que ce phénomene eſt une *dépendance de la loi d'attraction ;* qu'étant donnée cette loi générale & primitive, qu'a fait découvrir & connoître l'obſervation des mouvements céleſtes, le phénomene de l'accélération des graves doit arriver

tel qu'on l'obſerve. Une telle réponſe eſt évidemment une réponſe très-digne d'un phyſicien : car en quoi conſiſte & en quoi peut conſiſter la phyſique, ſinon à obſerver à quelles loix générales & primitives eſt ſoumiſe la nature, & quelle influence peuvent & doivent avoir ces loix dans telles & telles circonſtances?

Pour ce qui concerne ces loix générales & primitives de la nature, il ſeroit évidemment abſurde d'en demander aucune explication phyſique, d'en chercher aucune cauſe ultérieure : puiſque par la ſuppoſition, ces loix ſont la cauſe générale & primitive de tous les effets de la nature; & qu'il eſt évident qu'on ne peut & qu'on ne doit donner aucune raiſon des loix & des cauſes primitives de la nature, ſinon la *volonté libre & toujours ſubſiſtante du Créateur*, lequel ayant voulu & décerné un tel ordre de choſes dans la nature, a dû néceſſairement établir quelques cauſes primitives, quelques cauſes indépendantes de toute cauſe ultérieure, pour mouvoir & pour animer la nature conformément à ſes vues & à ſes deſſeins.

1410. OBJECTION III. Newton n'a admis l'attraction, que comme une hypotheſe propre à rendre raiſon des phénomenes; que comme une théorie, d'où l'on déduit facilement par le calcul, tous les mouvements des corps céleſtes : pourquoi réaliſer une hypotheſe, une théorie, que n'a point réaliſé ſon auteur?

RÉPONSE. I°. Il importe très-peu de ſavoir quelle idée Newton avoit de l'attraction : puiſque ce n'eſt point ſur ſon autorité, que nous en établiſſons l'exiſtence & la réalité. Ce qu'il importe uniquement de ſavoir ſur cet objet, c'eſt

quelle idée doit nous en donner l'obſervation de la nature, expoſée à nos regards, comme à ceux de Newton. Or l'obſervation de la nature nous démontre que l'impulſion n'eſt point l'unique cauſe primitive de ſon action ; & qu'à l'impulſion il faut néceſſairement aſſocier une autre cauſe primitive, ſavoir, l'attraction : donc l'exiſtence & la réalité de l'attraction eſt auſſi démontrée, que l'exiſtence & la réalité de l'impulſion.

II°. De l'aveu de tous les phyſiciens & de tous les aſtronomes, carthéſiens ou newtoniens, l'hypotheſe de l'attraction quadre parfaitement avec tous les grands phénomenes de la nature, avec toutes leurs dépendances, avec toutes leurs particularités, avec toutes leurs apparentes irrégularités. Comment pourroit-il ſe faire qu'une hypotheſe qui eſt en tout l'image & l'expreſſion de la nature, ne fût pas une réalité dans la nature ? Soupçonner après tout cela l'attraction de n'être qu'une vaine ſuppoſition, ce ſeroit donner droit de former le même ſoupçon ſur l'impulſion ; ſoupçon qui ſeroit évidemment déraiſonnable & abſurde. Auſſi Newton, dans ſa théorie de l'attraction, déclare qu'il ne fait point de ſyſtême, qu'il ne travaille point ſur une hypotheſe ; *& ego hypotheſim non fingo* : ſans doute parce qu'il étoit perſuadé que cette théorie n'étoit autre choſe que la théorie même de la nature.



PARAGRAPHE

PARAGRAPHE SECOND.

LOIX DE L'ATTRACTION.

1411. LOI I. *L'attraction active & passive des corps, est réciproque : ou tout corps attire le corps par lequel il est attiré.*

DÉMONSTRATION. Soient, par exemple, la terre & la lune, placées à une grande distance l'une de l'autre dans le vuide immense des cieux (1398). Nous avons à prouver que la terre exerce une attraction sur la lune ; & la lune, une attraction sur la terre.

I°. Il est certain que la lune & toutes les parties de la lune ont une tendance permanente vers le centre de la terre : puisqu'il n'y a aucune autre cause qui puisse captiver & retenir la lune dans son orbite ; qui puisse infléchir sans cesse son mouvement, & l'empêcher de s'effectuer à chaque instant dans la direction de la tangente à sa courbe, selon l'exigence naturelle du mouvement (308). Or, cette tendance ou cette gravitation de la terre, n'a & ne peut avoir pour cause dans le vuide des espaces célestes, que l'attraction active de la terre : donc *la terre exerce une attraction active sur la lune.*

II°. Il n'est pas moins certain que les différentes parties de la lune ont une tendance permanente vers le centre de la lune : sans quoi, tandis que la lune tourne sur son centre & sur son axe en un mois (1243) ; toutes les parties qui composent sa surface & qui sont détachées de cette surface, telles que les eaux, les sables, l'air, &

autres ſubſtances ſemblables, s'échapperoient néceſſairement par la tangente à ſa courbe de rotation, en vertu de la force centrifuge que leur donne ce mouvement de rotation. Or cette tendance ou cette gravitation des parties de la lune vers le centre de cet aſtre, n'a & ne peut avoir pour cauſe dans le vuide des eſpaces céleſtes, que l'attraction active de la lune elle-même : donc *la lune exerce une attraction active ſur ſes différentes parties.*

Mais ſi cette attraction active de la lune s'étend depuis ſon centre juſqu'à ſa ſurface, pourquoi ne s'étendroit-elle pas avec plus ou moins de force juſqu'à la terre, qui dans ce cas ſouffrira une attraction paſſive de la part de la lune ; & alors *la terre ſera attirée par la lune*, ainſi que la lune eſt attirée par la terre ?

L'attraction active de la terre ne ſe borne pas à empêcher que les mers, que les rivieres, que toutes les parties détachées de la ſurface terreſtre, que toute la maſſe de l'athmoſphere, ne s'échappent par la tangente, en vertu de la force centrifuge que leur imprime la révolution diurne de la terre autour de ſon axe: cette attraction de la terre étend ſon action décroiſſante juſqu'à la lune (1272), dont elle infléchit ſans ceſſe le mouvement vers le centre de la terre. Pourquoi l'attraction active de la lune ſeroit-elle reſtreinte à ſa ſphere & limitée dans ſa ſphere ? On ne peut aſſigner aucunes limites à l'action attractive de la terre : ſur quel principe & ſur quel fondement aſſigneroit-on des limites à l'action attractive de la lune ; attraction dont nous montrerons ailleurs des effets ſurprenants, dans le grand & permanent phénomene du flux

& du reflux de la mer ? Il résulte delà qu'il y a une attraction mutuelle & réciproque entre la terre & la lune : que la terre attire la lune, & est attirée par la lune ; & réciproquement.

III°. On peut appliquer la même théorie, au soleil & à une planete ou comete quelconque. Le soleil roule sur son axe (1181); & sa vertu attractive, qui captive & retient autour de son centre les différentes parties qui le composent, va captiver & retenir jupiter dans son orbite. Jupiter roule sur son axe (1181) : pourquoi la *vertu attractive de jupiter*, qui empêche toutes ses parties de céder à leur force centrifuge & de s'enfuir par la tangente, ne s'étendroit-elle pas hors de sa sphere & jusqu'au soleil ?

Et comme nous sommes forcés d'attribuer la même vertu attractive à tous les corps célestes, planetes ou cometes, sur lesquels nous pouvons faire des observations ; nous devons, par une induction ou par un jugement d'analogie que rien ne dément, la regarder comme appartenante à toute la matiere. Il faut donc reconnoître que l'attraction des corps est par-tout réciproque ; ou que tout corps attire le corps par lequel il est attiré. C. Q. F. D.

1412. LOI II. *L'attraction active, ou la force par laquelle un corps attire un autre corps, est proportionnelle à la masse du corps attirant.*

DÉMONSTRATION. L'attraction active des corps étant réciproque, il est clair qu'elle doit convenir à toutes les parties d'un corps ; il est clair que chaque partie doit avoir une attraction active qui lui soit propre. Donc la force attractive d'un corps doit être d'autant plus

grande ou d'autant plus petite, que ce corps a plus ou moins de parties attractives : donc la force attractive d'un corps doit être proportionnelle à sa masse. C. Q. F. D.

1413. COROLLAIRE. *Si deux corps, par exemple la terre & la lune, étoient livrés à l'unique force de leur attraction réciproque ; ils s'approcheroient l'un de l'autre, en parcourant des espaces qui seroient en raison inverse de leurs masses ; & le point où ils se rencontreroient, doit être regardé comme le centre commun de leur action attractive, relativement à un troisieme corps qui seroit attiré conjointement par les deux premiers.* (fig. 47.)

DÉMONSTRATION. I°. Soit la masse du corps A, égale à 10 ; la masse du corps B, égale à 1. Selon la démonstration précédente, le corps A exerce sur le corps B, une force attractive comme 10 ; tandis que le corps B n'exerce sur le corps A, qu'une force attractive comme 1. Donc les effets étant nécessairement comme les causes qui les produisent, le corps B se mouvra vers le corps A, avec une vîtesse comme 10 ; tandis que le corps A ne se mouvra vers le corps B, qu'avec une vîtesse comme 1. Donc les espaces parcourus seront en raison inverse des masses ; & ces deux corps, en tendant l'un vers l'autre, se rencontreront en un point C, dix fois plus près du corps A que du corps B.

II°. Si on suppose maintenant que le corps A & le corps B, immobiles chacun en leur place malgré leur attraction réciproque, attirent conjointement vers eux un troisieme corps D ; il est clair que ce corps D, livré à l'action de ces deux forces conspirantes, doit tendre vers l'une &

vers l'autre, en ſuivant la diagonale DC d'un parallélogramme conſtruit ſur la direction & ſur la proportion des deux forces qui agiſſent ſur lui (345). Ce corps D s'approchera donc d'autant plus du corps A, que le corps A a plus de maſſe & de vertu attractive que le corps B.

1414. LOI III. *L'attraction paſſive d'un corps, ou la quantité de mouvement que reçoit un corps en vertu de l'attraction active qu'il eſſuie, eſt proportionnelle à la maſſe du corps attiré.* (fig. 47.)

DÉMONSTRATION. L'attraction paſſive d'un corps n'eſt autre choſe que ſa gravitation ou ſa peſanteur : or la gravitation ou la peſanteur eſt proportionnelle à la maſſe du corps qui gravite. Car il conſte par les obſervations, que dans un eſpace libre, dans le vuide, tous les corps tombent avec une égale vîteſſe, en vertu de leur gravitation dont la cauſe phyſique eſt l'attraction active de la terre, laquelle n'imprime pas plus de vîteſſe à une plume qu'à une bombe, ou à une bombe qu'à une plume (245). Or les vîteſſes étant égales dans le vuide, où les attractions paſſives ſe montrent en liberté & ſans obſtacle ; il eſt clair que les quantités de mouvement dans différents corps, ſont entr'elles comme les maſſes de ces corps (273). D'où il réſulte que le corps B, par exemple, en vertu de ſon attraction paſſive proportionnelle à ſa maſſe, ſe mouvra vers le corps attirant A, avec une quantité de mouvement ou avec une force motrice comme 1, ſi la maſſe de ce corps B eſt comme 1 ; avec une force motrice comme 100, ſi la maſſe de ce même corps B eſt 100 fois plus grande que 1 ; & ainſi du reſte. C. Q. F. D.

1415. REMARQUE. En vain objecteroit-on contre cette troisieme loi d'attraction, qu'une bombe oppose à l'attraction active de la terre, une plus grande résistance, qu'une plume; & que par conséquent une plume devroit céder plus aisément à la force attractive, & se mouvoir avec plus de vîtesse qu'une bombe.

Objection frivole, & qui n'est fondée que sur une fausse supposition, qu'il est à propos de faire appercevoir. Prenons ici la terre, pour exemple général des corps attirants, ou des corps qui exercent une vertu attractive sur d'autres corps attirés. Dans le vuide, les corps attirés par la terre, par exemple une plume & une bombe, n'ont d'autre résistance à opposer à l'action attractive de la terre, que leur force d'inertie, force attachée & inhérente à chaque élément de matiere (287). Or cette force d'inertie, inhérente à chaque élément de matiere, est détruite dans chaque élément par l'attraction active de la masse entiere de la terre; attraction toute relative à chaque élément séparément pris, comme s'il existoit seul dans la plume ou dans la bombe dont il fait partie. Chaque élément du corps attiré, quel qu'en soit le nombre, gravite donc vers le corps attirant, par exemple vers le centre de la terre, avec une vîtesse proportionnée à la force attractive qu'exerce sur lui toute la masse du corps attirant: donc chaque élément du corps attiré, tend à se mouvoir vers le corps attirant, avec une égale vîtesse; soit que le corps attiré renferme une grande quantité d'éléments, soit qu'il n'en contienne qu'une quantité incomparablement moindre. Donc la force motrice du corps attiré ou gravitant, sera comme la somme de ses éléments, ou comme sa masse.

REGLE FONDAMENTALE, OU

1416. LOI IV. *L'attraction active & passive des corps, croît & décroît en raison inverse des quarrés des distances qui les séparent.*

DÉMONSTRATION. Nous avons observé ailleurs, que la pesanteur des corps est un peu plus grande vers les poles qu'en France, en France que vers l'équateur (251); immensément plus grande sur la surface de la terre, qu'à la distance de la lune; & nous avons démontré que cette pesanteur des corps, toujours moindre à mesure qu'ils sont plus éloignés de leur centre de gravitation, augmente & diminue toujours en raison inverse des quarrés de leur distance à ce centre de gravitation. (1272.)

Donc la gravitation ou la pesanteur des corps, qui n'est autre chose que l'*attraction passive* de ces corps, croît & décroît en raison inverse des quarrés de leurs distances. Donc l'*attraction active* des corps attirants, qui est l'unique cause à laquelle on puisse attribuer la gravitation ou la pesanteur des corps, croît & décroît aussi en raison inverse des quarrés des distances: sans quoi l'effet ne seroit pas proportionné à sa cause; & la cause, à son effet; ce qui est évidemment faux & absurde. C. Q. F. D.

REMARQUE. Depuis près d'un siecle, la loi que nous venons d'exposer & de démontrer, est reçue par tous les astronomes éclairés, newtoniens ou carthésiens, ou comme un *principe physique*, d'où émanent les grands phénomenes célestes; ou comme une *regle géométrique*, qui

quadre parfaitement avec ces phénomenes, ſans en être la cauſe : nous l'admettons à la fois, & comme principe phyſique, & comme regle géométrique.

I°. Quelques philoſophes, pour ſe former une idée ſenſible de cette force attractive, toujours croiſſante & décroiſſante en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, conſiderent le corps attirant, comme dardant de ſon ſein un *torrent de matiere attractive*, en forme d'irradiation permanente. Dans cette ſuppoſition, il eſt clair que la force attractive devroit croître & décroître en raiſon inverſe des quarrés des diſtances : puiſque le corps attiré, toujours plongé dans cette ſphere indéfinie d'attraction, ſeroit en priſe à une quantité de matiere attractive dont la denſité & l'action ſeroit toujours évidemment en raiſon inverſe des quarrés de ſa diſtance au centre d'irradiation. (898.)

Quoique cette ſuppoſition ſoit totalement fabuleuſe ; quoique le corps attirant ne darde de ſon ſein aucun torrent, aucune irradiation de matiere attractive ; il eſt évident que l'Auteur de la nature a pu décerner que l'attraction active & paſſive des corps, ſuivît la même proportion ; ou qu'elle crût & décrût en raiſon inverſe du quarré de la diſtance interceptée entre les centres du corps attiré & du corps attirant. Or tel eſt le phénomene, telle eſt la modification, que les obſervations ont fait découvrir dans la loi d'attraction (1273) ; loi générale, qui ſe montre toujours & par-tout la même, dans tous les corps où nous pouvons l'obſerver ; & qu'un jugement d'analogie le mieux fondé nous autoriſe à ſuppoſer dans les corps qui ſe refuſent à nos obſervations.

II°. D'autres philosophes, qui n'aiment pas les découvertes d'outre-mer, comme si la vérité pouvoit être étrangere à aucun pays, ont osé dire dans ces derniers tems, que la loi d'attraction en raison directe des masses & en raison inverse des quarrés des distances, est une *loi arbitrairement supposée*, & non une loi solidement établie & démontrée : que cette loi ne peut être établie & vérifiée, que dans la supposition où nous connoîtrions assez bien les distances des planetes au soleil ; & que ces distances nous sont encore inconnues : que parmi les différentes distances des globes errants autour du soleil, la mieux connue est sans contredit la moyenne distance de la terre à cet astre ; & que cette moyenne distance de la terre au soleil varie, chez les différents astronomes, depuis deux millions jusqu'à cinquante millions de lieues.

Rien n'est moins solide & plus mal fondé, que le reproche qu'on fait ici à l'attraction newtoniene. D'abord, il est faux que la loi d'attraction soit une loi arbitrairement supposée : puisqu'elle est établie & démontrée, relativement aux corps qui gravitent vers le centre de la terre, par la théorie géométrique du sinus verse d'un arc pris dans l'orbite de la lune (1272), planete dont la distance à la terre est assez bien connue (1220). Après une telle découverte, rigoureusement démontrée, pourquoi ne seroit-on pas solidement fondé à supposer la même loi d'attraction dans les différents globes qui font leurs révolutions autour du soleil, comme la lune fait ses révolutions autour de la lune? Qu'aura-t-on de connu & de certain dans la physique, si l'on en bannit le jugement d'analogie sur lequel elle est toute

fondée (*Mét.* 135) ? Enſuite, quelles que ſoient les diſtances des planetes au ſoleil ; il conſte par les obſervations aſtronomiques des deux ou trois derniers ſiecles, que les planetes font leurs révolutions autour du ſoleil en telle ſorte que les quarrés de leurs tems périodiques ſont entr'eux comme les cubes de leurs diſtances : or de cette obſervation il réſulte, d'après la géométrique théorie du mouvement, que ces planetes ſont animées chacune d'une force centripete vers le ſoleil en raiſon inverſe des quarrés de leurs rayons vecteurs (1261 & 1304) : donc encore une fois, la loi d'attraction n'eſt pas une loi ſuppoſée, mais une loi démontrée : donc l'incertitude qu'il peut y avoir ſur la grandeur préciſe des diſtances des planetes au ſoleil, ne rend pas incertaine la loi d'attraction qui eſt démontrée indépendamment de la connoiſſance préciſe de ces diſtances. Enfin, s'il y a eu un tems où la diſtance moyenne de la terre au ſoleil, de laquelle on doit déduire toutes les autres diſtances moyennes (1263), étoit très-mal connue des aſtronomes ; aujourd'hui cette moyenne diſtance de la terre au ſoleil eſt connue avec la plus grande exactitude qu'on puiſſe jamais attendre en ce genre : que l'on cherche donc cette moyenne diſtance, par le moyen de la parallaxe de 8 ſecondes & demie, ou de 8 ſecondes & 42 tierces (1221) ; & après l'avoir trouvée, après l'avoir confrontée avec la diſtance & la courbe des différentes planetes (1273), on ceſſera de vouloir répandre ſur la loi d'attraction, un ridicule abſurde dont elle n'eſt pas ſuſceptible, & qui ſe réfléchit toujours inévitablement vers la ſource d'où il eſt parti. (39.)

Frivoles expériences qu'on oppose à cette loi, ou

1417. OBJECTION. Quoi ! on ose encore montrer au jour, l'*attraction en raison inverse des quarrés des distances ;* depuis que tout le monde sait qu'elle a été ensevelie pour jamais au pied & au sommet des Alpes, sous une foule d'expériences également sensibles & décisives (*), qui feront époque dans la physique ! Ignore-t-on que de deux pendules à secondes, parfaitement correspondantes & exactes, celle qui a été placée au sommet de la montagne, a toujours avancé sur celle qui étoit placée au pied ; & que le nombre de secondes battues par la pendule supérieure, a toujours été au nombre de secondes battues par la pendule inférieure, environ comme le rayon terrestre aboutissant à la pendule supérieure, est au rayon terrestre aboutissant à la pendule inférieure ? Cette expérience, ou plutôt cette suite d'expériences toutes uniformes, ne démontre-t-elle pas évidemment (en ne faisant attention ici qu'aux pendules mêmes dont les oscillations marquoient les secondes), que la pesanteur est plus grande dans le pendule supérieur plus éloigné du centre de la terre, que dans le pendule inférieur plus voisin du

(*) On peut voir le détail historique de ces expériences, qui ont été faites sur trois ou quatre montagnes des Alpes, & qui sont toutes d'accord à donner les résultats dont l'objection fait mention, dans le Journal des beaux Arts & des Sciences, ci-devant *Journal de Trévoux* : on les trouvera dans le Journal de juin 1769, & dans le Journal de décembre 1771.

centre de la terre (251); & que cette pesanteur, loin d'être en raison inverse des quarrés des distances au centre de gravitation, est *en raison directe des distances* au centre de gravitation? Qu'auroient à dire les Newton & les Huyghens eux-mêmes, contre des expériences aussi triomphantes, contre des faits aussi palpables & aussi décisifs, qui battent en ruine & renversent de fond en comble toute leur séduisante théorie; théorie trop légérement adoptée par tout ce qu'il y a eu de plus grands géometres, de plus profonds physiciens, de plus fameux astronomes, depuis Newton jusqu'à nos jours?

RÉPONSE. Les expériences des Alpes, dont un certain fanatisme antiphilosophique a fait tant de bruit dans ces dernieres années, ne doivent leur célébrité qu'aux *fausses conséquences* qu'a eu le malheur d'en tirer une inconsidérée précipitation; conséquences qui ne tendoient à rien moins qu'à renverser toute la géométrique théorie des Newton & des Huyghens sur les forces centrales, toute la géométrique théorie des Galilée sur l'accélération des graves, les deux fameuses loix de Kepler ou les deux loix fondamentales de tous les mouvements célestes, toutes les mesures astronomiques & géométriques qui ont servi de base & de fondement aux plus célebres géometres de l'univers, pour déterminer dans ces derniers tems la figure de la terre. Il me semble que, si j'avois été l'auteur de ces expériences, j'aurois mieux aimé suspecter obstinément l'exactitude de toutes les pendules du monde, que de m'inscrire en faux contre des vérités établies & démontrées par tout ce qu'a de plus sublime & de plus pro-

fond la plus rigoureuſe géométrie. Mais n'inculpons point les pendules : elles ont eu ou elles ont dû avoir, du moins pour le fond des choſes, les mouvements dont fait mention l'objection. En les ſuppoſant l'une & l'autre parfaitement exactes & correſpondantes en un même lieu ; celle qui a été portée & placée au ſommet de la montagne, a dû avancer ſur celle qui eſt reſtée au pied de la même montagne. S'enſuit-il delà que la peſanteur des corps ſoit plus grande au ſommet de la montagne, qu'au pied de la même montagne ; & que la peſanteur des corps ſoit en raiſon directe de leurs rayons vecteurs ? C'eſt la fauſſe conſéquence qu'on a tirée de cette expérience, & le frivole fondement ſur lequel on s'eſt déterminé à reléguer la fameuſe *loi d'attraction* dans la claſſe des chimeres, d'où elle eſt, dit-on, ſortie. Pour diſſiper pleinement tous les nuages qu'ont pu faire naître les expériences des Alpes ; nous allons mettre ici ſous les yeux du lecteur, & l'hiſtoire de la découverte de cette loi, & les fauſſes inductions qu'on tire de l'expérience des Alpes contre cette loi.

DÉCOUVERTE DE NEWTON. Tout le monde ſait, mais il eſt à propos de rappeller ici à tout le monde, comment fut trouvée & connue la fameuſe loi d'*attraction en raiſon inverſe des quarrés des diſtances :* peu de découvertes ont fait autant d'honneur à l'eſprit humain. Un ſavant académicien, M. Richer, porte en Cayenne un pendule à ſecondes, qui étoit parfaitement exact à Paris ; & ce pendule, ſans avoir ſouffert aucun dérangement, a beſoin d'être raccourci en Cayenne, pour redevenir exact (252). La ſingularité de cette expérience fit paſſer de Paris & de Londres

vers les régions méridionales, une foule de pendules dont l'exactitude étoit bien constatée; & tous ces pendules eurent besoin d'être raccourcis dans les régions plus méridionales, pour y battre exactement les secondes; & d'être d'autant plus raccourcis, qu'ils étoient plus près de l'équateur. Depuis lors on a trouvé que les pendules à secondes, parfaitement exacts à Paris & à Londres, avoient besoin d'être alongés au fond du nord, sous le cercle polaire, pour y être exacts. De la découverte faite en Cayenne & confirmée dans toutes les régions méridionales, que conclut Newton? Il conclut, ce qu'ont toujours conclu & ce que concluront toujours tous les physiciens, que *la pesanteur des corps est plus petite vers l'équateur, qu'en France.* (251.)

Instruit & persuadé que la terre tourne chaque jour sur son axe, & que cette révolution diurne doit donner à la terre un renflement vers l'équateur & un applatissement vers les poles (1373), que conclut encore Newton? Il conclut que la pesanteur des corps est plus petite, à l'extrêmité des rayons plus grands vers l'équateur; plus grande, à l'extrêmité des rayons plus petits en France: ou que les corps *diminuent en pesanteur*, en s'éloignant du centre de leur gravitation; *augmentent en pesanteur*, en s'approchant de leur centre de gravitation.

Mais *selon quel rapport* se fait cette augmentation & cette diminution de pesanteur dans les corps, à mesure qu'ils s'approchent ou qu'ils s'éloignent de leur centre de gravitation? C'est ce que Newton se garda bien d'aller chercher au sommet & au pied, ou des Alpes, ou des monts de la Lune, ou du Pic de Ténériffe. Il savoit

trop bien que chercher ainsi selon quel rapport varie la pesanteur des corps, ce seroit comme chercher le rapport du diametre à la circonférence du cercle, à l'aveugle & à tâtons, un fil à la main. Que fit-il donc, pour découvrir cette loi variable de la pesanteur ? Il fit une des plus belles opérations qu'ait jamais imaginé le génie : il entreprit & il vint à bout de peser la lune (1272) ; & il démontra que la lune, éloignée de 60 rayons terrestres du centre de la terre, pesoit 3600 fois moins qu'elle ne peseroit, si, posée sur la surface terrestre, elle n'étoit éloignée du centre de la terre, qui est évidemment son centre de gravitation, que d'un rayon terrestre. Delà résulta, & résulte encore démonstrativement, la *loi de gravitation en raison inverse des quarrés des distances* (1416, II°.). Qu'il y avoit loin de l'expérience faite en Cayenne, à la découverte qu'elle donna occasion de faire au grand Newton !

EXPÉRIENCES DES ALPES. Mais cependant que répondroit Newton aux expériences dont l'objection fait mention, & qui semblent détruire de fond en comble la *loi par lui découverte & démontrée ?* Vraisemblablement il ne répondroit rien : mais il pourroit répondre,

I°. Qu'il seroit bien singulier qu'une loi qui n'est qu'une conséquence évidente de toute la théorie physique & géométrique du mouvement (1304) ; qu'une loi qui n'est qu'une dépendance manifeste de la premiere loi de Kepler, ou d'une des deux loix fondamentales de toute la nature (1260) ; qu'une loi qui s'observe & se vérifie constamment & persévéramment dans la révolution de tous les globes célestes qui sont

en prise aux observations astronomiques (1273), fût une loi imaginaire & fabuleuse.

II°. Qu'il ne seroit pas moins singulier, qu'une loi constatée & vérifiée dans le ciel par toutes les observations astronomiques, constatée & vérifiée du moins en gros sur la terre par une infinité d'expériences faites par les plus grands physiciens & par les plus grands géometres du monde depuis le cercle polaire jusques sous l'équateur, depuis les bords de la mer du Pérou jusqu'au sommet des plus hautes montagenes des Cordellieres (*), allât se trouver fausse, comme on dit,

---

(*) MM. Bouguer & de la Condamine, dans leurs fameux voyages au Pérou, ont observé que le *pendule à secondes* étoit plus court au niveau de la mer sous l'équateur, qu'au niveau de la mer en France : donc la pesanteur de ce pendule étoit moindre sous l'équateur qu'en France (252). Ils ont observé ensuite, qu'à Quito, à environ 1500 toises d'élévation perpendiculaire au-dessus du niveau de la mer du Pérou (1063), ce même pendule à secondes étoit encore plus court qu'au niveau de la mer : donc la pesantenr de ce pendule étoit moindre à Quito, qu'aux bords de la mer. Ils ont observé enfin que sur le sommet pierreux du Pichincha, qui a au moins 2434 toises d'élévation perpendiculaire au-dessus du niveau de la mer, & qui est à peu près la plus haute station où les humains puissent faire des expériences & des observations (1063), le même pendule étoit encore un peu plus court qu'à Quito : donc la pesanteur de ce pendule étoit moindre au sommet de Pichincha qu'à Quito. On peut voir le détail de ces observations dans l'ouvrage de M. Bouguer, intitulé : *Figure de la terre*, & précédé d'une relation du voyage au Pérou, pages xl, 334, 336, 338, 342, &c. Tout le monde sait que MM. de Maupertuis, le Camus, Clairaut, ont observé dans le même tems, que le pendule à secondes étoit plus long sous le

à

à propos de bottes, au pied & au ſommet des Alpes.

III°. Qu'il ſeroit bien plus ſingulier encore, que la loi qu'on voudroit ſubſtituer à la loi par lui découverte & démontrée, fût vraie & réelle: puiſque la peſanteur étant *en raiſon directe des rayons* ou des diſtances au centre de gravitation, comme l'ont imaginé ou conclu les auteurs des expériences des Alpes; il faudroit d'abord que la peſanteur de la lune vers la terre, au lieu d'être d'environ 15 pieds par minute, ainſi que l'exige la nature de la courbe qu'elle décrit, fût de 60 fois 15 pieds ou de 900 pieds par ſeconde, de 3600 × 900 ou de 3240000 pieds par minute: il faudroit enſuite que la peſanteur de ſaturne vers le ſoleil, fût à la peſanteur de mercure vers le ſoleil, comme la diſtance de ſaturne au ſoleil eſt à la diſtance de mercure au ſoleil; & par conſéquent, qu'étant donnée une portion déterminée de l'orbite de ſaturne & de mercure, par exemple, un arc de dix lieues de longueur, la quantité de courbure fût immenſément plus grande dans la courbe de ſaturne que dans la courbe de mercure: ce qui eſt évidemment faux & abſurde.

cercle polaire qu'en France. Ainſi toutes les obſervations céleſtes & terreſtres, s'accordent à détruire les fauſſes conſéquences qu'on a trop précipitamment tirées des expériences des Alpes. M. Bouguer ſe plaint dans l'ouvrage que nous venons de citer, que non-ſeulement on a défiguré quelques-unes de ſes expériences, mais qu'on lui en a attribué qui ſont totalement ſuppoſées : c'eſt peut-être ce qui a donné lieu à quelques écrivains modernes de dire fauſſement, que, ſelon cet auteur, la peſanteur étoit plus grande à Quito & ſur le Pichincha, qu'aux bords de la mer.

Il eſt clair qu'on ne peut ſe tirer de cette abſurdité palpable, qu'en ſe jettant dans une autre abſurdité, qui conſiſteroit à dire que la *théorie de Galilée* ſur l'accélération des graves, eſt fauſſe; & que les eſpaces parcourus, au bout d'un tems donné, d'une minute par exemple, au lieu d'être comme les quarrés des tems (371), ſont on ne ſait dans quel abſurde rapport diamétralement oppoſé au rapport vrai & naturel.

IV°. Qu'il n'eſt pas moins ſingulier encore qu'on oſe donner comme propres à renverſer & à détruire de fond en comble la loi par lui découverte & démontrée, des expériences qui dans le fond ne ſont qu'une conſéquence & une dépendance de cette loi: comme il étoit ſi facile de l'appercevoir. Car, ſans avouer & ſans nier l'exactitude des expériences qu'on objecte, exactitude qui dépend d'une infinité d'attentions & de précautions qu'on aura priſes ſans doute; il eſt certain que la peſanteur des corps qui gravitent vers le centre de la terre, étant ſuppoſée *en raiſon inverſe des quarrés de leurs diſtances* reſpectives à ce centre de la terre: le pendule ſupérieur doit faire plus de vibrations dans un tems donné, que le pendule inférieur: & pourquoi? Le voici.

Prenons dans les Alpes deux ſtations, l'une au pied & l'autre au ſommet d'une montagne; & plaçons ſucceſſivement dans ces deux ſtations un même pendule à ſecondes (251), qui dans ſes oſcillations décrive des arcs d'une grandeur toujours conſtante. Que la ſtation ſupérieure ait en nombres ronds, mille toiſes de hauteur perpendiculaire au-deſſus de la ſtation inférieure; & que la ſtation inférieure ſoit éloignée du centre de la terre, de 3269985 toiſes, qui meſurent

la grandeur du moyen rayon terrestre ou du rayon terrestre en France & dans les Alpes (1377). La gravitation ou la pesanteur ou la force accélératrice d'un même pendule étant supposée toujours en raison inverse du quarré de sa distance actuelle au centre de la terre; la gravitation du pendule placé au sommet de la montagne, sera à la gravitation du même pendule, placé au pied de la montagne, comme le quarré de 3269985 est au quarré de 3269985+1000. Si l'on compare l'un à l'autre les quarrés des deux distances ou des deux nombres 3269985 & 3270985; on trouvera que le premier quarré est au second, comme 1069 $\frac{2801900225}{10000000000}$ est à 1069 $\frac{6141885225}{10000000000}$; ou environ comme 3000 est à 3001. La gravitation ou la force accélératrice du pendule supérieur sera donc plus petite que celle du pendule inférieur, d'une trois millieme partie : c'est-à-dire, que le pendule supérieur, qui ne perd à raison de son plus grand éloignement, qu'un trois millieme de sa force accélératrice, devroit faire dans un vuide parfait, toutes choses étant égales d'ailleurs, 3000 oscillations, tandis que le pendule inférieur dans le même vuide parfait, feroit 3001 oscillations.

Mais le pendule supérieur fait ses oscillations dans un air beaucoup moins dense que celui dans lequel fait ses oscillations le pendule inférieur : le premier éprouve donc beaucoup moins de résistance que le dernier. Comparons l'une à l'autre ces deux résistances de l'air; & faisons voir & sentir que le pendule supérieur, malgré l'infiniment petite diminution de sa force accélératrice, doit achever chacune de ses vibrations plutôt ou en moins de tems que le pendule infé-

rieur ; & par conſéquent que le pendule ſupérieur doit faire en un tems donné, plus de vibrations que le pendule inférieur.

On ſait que l'air diminue de plus en plus en denſité, à meſure qu'il s'éloigne de plus en plus de la ſurface de la mer & de la terre (738). Suppoſons que la colonne aérienne, qui aboutit au pied de la montagne, & dans laquelle le pendule inférieur fait ſes oſcillations, ſoutienne une colonne de mercure à 28 pouces de hauteur : la colonne aérienne, qui aboutit au ſommet de la montagne de 1000 toiſes de hauteur perpendiculaire, ne ſoutiendra plus qu'une colonne de mercure d'un peu moins de 23 pouces de hauteur (739). La denſité de l'air dans lequel ſe font les oſcillations du pendule ſupérieur, eſt donc à la denſité de l'air dans lequel ſe font les oſcillations du pendule inférieur, environ comme 23 eſt à 28 : c'eſt-à-dire, que le pendule inférieur éprouve de la denſité de l'air une réſiſtance comme 6, tandis que le pendule ſupérieur n'éprouve qu'une réſiſtance comme 5 & un peu moins. Le pendule ſupérieur, qui ne perd qu'un trois millieme de ſa force accélératrice, & qui éprouve un ſixieme de moins de réſiſtance de la part de l'air environnant, peut donc gagner plus qu'il ne perd en facilité de faire ſes oſcillations.

Pour que les expériences qu'on objecte contre la *loi de gravitation* en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, fuſſent concluantes & déciſives ; il faudroit qu'elles euſſent été faites dans le vuide. Nous n'aſſurons pas que cette précaution ſoit ſuffiſante ; mais nous avançons avec certitude qu'elle eſt abſolument néceſſaire. Les expériences qu'on a faites ſur les pendules à ſecondes, en Cayenne, en France, ſous le cercle polaire,

ſur les bords de la mer du Perou, n'ont point été faites, il eſt vrai, dans le vuide : mais elles ont été faites ou au niveau de la mer, ou à des hauteurs peu conſidérables au-deſſus du niveau de la mer, dans un air qui ſoutient par-tout le mercure à environ 28 pouces de hauteur. On peut donc, dans ces expériences, ſuppoſer ſenſiblement égale la réſiſtance de l'air en Cayenne, en France, ſous le cercle polaire, aux bords de la mer du Perou ſous l'équateur ; & comparer entre elles ſimplement les vibrations des pendules en ces différentes contrées. Mais quand les expériences des pendules ſont faites à des hauteurs notablement différentes au-deſſus du niveau de la mer ; il eſt clair qu'il faut avoir égard au plus & au moins de réſiſtance qu'oppoſent les milieux où ſe font les vibrations (*) : puiſqu'il

(*) REMARQUE. M. Coultaud, premier auteur des expériences qu'on objecte, & ancien profeſſeur de phyſique à Turin, nous apprend que dans la ſtation inférieure, le barometre, placé auprès de la pendule, marquoit 27 pouces 6 lignes ; & que dans la ſtation ſupérieure, le barometre, placé auprès de l'autre pendule, marquoit 19 pouces 8 lignes. La denſité & la réſiſtance de l'air, dans ces deux différentes ſtations, étoient environ comme 4 eſt à 3 : c'eſt-à-dire, que dans la ſtation ſupérieure, le pendule éprouvoit environ un quart de moins de réſiſtance de la part de l'air dans lequel il faiſoit ſes vibrations.

M. Bouguer ne compte pour rien la réſiſtance de l'air, dans les expériences qu'il fit avec ſon pendule à ſecondes. Mais le pendule de cet Académicien étoit un pendule à vibrations décroiſſantes, qui ne reſſembloit en rien aux pendules à vibrations uniformes, qui ont été employés dans les expériences des Alpes. Dans le pendule de l'Académicien François, la réſiſtance plus ou moins grande de l'air n'aboutiſſoit qu'à rendre plus courts ou plus longs les arcs

eſt clair, par exemple, qu'une force comme 100, détruite en partie par une réſiſtance comme 10, peut l'emporter ſur une force comme 101, en partie détruite par une réſiſtance comme 13; & ainſi du reſte.

V°. Qu'il ne ſeroit pas abſolument impoſſible, ſelon la théorie même de l'attraction en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, que la peſanteur réelle & abſolue ſe trouvât par haſard plus grande dans le pendule ſupérieur que dans le pendule inférieur. Car en ſuppoſant entre ces deux pendules une montagne très-grande & très-denſe; il eſt clair que l'attraction iſolée de cette montagne, à raiſon de ſa très-grande denſité & de ſa très-grande proximité, devra augmenter la peſanteur du pendule ſupérieur, & diminuer la peſanteur du pendule inférieur. En ſuppoſant ici ce que nous ne croyons aucunement vraiſemblable, ſavoir, que la peſanteur réelle & abſolue eût été plus grande dans le pendule ſupérieur des expériences des Alpes; M. d'Alembert, dans un mémoire très-court, a fait voir que ſi on ſuppoſe une chaîne de montagnes de figure quelconque, & dont l'étendue ſoit beaucoup plus grande que leur hauteur; la peſanteur ſera la même au pied & au ſommet de ces montagnes, ſi leur *denſité moyenne* eſt ſeulement d'un

---

aſcendans & deſcendans de chaque vibration toujours décroiſſante, ſans retarder & ſans accélérer la durée de chaque vibration dans un arc plus ou moins grand. Dans les pendules des deux horloges des Alpes, un air plus denſe devoit rendre plus difficile & plus longue chaque vibration dans un arc aſcendant ou deſcendant toujours de même grandeur.

tiers plus grande que la denſité moyenne du globe terreſtre : & qu'en ſuppoſant que la denſité moyenne des montagnes où ont été faites les expériences des Alpes, ſoit à la denſité moyenne du globe terreſtre, à peu près comme 8 eſt à 3 ; les pendules ſupérieurs devront avoir ſur les pendules inférieurs, la quantité d'accélération qu'ont donné ces expériences.

RÉSULTAT. On voit ici que s'il eſt très-utile de faire des expériences nouvelles ou de répéter des expériences anciennes ; il faut bien ſe garder d'adopter trop légérement les conſéquences trop précipitées qu'en tirent quelquefois leurs auteurs, éblouis par la nouveauté réelle ou imaginaire de leur découverte. Un auteur moderne, qui a cru voir la ruine complette de l'attraction newtoniene dans les expériences des Alpes, remarque que ces expériences ont ouvert & ouvrent encore tous les jours les yeux à une infinité de défenſeurs de l'attraction phyſique : qu'on voit paroître de tous côtés des écrits, où ceux de ces phyſiciens qui n'ont pas la petite vanité d'avoir honte de revenir ſur leurs pas, ſe rendent en foule à l'impulſion. La petite exhortation qui ſuit cette remarque, & dont l'application pourroit être plus heureuſe, eſt tout à fait touchante : « Et de quoi en effet pourroient-» ils avoir honte ? Si la premiere gloire eſt de ne » pas ſe tromper ; c'en eſt du moins une de ſe ré-» tracter, dès qu'on connoît ſon erreur. Cette » premiere gloire même n'eſt la premiere que » pour le tems : la ſeconde remporte deux vic-» toires, l'une ſur l'erreur, l'autre ſur l'amour » propre ». Si quelques partiſans de l'attraction newtoniene ſe ſont un peu trop preſſés d'ac-

quérir la ſeconde gloire dont fait mention l'exhortation précédente ; il leur reſte à profiter de la même exhortation pour acquérir une troiſieme gloire qui l'emportera encore ſur les deux précédentes, celle de rétracter bien vîte leur rétractation.

DIVERS COROLLAIRES.

1418. COROLLAIRE I. *La force attractive d'un corps eſt ſa maſſe diviſée par le quarré de ſa diſtance au corps attiré.*

EXPLICATION. Ce corollaire eſt une ſuite évidente & de la premiere & de la quatrieme loi que nous venons de démontrer. Ainſi, quand deux corps en attirent un troiſieme, on peut comparer entre elles les deux forces attractives, par cette analogie : la force attractive d'un corps, eſt à la force attractive d'un autre corps, comme la maſſe du premier diviſée par le quarré de ſa diſtance au corps attiré, eſt à la maſſe du ſecond diviſée par le quarré de ſa diſtance au même corps attiré : $F . f :: \frac{M}{DD} . \frac{m}{dd}$. D'où il s'enſuit,

I°. Qu'un petit corps avec peu de diſtance, peut avoir plus de force attractive, qu'un corps d'une maſſe incomparablement plus grande avec une très-grande diſtance.

II°. Que les diſtances étant égales, les forces attractives ſont entre elles comme les maſſes.

III°. Que les maſſes étant égales, les forces attractives ſont en raiſon inverſe des quarrés de la diſtance au corps attiré.

1419. COROLLAIRE II. *L'attraction active de*

chaque élément de matiere étant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance ; un corpuſcule placé hors d'une ſphere, ſera attiré au centre de cette ſphere ; de la même maniere qu'il le ſeroit, ſi toute la matiere qui compoſe la ſphere attirante, étoit condenſée ou compénétrée dans ſon centre. (fig. 48.)

EXPLICATION. I°. Suppoſons d'abord toute la matiere de la ſphere attractive ABDE, réunie & compénétrée dans le centre C : le corpuſcule P ſera attiré en C par la ſomme de tous les éléments, dont toutes les forces attractives ſeront égales, à cauſe de l'égalité & de leur maſſe & de leur diſtance au corps attiré P.

II°. Suppoſons enſuite que tous ces éléments, réunis & compénétrés en C, s'épanouiſſent en une ſphere ABDE, autour du centre C : les uns s'approcheront & les autres s'éloigneront du corpuſcule attiré P. Autant que les parties antérieures A B D de la ſphere, augmenteront en force attractive, en s'approchant du corpuſcule ; autant les parties poſtérieures AED de la même ſphere, diminueront en force attractive, en s'éloignant du même corpuſcule. Le corpuſcule P ſera donc encore attiré par la ſphere, comme ſi toute la matiere de cette ſphere étoit réunie & compénétrée dans le centre C.

III°. Quoique l'action conjointe des éléments *n m*, A D, *r s*, ſoit oblique relativement au corpuſcule attiré P ; cependant comme tous ces éléments ſont reſpectivement à égale diſtance du centre C, à égale diſtance du corpuſcule P, l'attraction P C ſe fera par une infinité de diagonales qui toutes ſe confondront avec le diametre BCE ; & le corpuſcule P n'étant pas plus

attiré vers A que vers D, tendra par la diagonale PC, vers le centre C de la ſphere.

IV°. Il réſulte delà, qu'en eſtimant la diſtance de deux globes qui s'attirent, il faut compter les diſtances, non depuis les ſurfaces, mais depuis les centres de ces deux globes.

1420. COROLLAIRE III. *Si le corps attirant, au lieu d'être une ſphere ou un globe parfait, eſt un ſphéroïde renflé dans un ſens & applati dans l'autre ; un corpuſcule placé hors de ce ſphéroïde entre le renflement & l'applatiſſement, ſera attiré vers l'axe du ſphéroïde, dans un point placé hors du centre.* (fig. 50.)

EXPLICATION. L'attraction active étant toujours ſuppoſée en raiſon inverſe du quarré de la diſtance dans chaque élément de matiere ; ſi le ſphéroïde AB étoit une ſphere ou un globe parfait, le corpuſcule P graviteroit vers le centre C, comme dans le corollaire précédent, en vertu des forces *n n*, *m m*, *r r*, également éloignées & également obliques relativement à ce corpuſcule attiré P.

Mais la portion A & la portion B, ſaillantes hors du globe, n'exercent pas & ne doivent pas exercer une égale attraction active ſur le corpuſcule attiré P. Car il eſt clair que les parties attractives placées en A ſont & moins éloignées & plus directes par rapport au corpuſcule attiré P, que ne le ſont les parties attractives placées en B. Le corpuſcule P ſera donc plus fortement & plus efficacement attiré du côté de A, que du côté de B : ſa gravitation, fruit de cette attraction active, ne le portera donc point au centre C, à égale diſtance des points A & B ;

mais vers un point D hors du centre, & plus près de A que de B.

I°. On voit ici pourquoi *les corps terrestres ne gravitent pas par-tout exactement vers le centre de la terre ;* comme nous l'avons déja observé ailleurs (1374): le renflement de l'équateur & l'applatissement des poles, qui font de la terre un vrai sphéroïde plus ou moins régulier (1373), en sont la cause. La direction de la gravitation ne doit tendre au centre précis du sphéroïde terrestre, que sous l'équateur & sous les poles : dans toute position entre l'équateur & les poles du sphéroïde terrestre, la gravitation doit avoir sa direction vers un point de l'axe terrestre, entre l'équateur & le pole voisin.

II°. Si on demande encore ici pourquoi *la gravitation des corps est par-tout perpendiculaire à l'horison ;* il est facile d'en rendre raison, d'après la théorie de l'attraction active.

Soit *vxy* une portion très-petite de la surface de la mer, vers laquelle gravite le corpuscule P, qui sera si l'on veut, une bombe livrée à sa seule pesanteur. Les trois éléments aqueux *vxy*, voisins & contigus, en vertu de l'attraction active qu'exerce sur eux le sphéroïde terrestre, ainsi que sur le corpuscule P, se mettent en équilibre sur la surface des eaux, à une plus ou moins grande distance du centre de la terre, & forment l'horison sensible du point *x* qui occupe le milieu de cette petite surface aqueuse.

Maintenant, le corpuscule P, qui se trouve en prise à la même attraction active que l'élément aqueux *x*, a nécessairement la même tendance vers le sphéroïde terrestre, que cet élément aqueux *x* : le corpuscule P, en vertu de

ſa gravitation, tendra donc néceſſairement en x; & la direction de ſa gravitation ſera néceſſairement perpendiculaire à l'horiſon ſenſible du point x, ou à la petite ſurface plane que forment les éléments aqueux contigus à l'élément x.

1421. COROLLAIRE IV. *Si un corpuſcule eſt contigu à deux ſurfaces de ſpheres inégales & homogenes; la force avec laquelle ce corpuſcule ſera attiré de part & d'autre par ces deux ſpheres, ſera comme les rayons de ces ſpheres.* (fig. 54.)

EXPLICATION. Abſtraction faite de la diſtance, les forces attractives de deux corps, ſont proportionnelles aux maſſes (1412). Or dans deux ſpheres homogenes & inégales, les maſſes ſont comme les cubes des rayons (*Math.* 622). Donc les forces attractives de ces deux ſpheres ſeroient comme les cubes de leurs rayons.

Mais dans deux ſpheres A & a qui ſe touchent, ou qui touchent un même corpuſcule m placé entr'elles; le centre d'activité des deux forces attractives eſt, non la ſurface, mais le centre des ſpheres (1419). Donc les forces attractives de ces deux ſpheres, relativement au corpuſcule m contigu à leur ſurface, ſeront comme les cubes de leurs rayons reſpectifs, diviſés par les quarrés de ces mêmes rayons (1416); & par conſéquent, comme ces rayons reſpectifs: puiſqu'il eſt évident qu'un cube, diviſé par ſa ſeconde puiſſance, donne un quotient égal à ſa racine, qui eſt ici le rayon: $\frac{rrr}{rr} = r$.

OBJECTIONS A RÉFUTER.

1422. OBJECTION I. S'il eſt vrai que l'*attraction des corps eſt mutuelle*, que tous les corps s'attirent réciproquement; deux globes contigus ſur un plan horiſontal, devroient oppoſer une réſiſtance à leur ſéparation; deux globes poſés l'un auprès de l'autre ſur le même plan horiſontal, devroient tendre l'un vers l'autre juſqu'à leur contiguité. Or les deux premiers globes n'oppoſent aucune réſiſtance à leur ſéparation; & les deux derniers ne s'approchent jamais l'un de l'autre, quelque petit que ſoit l'intervalle qui les ſépare. Donc la vertu attractive des corps s'évanouit, quand on la confronte de près avec l'expérience: donc la vertu attractive des corps n'eſt qu'une cauſe imaginaire & fabuleuſe, qu'il faut bannir de la phyſique.

RÉPONSE. Nous avons déja démontré que l'attraction exiſte; que l'attraction eſt mutuelle entre tous les corps : démontrons maintenant que l'expérience qu'on objecte, n'a rien d'oppoſé à l'exiſtence & à la théorie de l'attraction; & qu'une difficulté que Neuwton s'eſt faite & qu'il n'a point jugé importante, ne doit point inſpirer tant de confiance à ſes adverſaires. (*fig.* 51.)

I°. Selon la théorie même qu'on attaque & ſelon les démonſtrations qui l'expliquent & qui l'établiſſent; la vertu attractive des corps terreſtres entr'eux, doit être comme infiniment petite & par-là même comme inſenſible, en comparaiſon de la vertu attractive que la maſſe entiere de la terre exerce ſur ces mêmes corps.

Pour le faire mieux ſentir, concevons le globe terreſtre T d'une part, un globe *a* de même denſité que la terre & d'un pied de diametre de l'autre, & un corpuſcule *b* contigu à ces deux globes & attiré par l'un & par l'autre.

Dans cette hypotheſe, le corpuſcule *b* tendra vers le centre du globe d'un pied de diametre, avec une force qui ſera à celle par laquelle il tend vers le centre de la terre, comme le rayon *ba* du petit globe, eſt au rayon *b*T de la terre (1421); c'eſt-à-dire, comme 1 eſt à 39239820: puiſque le premier nombre exprime le diametre du petit globe; & le ſecond nombre, le moyen diametre de la terre (1377). La tendance de ce corpuſcule *b* vers le globe d'un pied de diametre eſt donc près de 40 millions de fois moindre, que ſa tendance vers le globe terreſtre, qui eſt déja ſi petite. Eſt-il après cela bien étonnant, que nous ne puiſſions pas l'appercevoir?

On conçoit par là, comment deux globes contigus ſur un plan horiſontal, ne doivent point, en vertu de leur attraction réciproque, oppoſer une réſiſtance ſenſible à leur ſéparation : comment deux globes poſés l'un auprès de l'autre ſur un plan horiſontal, ne doivent point, en vertu de leur attraction réciproque, tendre comme d'eux-mêmes l'un vers l'autre ; tandis qu'une force infinimennt ſupérieure à leur attraction particuliere, la force attractive de la maſſe terreſtre, les attire & les fixe ſur les points du plan horiſontal qui ſoutient leur centre de gravité.

II°. Si deux globes A & B de même denſité que la terre, & d'un pied de diametre chacun, exiſtoient ſeuls dans l'eſpace infini, n'étant éloi-

gnés l'un de l'autre que d'un quart de pouce; on trouvera par le calcul, d'après la théorie démontrée de l'attraction, qu'il faudroit environ un mois à leurs forces attractives, pour les rendre contigus; pour leur faire parcourir l'espace AB d'un quart de pouce, qui sépare leurs surfaces. Le fondement de ce calcul n'est pas bien difficile à saisir. Car on sait, que les forces attractives de deux spheres homogenes, sont entr'elles comme leurs rayons respectifs (1421); & que l'attraction active de la masse entiere de la terre imprime à un corps quelconque placé près de sa surface, une pesanteur ou une attraction passive, en vertu de laquelle ce corps s'approche ou tend à s'approcher du centre de la terre, d'environ 15 pieds en une seconde de tems. (248.)

D'où il résulte, que si la terre étoit un globe dont le rayon fût deux fois plus petit qu'il n'est réellement, l'attraction passive du corps attiré seroit deux fois moindre, ou de sept pieds & demi par seconde: que si la terre étoit un globe dont le rayon fût cent mille fois plus petit qu'il n'est effectivement, l'attraction passive du corps attiré seroit cent mille fois moindre; ou ne seroit que la cent millieme partie de quinze pieds par seconde: qu'enfin, si la terre étoit un globe dont le rayon fût environ 40 millions de fois moindre; ou un globe d'un pied de diametre, sa force attractive & le mouvement imprimé au corps attiré, ne seroit que la quarante millionniéme partie de 15 pieds par seconde. (*fig.* 51.)

Il est évident que le mouvement par lequel les deux globes en question A & B tendroient l'un vers l'autre au sein de l'espace infini où ils

ſont ſuppoſés ſeuls, ſeroit totalement inſenſible, à cauſe de ſon infiniment petite vîteſſe (921); quand même rien ne s'oppoſeroit à leur attraction réciproque. Mais ſi on ſuppoſe ces deux mêmes globes poſés ſur un plan, & attirés avec une force comme infiniment grande contre ce plan; n'eſt-il pas évident que cette derniere force AT & BT doit contrarier, abſorber, annuller, la petite tendance mutuelle AB qui auroit pu les porter inſenſiblement & peu à peu l'un vers l'autre? Tel eſt le cas de l'expérience qu'on objecte, & qui par conſéquent ne prouve rien contre l'attraction dont elle eſt une dépendance.

III°. Cette attraction mutuelle des corps terreſtres entr'eux, pourra ſe montrer d'une maniere ſenſible, quand on la cherchera dans des corps dont la maſſe ait quelque proportion ſenſible avec la maſſe de la terre. C'eſt ce que MM. Bouguer & de la Condamine ont obſervé & vérifié dans leur voyage au Pérou, en y meſurant un degré du méridien terreſtre. Ils ont trouvé qu'*une grande & haute montagne, nommée Chimboraço, attiroit à elle le plomb qui pend aux fils des quarts de cercle;* & par pluſieurs obſervations des étoiles, obſervations faites ſucceſſivement & à pluſieurs repriſes au nord & au midi de cette montagne, ils ont trouvé que l'attraction active de cette énorme maſſe, comme ſaillante hors du globe terreſtre, écartoit de la ligne verticale le fil à plomb; & que la quantité de déviation, étoit de plus de huit ſecondes de degré.

1423. REMARQUE. Cette obſervation, à laquelle l'énorme groſſeur & la configuration favorable du mont Chimboraço ont donné lieu, qui a été faite avec le plus grand ſoin par deux

des

des plus habiles géometres de ce siecle, & dont on peut voir le détail historique & géométrique dans l'ouvrage que nous avons déja cité ailleurs (1417), devient une nouvelle *démonstration sensible de l'attraction mutuelle & réciproque* qui regne entre toutes les parties de la nature: en voici l'explication physique. (*fig.* 52.)

Soit M, une énorme montagne, dont la masse ait un rapport sensible avec la masse de la terre; T, le centre de la terre; A, une étoile ou un point du ciel dans le zénith de l'observateur; FP, un fil tendu par un petit globe de plomb P.

I°. Quand le plomb P n'est sensiblement en prise qu'à l'attraction active de la terre; il gravite dans la direction FT, vers le centre de la terre, où réside équivalemment toute la force attractive de la masse terrestre sensiblement sphérique (1419): & alors l'étoile A, placée au zénith du plomb & de l'observateur, sera vue dans la direction FP du fil à plomb.

II°. Mais quand le plomb P est en prise à la fois, & à l'attraction PT de la terre, & à l'attraction PM de la montagne saillante; il doit graviter dans la direction PV, qui est la diagonale d'un parallélogramme construit sur la direction & sur la proportion des deux forces conspirantes, dont l'action attractive PT & PM s'exerce conjointement sur le petit globe de plomb P (345): & alors le fil PF sera dirigé, non vers l'étoile A qu'on sait être dans son zénith, mais vers une autre étoile ou vers un autre point céleste B, placé à sept ou huit secondes à côté du zénith.

Il est indifférent que la montagne saillante M soit, ou un globe, ou un cylindre, ou une pyramide, ou un cube, ou tel autre solide qu'on

voudra; pourvu que ſa maſſe ſaillante hors du globe ſoit aſſez conſidérable pour être cenſée une partie ſenſible en comparaiſon de toute la maſſe de la terre. Telle eſt la montagne de Chimboraço, l'une des plus hautes & des plus grandes montagnes du monde. (498 & 1063, IX°.)

1424. OBJECTION II. Si l'attraction active étoit *en raiſon directe des maſſes* (1412), & *en raiſon inverſe des quarrés des diſtances* (1416); la lune devroit être arrachée à l'attraction de la terre, par l'attraction beaucoup plus grande du ſoleil: & alors la lune devroit, ou s'aller engloutir dans le ſoleil, ou faire ſes révolutions périodiques autour du ſoleil, en ceſſant de les faire autour de la terre. Pour prouver cette conſéquence, ſuppoſons la lune en conjonction, placée entre la terre & le ſoleil; & calculons les forces attractives de la terre & du ſoleil, que nous conſidérerons ici comme uniquement appliquées à ſe diſputer la poſſeſſion & l'enlevement de l'aſtre qui éclaire nos nuits. Soit le ſoleil en S, la terre en T, la lune en A. (*fig.* 22.)

Abſtraction faite des diſtances, les forces attractives ſont comme les maſſes (1418). Or, ſelon les obſervations & les calculs des aſtronomes, le ſoleil eſt près d'un million de fois plus grand que la terre (1190): donc la force attractive du ſoleil eſt environ un million de fois plus grande que celle de la terre. Donc ſi la lune étoit placée à égale diſtance entre le ſoleil & la terre, la lune ſeroit attirée par le ſoleil avec une force environ un million de fois plus grande, que celle avec laquelle elle ſeroit attirée par la terre.

Mais, parce que la lune eſt plus près de la

terre que du soleil, & que l'attraction active est toujours en raison inverse des quarrés des distances; divisons l'action attractive de la terre par le quarré de sa distance à la lune; & l'action attractive du soleil par le quarré de sa distance à la lune. Selon les observations & les calculs des astronomes, la moyenne distance de la terre à la lune est d'envion 60 rayons terrestres (1220); & la moyenne distance du soleil à la lune, d'environ 20000 rayons terrestres. (1187.)

En divisant l'attraction active de la terre = 1, par le quarré de 60; on aura l'expression de cette attraction de la terre sur la lune $= \frac{1}{3600}$. En divisant ensuite l'attraction active du soleil = 1000000, par le quarré de 20000, on aura l'expression de l'attraction du soleil sur la lune $= \frac{1000000}{400000000} = \frac{1}{400}$. Que l'on compare entr'elles les valeurs de ces deux fractions (*Math.* 199): on trouvera que la premiere $\frac{1}{3600}$, qui exprime la force attractive de la terre sur la lune, est 9 fois plus petite que la seconde $\frac{1}{400}$, qui exprime la force attractive du soleil sur la lune. D'où il résulte, d'après la théorie même de l'attraction, que le soleil devroit enlever à la terre son cher satellite: absurdité manifeste, qui ruine de fond en comble la fabuleuse théorie de l'attraction newtoniene.

Réponse. La force de cette objection porte sur deux fausses suppositions, & s'écroule avec elles. La premiere, c'est que le soleil a une masse un million de fois plus grande que la terre: la seconde, c'est que la lune, paisible spectatrice des assauts que lui livrent les deux globes rivaux, le soleil & la terre, n'a rien en elle-même qui s'oppose à l'action attractive du soleil. Dévoilons

ces deux fausses suppositions ; & l'objection que quelques anti-newtoniens regardent comme insoluble, s'évanouira avec ses fondements ruineux.

I°. Il conste à la vérité par les observations & par les calculs des astronomes, que le soleil est près d'un million de fois plus grand que la terre, *en volume* : mais il ne conste pas de même que le soleil soit un million de fois plus grand que la terre, *en masse*. Il est plus que vraisemblable, il est comme certain, que la matiere qui forme le soleil, est beaucoup moins dense & moins compacte, que celle qui compose le globe terrestre. L'attraction du soleil n'est donc point un million de fois plus grande, que celle de la terre : puisque l'attraction, abstraction faite des distances, est proportionnelle aux masses & non aux volumes. Une masse égale en volume à la terre, & mille fois moins dense que la terre, auroit une action attractive mille fois moindre.

La physique n'a aucun principe fixe, d'après lequel elle puisse déterminer avec quelque précision, de combien le soleil est moins dense que la terre. Mais, pour la solution de la difficulté présente, il suffit de savoir que l'immense fournaise qui nous darde incessamment & la lumiere & la chaleur, doit avoir considérablement moins de densité, que le globe qui nous soutient. La densité du soleil étant considérablement plus petite que celle du globe terrestre ; l'action attractive du soleil sera considérablement plus petite, que ne la suppose l'objection présente. (*fig.* 22.)

II°. La lune, outre son mouvement de rotation par lequel elle tourne sur son axe, outre

Mm iij

son mouvement de révolution par lequel elle tourne autour de la terre, a un *troisieme mouvement* par lequel elle fait avec la terre une révolution autour du soleil chaque année. Par ce dernier mouvement, la lune résiste & se soustrait à l'attraction du soleil, de concert avec la terre : puisque la lune, en quelque point de son orbite qu'elle se trouve, est toujours animée d'un mouvement projectile d'occident en orient, lequel l'emporte en un an autour du soleil, ainsi que la terre. Donc la lune, ainsi que la terre, tend incessamment, par le moyen du mouvement qui l'emporte en un an autour du soleil, à s'échapper de sa grande courbe épycicloïdale, par une infinité de tangentes ou de sécantes à cette courbe, qui toutes l'éloigneroient du soleil : donc, quand même le soleil auroit autant de densité que la terre ; la lune ne devroit point être arrachée à la terre par l'action attractive du soleil, laquelle est sans cesse contrebalancée & en grande partie détruite par la force centrifuge que donne à la lune à l'égard du soleil, le mouvement projectile qui emporte incessamment la lune, ainsi que la terre, autour du soleil, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, dans la direction TVXZT.

1425. OBJECTION III. Si la force attractive suit la *raison inverse des quarrés des distances* (1416); cette force attractive doit être comme infiniment grande, quand la distance est nulle. D'où il s'ensuivroit qu'un caillou détaché, qui touche la surface de la terre, devroit adhérer à cette surface avec une force comme infiniment grande : qu'un grain de sable contigu à ce caillou, devroit s'attacher à lui avec une force infinie :

que tous les éléments contigus qui composent l'eau, la terre, tous les corps, devroient avoir une adhérence & par-là même une dureté infiniment grande. Or toutes ces conséquences sont démenties par l'expérience : donc l'expérience ne s'accorde pas avec la théorie des loix de l'attraction.

RÉPONSE. Il y a peu de principes, qui mal envisagés & mal entendus, ne menent à des absurdités totalement étrangeres à la source d'où l'on s'efforce de les faire découler. Il est vrai que la force attractive des corps est proportionnelle aux masses divisées par les quarrés de leurs distances au corps attiré : mais de ce principe vrai ne découle aucune des conséquences qu'on objecte ; comme il est facile de le faire voir & sentir. (*fig.* 51.)

I°. Soient deux petits globes égaux & homogenes A & B éloignés l'un de l'autre de trois de leurs diametres. L'attraction active de chaque globe est sa masse 1 divisée par le quarré de sa distance 3, c'est-à-dire, 1 divisé par $9 = \frac{1}{9}$. Que ces deux petits globes s'approchent l'un de l'autre, ensorte qu'ils ne soient plus éloignés que de deux de leurs diametres : la force attractive de chaque globe sera 1 divisé par le quarré de sa distance 2, c'est-à-dire, 1 divisé par $4 = \frac{1}{4}$. Que ces deux mêmes globes deviennent contigus : leurs forces attractives qui ont pour centre général d'activité, le centre & non la surface de ces globes (1419), seront encore éloignées l'une de l'autre, d'un de leurs diametres. La force attractive de chaque globe sera 1 divisé par le quarré de sa distance 1, c'est-à-dire $\frac{1}{1} = 1$. Il est clair que rien de tout cela n'annonce & n'exprime une force infinie.

On peut dire la même chose d'un caillou qui touche la surface de la terre, d'un atome qui touche un caillou, d'un atome qui touche un autre atome. Il y à toujours une distance plus ou moins grande entre les centres des forces attractives, lesquelles sont toujours éloignées entre elles, autant que sont éloignés les centres des masses qui s'attirent. Il est donc faux que la distance devienne jamais nulle : puisqu'elle reste toujours au moins égale aux deux distances qui séparent les centres des deux corps dont on évalue les forces attractives, en divisant leurs masses par le quarré de leurs distances respectives.

II°. En vain diroit-on que les deux petits globes dont on vient de parler, peuvent acquérir une proximité plus grande, que celle qu'ils ont en se touchant par leurs surfaces; & que leurs centres d'attraction peuvent se rapprocher de plus en plus jusqu'à la contiguïté, par l'applatissement de ces mêmes surfaces. Vain subterfuge ! Car alors la matiere qui forme ces deux globes, cesseroit d'avoir un centre commun d'attraction; & chaque portion de cette matiere applatie auroit son centre d'attraction à part; comme nous allons le faire entendre.

1426. ASSERTION. *Il paroît que l'attraction réciproque de deux globes est dans sa plus grande force, quand ces deux globes sont contigus.* (fig. 51.)

EXPLICATION. D'abord il est certain que si deux globes contigus s'éloignent l'un de l'autre, leur action attractive diminue de plus en plus, en raison inverse du quarré de la distance augmentée (1416). Faisons voir maintenant que

l'un de ces deux globes ne peut pénétrer l'autre, ſans que leur attraction diminue.

I°. Il paroît qu'un boulet de canon N qui deſcendroit à une très-grande profondeur dans une cavité ſouterreine D, doit perdre une partie de ſa peſanteur. Car ce boulet placé en P, eſt attiré vers T par l'action attractive de tout le globe PRMSP, comme ſi toute la matiere de ce globe étoit réunie & compénétrée en T. (1419.)

Mais quand ce même boulet de canon eſt placé en D, il n'eſt plus attiré vers le centre de la terre, que par la partie RDSMR de ce globe; & il eſt en même tems attiré en P, dans un ſens oppoſé, par toute la partie RDSPR du même globe.

Ainſi, ſi ce boulet de canon D augmente en peſanteur ou en attraction paſſive, en s'approchant du centre de la terre; il ſemble devoir perdre une partie de ſa peſanteur ou de ſon attraction paſſive, à cauſe de l'attraction oppoſée qui l'attire vers la ſurface P de la terre. Mais cette différence de peſanteur ne peut être qu'infiniment petite dans toutes les expériences qu'on peut faire en ce genre: parce qu'une profondeur de quelques centaines de pieds eſt comme nulle, en comparaiſon du rayon de la terre.

II°. Si au centre de la terre ſe trouvoit une cavité ſphérique de quelques toiſes de diametre: ce boulet de canon, placé au milieu de cette cavité T, n'auroit aucune peſanteur: parce qu'il ſeroit également attiré en tout ſens, par toutes les couches concentriques de matiere qui l'environnent; & que toutes ces attractions égales & diamétralement oppoſées s'annulleroient réciproquement. D'où il résulte que ſi un homme

étoit placé dans cette cavité *o m n o*, il pourroit ſe promener en tout ſens ſur cette ſurface concave, comme nous nous promenons en tout ſens ſur la ſurface convexe de la terre : avec cette différence, que nous avons une peſanteur qui nous porte toujours vers le centre de la terre ; & que cet homme n'auroit abſolument aucune peſanteur ni vers le centre ni vers la ſurface de la terre.

1427. OBJECTION IV. Si l'attraction mutuelle, *en raiſon directe des maſſes* & en *raiſon inverſe des quarrés des diſtances* (1418), eſt une loi générale qui affecte indifféremment tous les corps ; il s'enſuit que toute la nature tend inceſſamment à perdre l'ordre & l'arrangement que nous y admirons ; & à rentrer dans l'informe chaos d'où la ſageſſe de ſon auteur ne l'a pas tirée vraiſemblablement pour un tems limité. La conſéquence n'eſt pas difficile à prouver. Car il eſt clair que les dernieres étoiles, celles au-delà deſquelles il n'y a plus ni corps opaques ni corps lumineux, doivent être ſans ceſſe attirées vers les pénultiemes ; les pénultiemes, vers celles qui ſuivent, & ainſi de ſuite. D'où il doit néceſſairement arriver, que toutes les étoiles, qui ſont tout autant de ſoleils vraiſemblablement entourés de planetes & de cometes, en ſe portant par un mouvement ſans ceſſe accéléré les unes vers les autres avec tous les corps qui leur appartiennent, ne ſeront bientôt, par leur réunion générale, qu'un lourd & informe amas de matiere concentrée & condenſée dans un même eſpace ; c'eſt-à-dire, qu'un chaos aſſez ſemblable à celui qu'ont imaginé & chanté les poëtes.

RÉPONSE. La loi d'attraction, que nous avons expliquée & démontrée, ne menace l'univers

d'aucune ruine, ni prochaine, ni éloignée. Pour nous rendre plus ſenſibles dans la réponſe que nous allons donner à l'objection préſente, ſuppoſons d'abord qu'il n'y ait dans l'immenſité des eſpaces céleſtes, que deux étoiles, notre ſoleil A & Syrius B, captivant chacun autour de ſoi un certain nombre de globes opaques & errants. Je dis & je démontre que la loi d'attraction n'exige point que le ſoleil & Syrius ſe réuniſſent en une même maſſe, dans un même eſpace; & on pourra dire la même choſe de toute étoile, à l'égard d'une autre étoile. (*fig.* 49.)

I°. La force attractive du ſoleil à l'égard de Syrius, & de Syrius à l'égard du ſoleil, ne peut être qu'infiniment petite, à raiſon de la diſtance comme infinie qui ſépare ces deux aſtres, & dont le quarré doit diviſer leur attraction active (1418). Pour faire voir que la force attractive du ſoleil ſur Syrius doit être infiniment petite, examinons d'abord la force attractive du ſoleil ſur la terre. La peſanteur de la terre vers le ſoleil, eſt la meſure de l'attraction active du ſoleil, à la diſtance qui ſépare les centres de la terre & du ſoleil: or cette action du ſoleil ſur la terre, imprime à la terre un mouvement qui tend à l'approcher de cet aſtre, d'environ 32 pieds en une minute de tems (1273). Cette action attractive du ſoleil imprimeroit le même mouvement à Syrius, ſi cet aſtre étoit auſſi près du ſoleil que l'eſt la terre.

Mais l'action attractive du ſoleil décroît en raiſon inverſe des quarrés des diſtances. Ainſi, ſi la terre étoit à une diſtance double, ſa tendance vers le ſoleil, fruit de l'action attractive de cet aſtre, ſeroit quatre fois moindre: ſa tendance vers le

ſoleil ne ſeroit que le quart de 32 pieds par minute. Si la terre étoit à une diſtance mille fois plus grande, ſa tendance vers le ſoleil ſeroit un million de fois plus petite : elle ne ſeroit que la millionieme partie de 32 pieds en une minute. Enfin ſi la terre étoit à la diſtance de Syrius, diſtance comme infiniment grande, ſa tendance vers le ſoleil ſeroit évidemment infiniment petite; elle ne ſeroit qu'une infiniment petite partie de 32 pieds en une minute de tems; & elle auroit beſoin d'être exercée pendant une infinité de minutes, pour rapprocher la terre du ſoleil, d'une quantité de 32 pieds. Donc l'attraction du ſoleil ſur Syrius, & l'attraction de Syrius ſur le ſoleil, ſera infiniment petite; & ne pourra produire que des effets infiniment petits, qui ne doivent être phyſiquement comptés pour rien.

II°. S'il reſte cependant quelque ſcrupule ſur cette quantité infiniment petite de force attractive entre ces deux globes; ſi l'on craint qu'à la longue cette quantité infiniment petite ne rapproche ſenſiblement le ſoleil & Syrius, & n'altere l'ordre & l'arrangement de la nature; il eſt facile de diſſiper entiérement ce ſcrupule. Car je dis que l'infiniment petite quantité de force attractive qui, dans l'hypotheſe de la gravitation univerſelle, ſollicite ces deux ſoleils à s'approcher ſi foiblement & ſi lentement l'un vers l'autre, peut être détruite & annullée en mille & mille manieres, qui n'auront point échappé à l'indéfectible ſageſſe du Créateur. Comme nous ne pouvons pas aſſigner & déterminer celle qu'a choiſi le Créateur, prenons-en une indifféremment parmi les poſſibles, pour nous ſervir d'exemple.

Soient A & B le ſoleil & Syrius, que nous regarderons comme les deux points extrêmes du monde créé, & entre leſquels nous ſuppoſerons placés d'autre ſoleils C. Selon les ſpéculations & les calculs des aſtronomes modernes, le centre du ſoleil n'eſt point parfaitement immobile au centre de notre monde planétaire: ce centre du ſoleil, réellement mobile, décrit périodiquement un petit orbe *a a a* autour d'un centre A pris non loin du centre du ſoleil, par une révolution aſſez ſemblable à celle des planetes, & qui n'eſt vraiſemblablement que l'effet de l'attraction active que les planetes exercent perſévéramment ſur cet aſtre en tournant autour de lui. En vertu de cette petite révolution *a a a* autour du centre A, le ſoleil a néceſſairement un petit mouvement centrifuge par les tangentes *a t*; & ce petit mouvement centrifuge eſt évidemment plus que ſuffiſant pour détruire inceſſamment l'infiniment petite attraction paſſive qui peut ſolliciter le ſoleil A, à tendre vers Syrius en B.

Suppoſons à Syrius une ſemblable révolution *b b b*, autour d'un centre B pris non loin du centre de cet aſtre; & que cette petite révolution *b b b* de Syrius ſoit parallele à la petite révolution *a a a* du ſoleil. Dans cette hypotheſe, évidemment poſſible & évidemment vraiſemblable, Syrius aura à ſon tour une petite force centrifuge par les tangentes *b t*; force qui tend perſévéramment à l'éloigner du ſoleil A, force plus que ſuffiſante pour détruire inceſſamment l'infiniment petite attraction paſſive qui peut l'attirer vers le ſoleil A. Les deux ſoleils A & B, que nous avons ſuppoſé être les deux globes

extrêmes du monde créé & néceſſairement fini, n'auront donc rien qui les déplace, qui les rapproche l'un de l'autre, dans l'hypotheſe que nous venons de choiſir parmi une infinité d'autres poſſibles.

Un troiſieme ſoleil C, placé à égale diſtance à peu près entre les deux premiers, ſera également attiré vers A & vers B, & n'aura rien non plus qui le déplace. Donc dans l'hypotheſe d'une attraction univerſelle en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, l'ordre & l'arrangement primitif, établis par le Créateur, peuvent jouir d'une immutabilité toujours durable, & ne point tendre au chimérique chaos dont s'alarme l'imagination carthéſiene.

III°. La théorie de l'attraction n'eſt établie & conſtatée que par des obſervations faites dans notre monde planétaire. Il eſt démontré par ces obſervations & par les conſéquences qui en découlent, que l'attraction eſt une loi générale de la nature relativement à tous les corps qui font leurs révolutions périodiques autour de notre ſoleil, centre commun de tous leurs mouvements : mais il n'eſt pas abſolument démontré que la même loi d'attraction ait lieu dans le ſyſtême des autres ſoleils.

L'attraction mutuelle des corps n'étant point une propriété intrinſeque & eſſentielle de la matiere, cette attraction n'étant que l'effet d'une volonté libre du Créateur ; il eſt clair que l'Auteur de la nature a pu abſolument décerner un ordre de choſes différent pour chaque ſoleil & pour les corps qui appartiennent à chaque ſoleil. Dans cette hypotheſe, dont rien ne démontre & dont rien ne combat la réalité, & que peuvent

adopter ceux à qui la perſpective du chaos peut inſpirer quelque terreur panique, l'attraction active du ſoleil n'auroit aucune priſe quelconque ſur les étoiles plus ou moins éloignées.

IV°. Mais comme il eſt très-poſſible, & qu'il n'eſt pas improbable que l'Auteur de la nature ait ſoumis généralement tout l'univers à la même loi d'une attraction & d'une gravitation univerſelle; il faut dire que ſi l'attraction a lieu réciproquement entre les étoiles, le Créateur a tellement arrangé & combiné les choſes, que toutes ces attractions infiniment petites dans de telles diſtances, ſe contrebalancent & ſe détruiſent réciproquement dans chaque étoile: qu'autant que chaque étoile eſt pouſſée dans une direction par une foule de ces attractions conſpirantes, autant elle eſt repouſſée dans une direction oppoſée, par une autre foule d'attractions conſpirantes, égales & contraires aux précédentes, mais toutes infiniment petites; comme nous l'avons d'abord expliqué. Delà l'invariabilité de l'arrangement primitivement établi par l'Auteur de la nature, entre les étoiles.

1428. OBJECTION V. Il y a une foule de phénomenes aſtronomiques, dont l'attraction ne rend point raiſon. Par exemple, on n'explique point dans le ſyſtême de l'attraction, pourquoi les planetes ont un mouvement de rotation ſur leur axe: pourquoi elles font leurs révolutions autour du ſoleil d'occident en orient, plutôt que d'orient en occident: pourquoi leurs orbites, toutes renfermées dans l'enceinte du zodiaque, s'entre-coupent ſous différents angles; & ainſi du reſte. Donc l'attraction de Newton doit être rejettée, comme une cauſe dont l'inſuffiſance démontre qu'elle eſt imaginaire & fabuleuſe:

donc il en faut revenir à l'impulsion de Descartes, laquelle rend raison de tous les phénomenes célestes, de toutes leurs dépendances, de toutes leurs modifications quelconques.

RÉPONSE. Nous avouons sans peine, avec tous les newtoniens, que dans tous les principes de l'attraction générale des corps, on n'assigne aucune cause méchanique aux phénomenes qu'on objecte : qu'on n'en rend & qu'on ne peut en rendre d'autre raison, sinon que telle a été primitivement la volonté du Créateur, qui a librement voulu établir l'ordre que nous voyons dans la nature, & non un ordre différent; qui en conséquence de cette volonté libre, a imprimé aux planetes un tel mouvement de rotation plus ou moins rapide sur leur axe, un tel mouvement projectile plus ou moins incliné à l'écliptique, & ainsi du reste.

Au commencement des tems, antécédemment à la volonté & à l'action effectuées du Créateur, les planetes étoient, ainsi que toute autre matiere, indifférentes au mouvement & au repos, indifférentes à tel mouvement ou à tel autre : elles se sont mues & se meuvent encore, avec le mouvement propre qui fut imprimé à chacune par le Créateur, & qu'aucune cause n'a détruit & n'a pu détruire dans l'espace vuide où se font leurs révolutions en un sens quelconque.

Demander que l'on assigne à ce mouvement primitif des planetes, une autre cause que la volonté & l'action du Créateur, volonté & action relatives aux effets qu'il vouloit produire dans la nature, c'est évidemment demander une absurdité : c'est demander une *cause méchanique*, là où il est évident qu'il n'y a & qu'il ne doit y avoir aucune cause méchanique.

Que l'on demande à Descartes, qui veut partout des causes méchaniques, pourquoi le grand tourbillon solaire fait sa révolution d'occident en orient, plutôt que d'orient en occident? Il répondra qu'on ne peut & qu'on ne doit en rendre d'autre raison, sinon qu'il a plu au Créateur de mouvoir ce grand volume de matiere dans ce sens, plutôt que dans un autre: que quand il s'agit des premiers principes des choses, des causes primitives de la nature, il est absurde d'en demander d'autre raison, que la volonté même de l'Auteur de la nature. Telle est la réponse de Descartes, réponse très-philosophique & très-plausible; & telle est aussi la nôtre.

1429. REMARQUE I. Il y a dans la nature *deux sortes de phénomenes*, qu'il ne faut point confondre. Les uns demandent, pour subsister, une cause toujours agissante, toujours appliquée à produire son effet: telle est, par exemple, la suspension du mercure dans le barometre, l'oscillation d'un pendule, le mouvement d'une planete en ligne courbe. Les autres ne demandent, pour subsister, qu'un défaut total d'obstacle, qu'une absence de toute cause capable de leur nuire, de déranger ou d'altérer leur action primitive: tel est le mouvement de rotation d'une sphere dans le vuide; tel seroit encore le mouvement en ligne droite d'une sphere ou d'un corps quelconque, qui existeroit seul dans le vuide infini.

I°. Les *phénomenes du premier genre*, les phénomenes qui ont besoin d'une cause toujours subsistante & toujours agissante, exigent d'un physicien, qu'il cherche des forces actives, propres à les produire; qu'il assigne des forces permanentes,

manentes, propres à les conserver; qu'il détermine la maniere dont ces forces agissent, & qu'il évalue la quantité de leur action relativement à la différence des circonstances.

C'est précisément ce qu'a fait l'immortel Newton, en expliquant le grand phénomene du mouvement elliptique des planetes & des cometes; phénomene qui exige une cause sans cesse appliquée à infléchir le mouvement projectile, lequel par sa nature tend toujours à être rectiligne; phénomene qui exige une cause sans cesse variable, & dont l'action croisse & décroisse constamment en raison inverse des quarrés des distances. Quelle grandeur, quelle excellence, quelle perfection, dans cette brillante partie de la philosophie newtoniene! Newton ne se borne pas, comme les partisans des tourbillons, à chercher en gros & à peu près les phénomenes dans leurs causes: mais rejettant & dédaignant les vagues approximations, il soumet tout le ciel à la rigueur du calcul; & par le secours de tout ce qu'il y a de plus profond dans les mathématiques, il fait découler du grand principe de l'attraction, tous les phénomenes célestes, toutes leurs dépendances, toutes leurs circonstances, toutes leurs variations, la direction & le degré précis de la force qui convient à chaque corps dans toute position possible, avec une exactitude & une certitude qui feront à jamais & la gloire de Newton & le triomphe de l'attraction.

II°. Les *phénomenes du second genre*, ceux qui n'ont besoin que d'un défaut d'obstacle pour subsister, exigent simplement d'un physicien, qu'il assigne leur cause primitive; & qu'il démontre qu'il n'y a dans la nature, aucune cause phy-

ſique dont l'action puiſſe les détruire ou les altérer. C'eſt encore ce qu'a fait le grand Newton. En démontrant l'exiſtence du vuide dans l'immenſité des cieux, il a fait diſparoître tous les obſtacles imaginaires qui pourroient détruire & le mouvement de rotation & le mouvement projectile que le Créateur imprima au commencement des tems, aux cometes, aux planetes principales & ſecondaires.

Ainſi, ſi l'on demande à un newtonien, pourquoi les planetes ont un mouvement de rotation ſur leur axe toujours ſenſiblement parallele à lui-même, & un mouvement de révolution d'occident en orient dans des plans qui conſervent toujours la même inclinaiſon ſur le plan de l'écliptique; pourquoi les cometes ſe meuvent en tout ſens & ſelon toute direction dans preſque toute l'étendue du ciel, dans des orbites qui correſpondent toujours aux mêmes étoiles, étant vues du ſoleil: il répondra très-philoſophiquement, que les planetes roulent perſévéramment ſur leur axe avec une vîteſſe conſtante & uniforme, en vertu du mouvement de rotation que le Créateur leur imprima primitivement, & que rien n'a pu détruire ou altérer dans les vuides céleſtes: qu'elles ſe meuvent dans différents plans, d'occident en orient & dans les limites du zodiaque; parce que le Créateur, au commencement des tems, leur imprima à chacune un mouvement projectile dans tel ſens, & non dans un autre: que leur axe reſte toujours ſenſiblement parallele à lui-même; parce qu'il n'y a aucune cauſe qui puiſſe ſenſiblement changer ſa direction, d'un jour à l'autre, d'une année à l'autre: que leur révolution ſe fait toujours ſenſiblement

dans les mêmes points du ciel ; parce que leur mouvement projectile a eu sa direction primitive vers ces points du ciel ; & que ce mouvement projectile, quoique sans cesse infléchi vers le soleil, n'a aucune cause qui le tire & le détourne de son plan primitif (1266). Il répondra de même, que les cometes se meuvent d'occident en orient, d'orient en occident, du midi au nord, du nord au midi, chacune selon la direction du mouvement projectile qui lui fut imprimé par le Créateur au commencement des tems (1283) ; parce que dans le vuide immense des cieux, rien n'altere & ne détruit la direction de leur mouvement primitif, qui, quoiqu'infléchi sans cesse vers le soleil par la vertu attractive de cet astre, n'a rien qui le tire de son plan primitif, & qui puisse empêcher une comete quelconque de répondre toujours aux memes points du ciel, pendant sa révolution périodique autour du soleil.

Il seroit absurde d'aller plus loin, & de demander, outre l'action primitive & toujours subsistante du Créateur, une cause physique, une cause occasionnelle, pour entretenir, pour conserver, pour perpétuer des mouvements qui n'ont besoin d'aucune cause physique, d'aucune cause occasionnelle, pour subsister & pour persévérer toujours. Il faut une cause physique toujours subsistante & toujours agissante, pour perpétuer un mouvement qui est sans cesse détruit par des obstacles : mais il ne faut point de cause physique, pour perpétuer un mouvement qui une fois commencé n'est exposé à l'action d'aucune cause destructrice.

1430. REMARQUE II. Dans les grands phéno-

menes de la nature, dans l'ordre général qui regle & anime l'univers, il y a toujours des choſes dont on ne peut rendre d'autre raiſon, dans quelque ſyſtême qu'on adopte, ſinon qu'il a plu arbitrairement au Créateur que les choſes fuſſent ainſi. Par exemple, quelle raiſon peut-on rendre dans le ſyſtême des tourbillons, des différences qu'on obſerve dans les diſtances, dans les directions, dans l'excentricité, dans les révolutions diurnes & annuelles des planetes ?

I°. La diverſité des diſtances paroît totalement arbitraire : puiſqu'elle ne ſuit ni la raiſon directe, ni la raiſon inverſe des grandeurs. Mercure eſt plus petit que vénus ; & il eſt moins éloigné du ſoleil : ſaturne eſt plus petit que jupiter ; & il eſt plus éloigné du ſoleil.

II°. La différente inclinaiſon des orbites ſur le plan de l'écliptique, eſt auſſi arbitraire, ſoit dans les planetes, ſoit dans les cometes : puiſqu'elle n'a aucun rapport fixe, ni avec les grandeurs, ni avec les diſtances, ni avec les tems périodiques. (1180.)

III°. La diverſité d'excentricité eſt auſſi arbitraire : puiſqu'elle n'eſt aſſujettie à aucun rapport fixe. L'orbite de mars a proportionnellement plus d'excentricité que l'orbite de ſaturne & de jupiter, qui ſont plus éloignés du ſoleil ; que l'orbite de la terre & de vénus, qui ſont moins éloignées du ſoleil. (1186.)

IV°. La révolution plus ou moins rapide de chaque planete autour de ſon axe, n'eſt pas moins arbitraire : puiſqu'elle n'a aucun rapport fixe, ni avec les grandeurs, ni avec les diſtances, ni avec les tems périodiques. (1181.)

V°. La diverſité des tems périodiques n'a

non plus aucun rapport fixe avec les maſſes ou les grandeurs, ſoit dans les planetes, ſoit dans les cometes. (1190.)

Il réſulte de tout cela, que ces diverſités ne peuvent dépendre que du plus ou moins de mouvement primitif, librement & arbitrairement imprimé par le Créateur aux planetes & aux cometes; que de la direction de ce mouvement primitif, en un ſens plutôt qu'en un autre; que du défaut de tout obſtacle capable de détruire ou d'altérer ce mouvement primitif dans les eſpaces céleſtes. Telle eſt l'explication que donne Newton de ces diverſités; & telle eſt la ſeule explication dont elles ſoient ſuſceptibles.

1431. REMARQUE III. Quoiqu'il y ait dans la nature, bien des choſes dont on ne peut rendre d'autre raiſon, que la volonté libre & arbitraire du Créateur; il ne s'enſuit pas delà que cet ordre de choſes ſoit l'effet d'un aveugle caprice dans le Créateur. Nous penſons avec Léibnitz, que *rien ne ſe fait dans la nature ſans une raiſon ſuffiſante* (50), ſans penſer avec lui qu'il réſulte delà quelque néceſſité conſéquente dans l'action du Créateur. (*Mét.* 434 & 436.)

Si l'on demande maintenant quelle peut avoir été la raiſon ou la *cauſe finale* qui a pu engager le Créateur à mettre tant de diverſité arbitraire dans les révolutions des différents globes qui forment notre monde planétaire; nous répondrons par des conjectures, à une queſtion qui n'eſt ſuſceptible que de conjectures.

Quoiqu'il ne ſoit pas donné à l'eſprit humain, de pénétrer en tout & par-tout le ſanctuaire de la Divinité; de deviner & de ſaiſir toutes ſes vues toujours adorables, quelquefois impéné-

trables; de découvrir toutes les causes finales, infiniment variées, souvent infiniment cachées; nous ne craindrons point de hasarder sur la matiere présente, ces deux observations :

I°. Il paroît que le Créateur a soumis l'univers à des loix générales & invariables, quoique libres & arbitraires dans leur principe & dans leur nature (1306, 1430); pour montrer sensiblement aux hommes, que cet ouvrage admirable & inaltérable est soumis en tout & partout à une puissance & à une sagesse infinies, à qui il doit essentiellement, & son existence, & sa conservation, sans rien devoir à une aveugle fatalité ou à un aveugle hasard.

II°. Il paroît que le Créateur a mis une diversité arbitraire & indépendante de tout rapport avec les masses, dans les directions, dans les excentricités, dans les distances des planetes & des cometes; soit pour donner plus de variété & plus de richesse au spectacle de la nature; soit pour empêcher plus efficacement les hommes de juger que cet ordre de choses ait pour cause, ou quelque exigence intrinseque de la matiere, ou quelque défaut de liberté dans l'Auteur de la nature.

Quoi qu'il en soit de ces observations ou de ces conjectures sur les causes finales, il est certain qu'on ne peut imaginer aucune théorie qui mette l'univers dans une plus grande dépendance du Créateur, que la théorie de Newton; théorie en tout & par-tout également conforme, & aux principes de la physique, & aux principes de la religion.

PARAGRAPHE TROISIEME.

INFLUENCE DE L'ATTRACTION.

1432. OBSERVATION. L'empire de l'attraction n'a d'autres limites, que celles de la nature elle-même, qu'elle anime & régit en tout & par-tout, du moins dans notre monde planétaire & dans tout notre syſtême ſolaire. Nous allons obſerver ſon influence dans la peſanteur des corps, dans le mouvement curviligne des planetes & des cometes, dans le grand & permanent phénomene du flux & du reflux de la mer.

CHAPITRE PREMIER.

LA PESANTEUR DES CORPS.

1433. Le plus grand phénomene de la nature, c'eſt celui de la *peſanteur des corps*. Quelle eſt la cauſe de cette peſanteur des corps? Problême intéreſſant, qui a excité la curioſité de tous les plus célebres phyſiciens, & qui n'a été réſolu d'une maniere ſatisfaiſante, que par l'immortel Newton.

En expoſant les divers ſyſtêmes qu'on a imaginés ſur cet objet, nous ne nous arrêterons pas à rapporter & à réfuter l'opinion ſurannée de la plupart des anciens philoſophes, qui regardoient la peſanteur comme l'effet d'une vertu ou qualité occulte de la matiere; qui ſuppoſoient l'effet, ſans lui donner aucune cauſe, ou en ne lui donnant qu'une cauſe fabuleuſe & chimérique

qu'a proſcrit à jamais la ſaine phyſique dans ces derniers ſiecles.

Opinion de Gaſſendi.

1434. SENTIMENT I. Gaſſendi imagina un écoulement de corpuſcules crochus, dardés en tout ſens du ſein de la terre, dans la direction de ſes rayons prolongés. Ce torrent de corpuſcules vient-il à rencontrer une bombe ou un caillou ou tel autre corps ? Il lui imprime un mouvement diamétralement oppoſé au ſien. Delà la peſanteur de cette bombe ou de ce caillou, qui par ſa nature ne tendoit pas plus à deſcendre qu'à monter par le rayon ; à ſe mouvoir par le rayon, que par la tangente. (*fig.* 51.)

RÉFUTATION. Le premier vice de cette hypotheſe, ainſi que de l'hypotheſe des tourbillons, c'eſt de manquer totalement de vraiſemblance. Mais réaliſons pour un moment ce fabuleux écoulement de corpuſcules crochus ; & examinons quels effets phyſiques il devroit produire.

I°. Ces corpuſcules dardés du ſein de la terre dans la direction de ſes rayons prolongés TA, TB, TN, doivent néceſſairement rencontrer & heurter la ſurface des corps qui eſt tournée vers la terre. Mais, ou ils rencontreront des parties ſolides ; & alors ils communiqueront à ces parties le même mouvement qu'ils ont ; un mouvement qui, loin de les porter vers le centre de la terre, les en éloignera davantage : ou ils rencontreront des pores ; & alors ils continueront leur route ſans communiquer aucun mouvement au corps qu'ils traverſent ſans obſtacle.

II°. Ces corpuſcules inceſſamment émanés du

ſein de la terre, ayant aſſez de force motrice pour imprimer un ſi grand mouvement de peſanteur aux corps qu'ils rencontrent, doivent avoir néceſſairement une maſſe fort conſidérable : ſans quoi, quelle que fût leur vîteſſe, leur impulſion, ainſi que celle de la lumiere, ſeroit inſenſible, & ne déplaceroit point les corps. Que devient donc cette énorme quantité de matiere, qui jaillit ſans ceſſe & de toute part en torrents impétueux, du ſein de la terre? S'échappe-t-elle ſans retour, du ſein de la terre? La terre ſeroit bientôt épuiſée par une telle perte. Revient-elle au ſein de la terre? Il lui faut une peſanteur ; & il reſte à demander à Gaſſendi, d'où vient cette peſanteur à la matiere qui produit la peſanteur.

Opinion de Deſcartes.

1435. SENTIMENT II. Selon Deſcartes & ſelon tous ſes ſectateurs, la peſanteur ne réſide que dans les corps compoſés d'une matiere rameuſe & cannelée; & cette peſanteur a pour cauſe l'impulſion de la matiere éthérée (1384), qui n'a elle-même aucune peſanteur. Pour faire concevoir ce méchaniſme, d'après les idées carthéſiennes (*fig.* 53):

Soit S le centre d'un grand tourbillon, par exemple, du tourbillon ſolaire; P, une planete emportée dans la direction MN, par le courant du tourbillon; *aa*, *cc*, *rr*, *nn*, une foule de petits globules ou de petits tourbillons, contigus à la planete.

I°. Tandis que tout le grand tourbillon fait ſa révolution autour du centre S, diſent les car-

téſiens, les petits tourbillons plus éloignés *a a*, *c c*, ont plus de vîteſſe & plus de force centrifuge, que les petits tourbillons moins éloignés *r r*, *n n* : donc les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, *c c*, tendent avec plus de force à s'éloigner du centre S, que les petits tourbillons inférieurs *r r*, *n n*.

II°. Les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, *c c*, ne peuvent tendre à s'éloigner du centre S du tourbillon général, ſans tendre à ſe joindre, & ſans tendre à pouſſer la planete P vers le centre S du tourbillon général. De même les petits tourbillons inférieurs *r r*, *n n*, ne peuvent tendre par leur mouvement centrifuge à s'éloigner du centre S du tourbillon général, ſans tendre à ſe joindre, & ſans tendre à éloigner la planete P du centre S du tourbillon général. Ainſi ſi les forces centrifuges des petits tourbillons *a a* & *r r* étoient égales, la planete, livrée à ces deux forces égales & oppoſées, ne tendroit ni à s'éloigner ni à s'approcher du centre S du grand tourbillon.

III°. Mais comme la force centrifuge eſt plus grande dans les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, que dans les petits tourbillons inférieurs *r r* ; la planete P, indifférente par elle-même à s'approcher ou à s'éloigner du centre S, ſera ſans ceſſe pouſſée vers ce centre, par l'excès de force impulſive qu'ont les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, ſur les petits tourbillons inférieurs *r r*. Par cette différence de force centrifuge & impulſive, plus grande en *a a* qu'en *r r*, la planete toujours enveloppée de petits tourbillons, ſera toujours preſſée & pouſſée par les petits tourbillons ſupérieurs avec plus de force dans la direction PS,

qu'elle n'eſt preſſée & pouſſée par les petits tourbillons inférieurs dans la direction oppoſée SP. Delà, ſelon les cartéſiens, ſa gravitation ou ſa tendance vers le centre S; gravitation qui a pour cauſe unique l'impulſion des petits tourbillons contigus, leſquels ont plus d'action en *a a* qu'en *r r*.

1436. RÉFUTATION. Quoique nous ayons déja détruit la chimere des tourbillons (1399), ſuppoſons en pour un moment l'exiſtence; & faiſons voir qu'ils ne quadrent pas mieux avec les phénomenes de la peſanteur, qu'avec les phénomenes des mouvements céleſtes dans les planetes & dans les cometes.

I°. Il eſt évident, & les cartéſiens eux-mêmes ont été forcés d'en convenir, qu'un globe P, placé dans un torrent de matiere éthérée élaſtique ou non élaſtique, doit néceſſairement ſe mouvoir avec la même vîteſſe que le torrent qui l'entraîne. Ce globe a donc, ſoit dans ſa partie ſupérieure, ſoit dans ſa partie inférieure, une force centrifuge préciſément égale à celle des petits tourbillons qui le touchent. Donc ce globe a dans ſa partie ſupérieure, de quoi ſe défendre contre l'excès de force centrifuge que peuvent avoir les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, ſur les petits tourbillons inférieurs *r r*. Donc ce globe, s'il eſt ſans peſanteur par lui-même, ne ſera pouſſé en aucune maniere vers le centre S du tourbillon général, par l'excès de force centrifuge qu'ont les petits tourbillons plus éloignés *a a*, ſur les petits tourbillons moins éloignés *r r*: puiſque ce globe, ſoit en *a a*, ſoit en en *r r*, eſt animé d'une force centrifuge préciſément égale à celle des petits tourbillons qui l'aſſiégent & qui pourroient le heurter.

Les carthésiens ont senti la force de cette démonstration ; & pour sauver leur théorie qu'elle ruinoit de fond en comble, ils ont imaginé dans les petits tourbillons qui touchent le globe P, une force centrifuge différente de celle qui naît du grand tourbillon ; une *force centrifuge propre* à chaque petit tourbillon, & qui naît d'une révolution rapide que fait incessamment sur lui-même chaque petit tourbillon *a*, *c*, *r*, *n*. Ces petits tourbillons, soit à raison de leur masse plus grande, soit à raison de leur révolution plus rapide sur eux-mêmes, ont d'autant plus de force centrifuge propre, selon les modernes carthésiens, qu'ils sont plus éloignés du centre S de tout le grand tourbillon. Ainsi le globe P, qui a par-tout une force centrifuge égale à la force centrifuge des différentes couches du grand tourbillon dans lesquelles il est placé, sera poussé vers S par l'excès de force centrifuge propre qu'ont les petits tourbillons supérieurs *a a* sur les petits tourbillons inférieurs *r r* : parce que ce globe P, n'ayant que la force centrifuge commune à tout le grand tourbillon, n'a rien qui puisse le soustraire à la force centrifuge particuliere des petits tourbillons *a a*, *r r*, qui l'assiégent. Ces petits tourbillons, farcis eux-mêmes indéfiniment d'autres plus petits tourbillons, satisfont-ils mieux aux phénomenes de la pesanteur ? Non, sans doute : car en leur faisant grace sur leur défaut total de vraisemblance,

II°. De quelque maniere que les tourbillons supérieurs *a a* précipitent la planete vers le centre S, soit par un excès de force centrifuge générale, soit par un excès de force centrifuge propre ; il s'ensuit que la planete P doit se porter

avec un mouvement ſans ceſſe accéléré ou vers le centre ou vers l'axe du grand tourbillon, ſans que rien puiſſe la garantir d'une telle chûte PS: puiſque la planete ne peut jamais avoir plus de force centrifuge générale, que la couche du grand tourbillon qui l'entraîne ; & qu'elle eſt toujours en butte à l'excès de force centrifuge qu'ont les petits tourbillons ſupérieurs *a a*, ſur les petits tourbillons inférieurs *r r*. D'où il s'enſuivroit que toutes les planetes & toutes les cometes devroient, ſelon la théorie carthéſiene, aller dans peu s'engloutir dans le ſoleil.

III°. De quelque maniere que naiſſe l'impulſion qui fait tomber les corps, qu'elle vienne ou de la force centrifuge générale, ou de la force centrifuge propre ; tous les corps devroient tendre dans leur chûte, non vers le centre du tourbillon, mais vers un point de l'axe correſpondant à leur éloignement de l'équateur du même tourbillon : puiſque dans la révolution d'une ſphere ſur ſon axe, toutes les tranches paralleles à l'équateur décrivent leurs cercles à part, dont le centre eſt ſur l'axe ; & que les forces centrifuges ſont toujours diamétralement oppoſées aux forces centripetes. Ainſi une pierre qui tombe librement dans une latitude de 45 degrés, devroit avoir ſa direction, non vers le centre de la terre, mais vers un point de l'axe terreſtre également éloigné & du centre de la terre & du pole voiſin.

L'expérience eſt conforme à cette théorie. Car ſi on fait tourner rapidement ſur ſon axe un globe de verre plein d'une eau dans laquelle ſe trouvent mêlés une goutte d'huile, quelques petits morceaux de cire, ou tels autres corps

plus légers que l'eau; pendant la révolution du globe, l'eau, par ſon excès de force centrifuge, gagne par-tout la circonférence, & force les corps plus légers qu'elle, à quitter la circonférence, & à deſcendre, non dans une direction qui les porte vers le centre du globe, mais dans une direction qui les porte vers l'axe, dans une latitude égale à celle qu'ils avoient au commencement de leur chûte. C'eſt donc en vain qu'on imagineroit des ſuppoſitions & des raiſonnements, pour établir le contraire de ce que démontre l'expérience. Le globe dont nous parlons, eſt, autant qu'il eſt poſſible de l'effectuer, l'image du méchaniſme cartéſien : or dans ce globe les corps qui ont moins de force centrifuge, tombent, non vers le centre, mais vers différents points de l'axe : donc la même choſe devroit arriver aux corps qu'emporte le tourbillon de la terre, par exemple, à une pierre qui tombe du haut d'un toit. Cette pierre, en France, devroit donc tendre, non vers le centre de la terre, mais vers un point de l'axe terreſtre, également éloigné à peu près & du centre de la terre & du pole boréal de la terre: ce qui eſt évidemment contraire au phénomene de la gravitation des corps terreſtres.

IV°. De quelque maniere que l'impulſion des tourbillons faſſe deſcendre les corps, les corps gravitants devroient avoir une peſanteur proportionnelle, non à leurs maſſes, mais à leurs ſurfaces : puiſque les corps en priſe à l'impulſion des tourbillons doivent recevoir un d'autant plus grand nombre de ſecouſſes égales, qu'ils préſentent plus de ſurface à la force centrifuge générale ou particuliere des tourbillons qui les

affiégent & qui les forcent à defcendre. Or la pefanteur eft proportionnelle aux maffes, & non aux furfaces : donc la pefanteur n'eft point l'effet de l'impulfion des tourbillons.

V°. De quelque maniere que l'impulfion des tourbillons faffe defcendre les corps, les corps ne devroient pas accélérer leur mouvement felon la fuite des nombres impairs (366). Car à mefure que leur mouvement s'accélere, ce mouvement les fouftrait en partie à la percuffion des tourbillons, laquelle devenant par-là toujours plus foible, doit produire un effet moindre que celui qu'exprime la fuite des nombres impairs : puifque l'effet exprimé par la fuite des nombres impairs, exige que la force accélératrice foit conftante & uniforme. Donc la théorie des tourbillons ne s'accorde en aucune maniere avec les phénomenes de la pefanteur.

VI°. Il eft certain que la matiere éthérée des carthéfiens, fi elle exifte, a elle-même une pefanteur, ainfi que le refte des corps : donc la pefanteur n'eft pas l'effet de l'impulfion de cette matiere éthérée. Je démontre l'antécédent. Toutes les hypothefes qu'on peut imaginer en faveur des tourbillons, fuppofent toujours néceffairement que la matiere éthérée a un mouvement curviligne : or une telle fuppofition démontre dans la matiere éthérée, une gravitation ou une pefanteur indépendante de l'impulfion. Car tout mouvement curviligne renferme néceffairement deux chofes, une force projectile & une force centripete, ou une tendance dans la direction de la tangente & une autre tendance dans la direction du rayon. Donc le Créateur, au commencement des tems, imprima à la fois

à cette matiere éthérée, si elle existe, & un mouvement projectile, & un mouvement central, indépendants l'un de l'autre : puisque si la matiere éthérée, en commençant à se mouvoir, n'avoit eu que le mouvement projectile par la tangente, elle n'auroit point pu infléchir son mouvement dans la direction du rayon. Or dans la nature, les choses subsistent par les mêmes causes, & demeurent soumises aux mêmes loix, qui leur ont donné commencement : donc la gravitation ayant commencé dans la matiere éthérée sans le secours de l'impulsion (puisqu'on ne peut supposer aucune impulsion antérieure à la premiere impulsion dont il s'agit ici), il s'ensuit que la gravitation subsiste dans la matiere éthérée, sans le secours de l'impulsion. Donc la matiere éthérée, si elle existe, a elle-même une pesanteur dont il faut chercher la cause. Donc l'hypothese carthésiene n'est propre en aucune maniere, à rendre raison du grand phénomene de la gravitation des corps.

1437. OBJECTION. Les preuves par lesquelles on établit ici la pesanteur de l'éther carthésien, pesanteur qui ruineroit de fond en comble toute la théorie des tourbillons, ne paroissent point solides & plausibles. Car supposons que le mouvement projectile de la matiere éthérée ait commencé dans une concavité sphérique ou elliptique : ce mouvemement projectile, continuellement arrêté par la concavité sphérique ou elliptique, se sera sans cesse infléchi, sans le secours d'une force centrale indépendante de l'impulsion. Or c'est ainsi que les carthésiens supposent le mouvement initial des tourbillons dans le plein, où chaque couche est captivée par la couche

couche ſupérieure & captive la couche inférieure : donc ces tourbillons ont pu s'infléchir ſans le ſecours d'une gravité ou d'une peſanteur qui leur ſoit propre.

RÉPONSE. I°. Nous avons démontré dans notre Métaphyſique, que le monde exiſtant n'eſt point & ne peut point être infini en étendue ; qu'il y a, au-delà des parties extrêmes du monde exiſtant, un eſpace increé & infini, vuide de toute matiere, & capable de recevoir à l'infini une nouvelle matiere (*Mét.* 442). Donc il n'y a au-delà des dernieres couches des tourbillons imaginés par les cartéſiens, aucune concavité ſphérique ou elliptique, capable d'arrêter & d'infléchir le mouvement projectile des dernieres couches des tourbillons.

Donc, ſelon les loix connues & démontrées du mouvement, lequel par ſa nature tend toujours à s'effectuer en ligne droite, & qui s'effectue toujours réellement en ligne droite, dès qu'il ceſſe d'être infléchi par quelque cauſe, ou par quelque obſtacle (309) ; les dernieres couches, enſuite les pénultiemes, enſuite toutes les autres ſucceſſivement & à l'infini, doivent ſe mouvoir en ligne droite, s'échapper par la tangente, ſe diſſiper & ſe perdre ſans retour au loin dans le vuide infini, ſi elles n'ont point de gravitation ou de force centripete, qui les infléchiſſe inceſſamment, qui les retienne & les captive efficacement autour du centre général du tourbillon. Donc il eſt réellement & ſolidement démontré que la matiere éthérée, ſi elle exiſte, a en elle-même une vraie gravité indépendante de l'impulſion ; ainſi que la flamme, que la fumée, que l'air, que tous les corps ſolides, liquides

& fluides, qui ſont ſoumis à nos expériences. (243.)

IIº. Quand même on paſſeroit aux cartéſiens la chimérique négation d'eſpace qu'ils ont imaginée au-delà des dernieres couches de leurs grands tourbillons, pour les captiver; leur hypotheſe n'en ſeroit pas moins ruineuſe. Car, outre tous les autres inconvénients que nous avons déja dévoilés dans cette fabuleuſe & chimérique hypotheſe & qui la détruiſent en mille & mille manieres; quel horrible frottement n'eſſuieroit pas cette énorme machine en tout ſens & dans toutes ſes parties! N'eſt-il pas évident qu'en vertu du frottement & de la réſiſtance, qu'éprouveroit la derniere couche de chaque grand ou petit tourbillon dans ſa concavité ſphérique ou elliptique, & qu'elle communiqueroit néceſſairement & ſucceſſivement à toutes les couches plus voiſines du centre; la maſſe entiere du tourbillon perdroit ſans ceſſe une partie notable de ſon mouvement primitif, & ſe trouveroit bientôt réduite à une inactivité entiere, à une inertie totale & abſolue: puiſqu'il eſt démontré que le mouvement ceſſe & périt dans tout corps, par la réſiſtance qu'il eſſuie (310)? Tel eſt le ſort attaché à toutes les fabuleuſes hypotheſes: elles ne peuvent éviter un abyme, ſans ſe précipiter dans un autre. *Incidit in Syllam, cupiens vitare Charybdim.*

Radiation de Léibnitz.

1438. SENTIMENT III. Un des plus zélés partiſans des tourbillons, le fameux Léibnitz, reconnut & avoua que la peſanteur des corps ne pouvoit en aucune façon naître & découler de

la force centrifuge, générale ou particuliere des tourbillons. Pour concilier ce grand phénomene de la pesanteur des corps avec la théorie des tourbillons, il attribua à l'éther cartésien, sans détruire son mouvement de révolution générale & particuliere, un *nouveau mouvement*, une tendance du centre à la circonférence du tourbillon.

De ce nouveau mouvement, que Léibnitz nomma *radiation*, & auquel M. Vilmot donna pour cause une *ébullition* générale dans tout le grand tourbillon, ils ont tâché l'un & l'autre de faire découler la pesanteur des corps; en disant que les petits tourbillons ne peuvent tendre partout du centre à la circonférence du grand tourbillon par une infinité de rayons, sans précipiter les corps qu'ils rencontrent, vers le centre commun de tout le tourbillon.

RÉFUTATION. I°. Il est évident que cette *radiation*, que cette *ébullition*, met un nouveau vice dans l'hypothese des tourbillons, en la rendant encore plus composée, plus compliquée, plus ruineuse, plus inadmissible & plus révoltante. (*fig.* 53.)

II°. Il est évident que le méchanisme de cette radiation revient en grande partie, au méchanisme que nous avons déja réfuté dans Gassendi; & que si elle pouvoit avoir quelque effet, ce seroit de pousser les corps vers la circonférence, & non vers le centre du tourbillon. (1434.)

III°. Il est évident qu'un tourbillon ainsi imaginé est comme un fluide qui seroit enfermé de toute part, & qui seroit pressé en tout sens dans son centre vers sa circonférence. Or il est clair qu'un tel fluide, comme l'a démontré & fait sentir le célebre Jean Bernouilly, doit selon les

loix de l'équilibre, être par-tout en repos : donc un corps placé dans ce fluide, ſe trouvant également preſſé en tout ſens par le fluide, doit auſſi être en repos, & n'acquérir aucune gravitation, aucune tendance vers le centre du fluide. Donc le grand phénomene de la peſanteur des corps, ne peut en aucune maniere naître & découler de l'impulſion des tourbillons ; quelque mouvement que l'on ſuppoſe arbitrairement, & communément contre toute vraiſemblance, à ces tourbillons.

ATTRACTION DE NEWTON.

1439. SENTIMENT IV. Selon Newton, la peſanteur des corps eſt un effet de la loi générale d'attraction en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, ſoit dans le vuide, ſoit hors du vuide ; & la peſanteur convient généralement à toute matiere quelconque, ſolide, fluide, liquide : parce que toute matiere eſt également en priſe à l'action du corps qui l'attire vers lui, avec une force qui eſt toujours & par-tout le produit de ſa maſſe diviſé par le quarré de ſa diſtance au corps attiré ; quelle que ſoit & la nature & la maſſe du corps attiré. (1418.)

PROPOSITION.

1440. *La peſanteur des corps eſt un effet, non de l'impulſion, mais de l'attraction.*

DÉMONSTRATION. Il eſt clair que la peſanteur eſt un effet général dans la nature, où nous voyons tous les corps graviter vers certains centres communs ; & que cet effet général doit

néceſſairement découler d'une cauſe générale de la nature. Or les deux cauſes générales de la nature, ſont l'impulſion & l'attraction : donc la peſanteur doit néceſſairement découler de l'une de ces deux cauſes, ſi elle ne découle pas de toutes les deux à la fois.

I°. Il eſt certain que la peſanteur des corps ne découle point de l'impulſion, ou n'a point pour cauſe l'impulſion : en premier lieu, parce que cette peſanteur exiſte & agit dans les planetes & dans les cometes, qui ſont placées dans des eſpaces vuides, dans des eſpaces où il n'y a aucune matiere impulſive, dans des eſpaces où la peſanteur ne peut être produite & perpétuée par aucune impulſion quelconque (1399) : en ſecond lieu, parce qu'en réaliſant même toutes les fabuleuſes hypotheſes d'impulſion d'où l'on voudroit faire découler la peſanteur des corps, il n'en peut jamais naître une peſanteur telle qu'elle exiſte dans la nature, une peſanteur telle que la montrent les phénomenes. (1436.)

II°. Il eſt certain que la peſanteur eſt une propriété commune à tous les corps ſolides, liquides, fluides, à la terre, à l'eau, à l'air, aux vapeurs les plus ſubtiles, à la fumée & à la flamme, à tous les corps qui peuvent être ſoumis à nos expériences & à nos obſervations (243). Il eſt certain que tous les corps expoſés à nos obſervations, gravitent les uns vers les autres, la lune & les corps terreſtres vers la terre, les cometes & les planetes principales vers le ſoleil, les planetes ſubalternes vers leur planete principale ; même dans des eſpaces où ne ſe trouve certainement aucune matiere propre à leur donner une impulſion & une peſanteur. Il eſt certain

que la matiere la plus ſubtile qu'ait pu imaginer & concevoir l'eſprit humain, a néceſſairement une peſanteur propre, une peſanteur qui infléchit ſans ceſſe ſon mouvement, ſi elle exiſte (1436, 1437). D'où il réſulte que la peſanteur eſt une propriété commune à tous les corps quelconques, du moins dans notre monde planétaire.

III°. Mais s'il eſt certain & évident que les phénomenes de la peſanteur, de cette propriété commune à tous les corps quelconques, ne peuvent ſe concilier avec la théorie de l'impulſion (1436); il n'eſt pas moins certain & évident que les phénomenes de la peſanteur, tels que les montrent par-tout l'expérience & l'obſervation, autour de nous ou loin de nous, quadrent parfaitement en tout & par-tout avec la théorie de l'attraction mutuelle des corps: car étant donnée la loi d'attraction réciproque, en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, entre tous les corps de notre monde planétaire (1416); on déduira de cette loi démontrée, tous les phénomenes de la peſanteur des corps, tels que l'expérience & l'obſervation les ont fait découvrir. Par exemple,

Il réſulte de cette loi en premier lieu, que tous les corps qui forment le *globe terreſtre* ou qui appartiennent de près ou de loin à ce globe, doivent graviter vers ſon centre (1419): que ſi ce globe n'eſt point parfaitement ſphérique, la gravitation ne doit pas tendre par-tout préciſément au centre (1420); mais vers un point d'un petit noyau pris autour du centre (1374): que la gravitation d'un corps plus éloigné du centre de la terre, doit être moindre que celle d'un

corps plus voiſin de ce même centre de la terre (251); & que cette gravitation eſt toujours & par-tout en raiſon inverſe des quarrés des diſtances (1272): que dans un même eſpace vuide & ſans reſiſtance, une plume & un boulet de canon doivent tendre avec une même vîteſſe vers le centre de la terre (245), étant en priſe l'une & l'autre à la même force accélératrice qui eſt l'attraction active de la terre (1415): qu'en vertu de cette force accélératrice, la chûte des corps doit s'accélérer dans le vuide ſelon la ſuite des nombres impairs (366), pourvu que les eſpaces parcourus ne ſoient pas bien conſidérables; mais que ſi cette chûte s'effectuoit dans un très-grand eſpace & duroit aſſez long-tems, le mouvement accéléré croîtroit dans un rapport plus grand que celui des nombres impairs, parce qu'alors la force accélératrice ceſſeroit d'être ſenſiblement uniforme & iroit en croiſſant relativement au corps attiré.

Il réſulte de cette loi en ſecond lieu, que la terre doit graviter vers la lune, ainſi que la lune gravite vers la terre (1411): que les ſatellites de ſaturne & de jupiter doivent graviter vers leur planete principale, ainſi que la planete principale gravite vers le ſoleil; ainſi que la lune gravite vers la terre: que deux planetes aſſez voiſines, par exemple ſaturne & jupiter en conjonction, doivent agir réciproquement l'une ſur l'autre, altérer la régularité de leur courbe & de leur mouvement, comme la choſe arrive en effet (1445): que dans les planetes plus éloignées du ſoleil, la gravitation ou la peſanteur vers cet aſtre, doit être moindre que dans les planetes qui en ſont plus voiſines; &

que les peſanteurs reſpectives doivent être toujours & par-tout, comme elles le ſont en effet, en raiſon inverſe des quarrés des diſtances (1273): que dans les cometes, qui ſont tantôt très-près, & tantôt immenſément loin du ſoleil, la peſanteur doit immenſément varier, comme il conſte qu'elle varie en effet immenſément; & ainſi du reſte.

IV°. A qui pourroit-on perſuader que tous les différents phénomenes de la peſanteur des corps puiſſent s'accorder en tout & par-tout avec la loi d'une attraction univerſelle entre tous les corps, ſans découler de cette loi, ſans être un effet de cette loi? A qui pourroit-on perſuader que tous les phénomenes de la peſanteur des corps puiſſent être en tout & par-tout en oppoſition avec la théorie de l'impulſion, & naître cependant conſtamment & univerſellement de cette loi d'impulſion? Donc il eſt certain & démontré par l'obſervation des phénomenes, que le grand phénomene de la peſanteur des corps a pour cauſe, non l'impulſion, ſous quelque point de vue qu'on l'enviſage; mais l'attraction réciproque & univerſelle, en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances. C. Q. F. D.



CHAPITRE SECOND.

LE MOUVEMENT CURVILIGNE DES PLANETES ET DES COMETES.

PROPOSITION I.

1441. *Tous les phénomenes du mouvement curviligne des planetes & des cometes, découlent de la loi générale d'une attraction réciproque entre ces aſtres & le ſoleil.*

EXPLICATION. Avant Newton, Kepler avoit trouvé par le moyen des obſervations aſtronomiques, que toutes les planetes principales étoient animées d'une force centrale toujours & par-tout en raiſon inverſe des quarrés des diſtances au ſoleil; & que cette force centrale, tantôt plus & tantôt moins grande dans chaque planete iſolée, infléchiſſoit tantôt plus & tantôt moins ſon mouvement projectile ſur chaque point de ſon orbite. Telle eſt la fameuſe découverte de Kepler, qui eſt devenue la baſe de toute l'aſtronomie.

Newton chercha dans la nature, la cauſe de cette force centrale; force toujours & par-tout variable, force toujours & par-tout en raiſon inverſe du quarré de la diſtance au ſoleil: & après avoir démontré que l'impulſion n'en étoit point & ne pouvoit point en être la cauſe phyſique, il trouva & il démontra que cette force centrale avoit pour cauſe phyſique, l'attraction réciproque qui regne entre tous les corps de la nature, ſoit dans le vuide, ſoit hors du vuide.

Newton obſerva, que la même loi d'une force centrale en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, infléchiſſoit le mouvement projectile des planetes ſubalternes autour de leur planete principale, des cometes autour du ſoleil; & il trouva & démontra que cette force centrale dans les cometes, avoit pour cauſe phyſique l'attraction active du ſoleil; que cette force centrale dans les planetes ſubalternes ou ſecondaires, avoit pour cauſe phyſique l'attraction active de la planete principale.

En généraliſant cette théorie, Newton trouva & démontra, qu'étant donnée la loi d'une attraction mutuelle & réciproque entre tous les corps de la nature, en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances (1412, 1416); la nature devoit nous offrir dans le ciel, tous les phénomenes que nous y obſervons, avec toutes leurs circonſtances, avec toutes leurs dépendances, avec toutes leurs petites irrégularités: & les obſervations aſtronomiques qu'on a faites depuis Newton dans toutes les contrées de notre globe, ont démontré que la théorie de ce grand homme étoit en tout & par-tout la théorie même de la nature.

Démonstration. Étant donnée la loi d'une attraction mutuelle & univerſelle en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, s'enſuivent les phénomenes ſuivants, qui ne ſont autre choſe que la théorie même de Kepler, développée par Newton, adoptée par tous les aſtronomes modernes, & confirmée en tout par les obſervations les plus exactes.

I°. Les planetes & les cometes ſe mouvront

en ligne courbe autour de certains centres : puisque leur mouvement projectile par la tangente, sera sans cesse infléchi par une force centrale, fruit de l'attraction active du corps qui les attire, par exemple de l'énorme masse du soleil, dont le volume est environ un million de fois plus grand que celui de la terre.

II°. Les planetes & les cometes décriront des courbes différemment excentriques & en un sens quelconque : selon la différente combinaison de la force projectile & de la force centrale, au moment où a commencé leur révolution au sein du vuide immense. (1285.)

III°. La courbe d'une même planete ou comete répondra toujours, du moins pendant un très-long-tems, aux mêmes points du ciel : puisque le mouvement projectile de cette planete ou comete, quoique incessamment infléchi vers le point central par la force attractive de ce point central, n'a rien qui le tire du plan primitif où il a commencé. (1266.)

IV°. Le rayon vecteur d'une même planete ou comete, décrira toujours des aires égales, en des tems égaux ; des aires proportionnelles aux tems, en des tems inégaux : puisque la planete ou comete est toujours & par-tout animée d'une force centrale propre à produire ces effets. (1279.)

V°. Le mouvement d'une même planete ou comete dans sa courbe elliptique, sera alternativement accéléré & retardé, selon qu'elle s'éloignera ou s'approchera du point central qui l'attire (1275) : sa vîtesse absolue croîtra & décroîtra toujours en raison inverse des rayons vecteurs (1281) ; & sa vîtesse angulaire, en rai-

ſon inverſe des quarrés de ſes rayons vecteurs. (1282.)

VI°. L'axe d'une même planete, l'axe autour duquel s'effectue ſon mouvement de rotation, reſtera toujours, du moins pendant un très-long-tems, ſenſiblement parallele à lui-même : puiſque le point central, où réſide la force attractive, par exemple le centre du ſoleil, eſt toujours ſenſiblement à la même diſtance des deux extrêmités de cet axe de la planete, & n'exerce pas plus d'action attractive ſur une extrêmité de cet axe que ſur l'autre, pendant la révolution périodique de la planete autour de lui. (1327, I°.)

Cet axe pourra cependant être ſenſiblement infléchi à la longue ; mais ce ſera encore un effet, ou de l'attraction du ſoleil, ou de l'attraction de quelque planete voiſine : comme la choſe arrive en effet, & dans l'axe de la lune, qui a un petit mouvement de libration ; & dans l'axe de la terre, auquel le renflement de l'équateur occaſionne un mouvement de révolution conique autour des poles de l'écliptique. (1328.)

VII°. Les vîteſſes moyennes de deux planetes ſeront entr'elles en raiſon inverſe des racines quarrées de leurs moyennes diſtances du centre de leur attraction (1303) : les quarrés de leurs tems périodiques ſeront entr'eux comme les cubes de leurs moyennes diſtances à ce même centre de leur attraction, d'où naît dans elles une force centrale toujours & par-tout en raiſon inverſe du quarré de leur rayon vecteur, ou de leur diſtance actuelle à ce centre de leur attraction & de leur gravitation ; & ainſi du reſte de toute la théorie de Kepler. C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

1442. *Les irrégularités du mouvement de la lune, la révolution rétrograde de l'équateur terrestre, les inégalités du mouvement de saturne & de jupiter, la petite révolution du soleil autour d'un centre pris non loin de son centre, naissent & découlent uniquement de la loi générale d'une attraction réciproque entre tous les corps qui composent notre monde planétaire.*

1443. EXPLICATION I. Il conste par les observations astronomiques, que la lune décrit autour de la terre une orbite elliptique AMBNA, *a m b n a* (*fig.* 14) : que cette orbite elliptique est tantôt un peu plus & tantôt un peu moins inclinée sur le plan de l'écliptique MRN, PXY : que cette orbite elliptique tantôt s'élargit & tantôt se retrécit d'une petite quantité : que les absides, ou les deux points les plus éloignés du centre de cette orbite elliptique, ont un mouvement de révolution périodique, d'occident en orient & selon la suite des signes : que les nœuds M & N de cette même orbite, ont un mouvement de révolution périodique, d'orient en occident, contre l'ordre des signes. Or tous ces phénomenes découlent de la loi générale d'une attraction mutuelle & réciproque entre la terre, la lune & le soleil. Car de l'attraction active de la terre & du soleil sur la lune, naît une force composée, que nous avons nommée *force perturbatrice*, & de laquelle proviennent toutes les irrégularités qu'on observe dans le mouvement de cette planete (1235). Par exemple,

I°. *L'attraction active du soleil doit sans cesse altérer la vîtesse ou le mouvement projectile de la lune:* puisque cette action attractive du soleil, le diminue pendant le premier & le troisieme quart de sa révolution; l'augmente pendant le second & le dernier quart de cette même révolution. (1237, III°.)

II°. *L'action attractive du soleil doit sans cesse altérer la pesanteur de la lune vers la terre, ou sa force centrale :* puisque cette action attractive du soleil, augmente cette pesanteur d'environ $\frac{1}{178}$ dans les quadratures; la diminue d'environ $\frac{1}{89}$ dans les syzigies; la diminue plus long-tems, qu'elle ne l'augmente. (1237, II°. VII°.)

III°. *L'action attractive du soleil doit produire une révolution rétrograde dans les nœuds de la lune:* puisque, à mesure que la lune sort du plan de l'écliptique & s'écarte de ce plan où est toujours placé le soleil, l'action attractive de cet astre produit dans la lune une tendance ou une pesanteur vers le soleil, laquelle doit infléchir son mouvement projectile vers le plan de l'écliptique, & la porter sur un point plus occidental de l'écliptique dans le passage d'un nœud à l'autre; comme nous l'avons expliqué ailleurs. (1239.)

IV°. *L'action attractive du soleil doit produire une révolution directe dans la ligne des absides, ou dans le grand axe de l'orbite lunaire.* Car si le soleil cessoit d'agir sur la lune, la pesanteur ou la force centrale de la lune vers la terre, n'étant troublée & altérée par aucune cause, suivroit exactement la raison inverse des quarrés des distances, sur tous les points de sa courbe; selon la théorie de Kepler, & selon la loi commune à

tous les corps qui décrivent des courbes rentrantes ſur elles-mêmes; & alors, dans tous les points également éloignés du centre de la terre, cette force centrale infléchiroit également le mouvement projectile de la lune: d'où il arriveroit que ce mouvement projectile de la lune, toujours uniformément infléchi dans les différents points correſpondants de l'orbite lunaire, produiroit une courbe fixe & conſtante AMBNA, dont le grand axe ATB ſeroit toujours dirigé vers les mêmes points du ciel. (*fig.* 14.)

Mais la choſe n'eſt point ainſi. Car l'action attractive du ſoleil, augmente la peſanteur ou la force centrale de la lune vers la terre, dans les quadratures; la diminue dans les ſyzigies; l'augmente moins dans les quadratures, qu'elle ne la diminue dans les ſyzigies (1237): d'où il réſulte que, tout compenſé, la force centrale de la lune vers la terre, eſt diminuée pendant chaque révolution entiere. Ainſi (*fig.* 55):

En ſuppoſant la terre en S au foyer de l'orbite lunaire LAML; en ſuppoſant encore que le dernier apogée a été en M: tandis que la lune paſſe du périgée au nouvel apogée, ſon mouvement projectile eſt infléchi avec une force moindre que celle qui répond à la raiſon inverſe des quarrés des diſtances. Ce mouvement projectile étant moins infléchi, s'écarte moins de la tangente à chaque inſtant: s'écartant moins de la tangente à chaque inſtant, il eſt clair qu'il doit arriver & plus tard & plus loin & ſur un point plus oriental *m*, au degré d'inflexion qui donne l'angle droit ſur le rayon vecteur. Or ce ſeul lieu de l'angle droit *m*, eſt l'apogée de la lune: donc l'apogée de la lune doit devenir continuel-

lement plus oriental, & avoir un mouvement direct selon l'ordre des signes PQRTVXP. Ainsi, si le grand axe de l'orbite lunaire est maintenant LSM; ce grand axe, dans la révolution suivante, sera *rSm;* comme nous l'avons annoncé ailleurs. (1241.)

1444. EXPLICATION II. Il conste par les observations astronomiques, que tout le firmament a un mouvement réel ou apparent, d'occident en orient & selon l'ordre des signes, autour des poles de l'écliptique, lequel s'effectue en 25740 ans (1131). Il conste par la théorie du vrai systême du monde, que ce mouvement n'est qu'apparent dans le firmament; & qu'il est occasionné par un mouvement réel dans la terre, d'orient en occident & contre l'ordre des signes, autour d'un axe terrestre parallele à l'axe de l'écliptique. (1327.)

Ce mouvement rétrograde de la terre a pour causes physiques, & l'action attractive du soleil sur l'anneau saillant de l'équateur terrestre, lequel est oblique au plan de l'écliptique; & l'action attractive de la lune sur le même anneau saillant, lequel est aussi oblique au plan de l'orbite lunaire; comme nous l'avons déja expliqué ailleurs. (1329.)

De cette double action attractive du soleil & de la lune sur la partie renflée & saillante de l'équateur terrestre, naît dans la terre un mouvement rétrograde de toutes ses parties autour d'un axe terrestre parallele à l'axe de l'écliptique; & de ce mouvement rétrograde dans tout le sphéroïde terrestre autour d'un axe parallele à l'axe de l'écliptique, résulte un mouvement apparent en un sens opposé dans tout le ciel étoilé,

étoilé, & le grand phénomene de la précession des équinoxes.

1445. EXPLICATION III. Il conste par les observations astronomiques, que les orbites des planetes sont sensiblement fixes & immobiles, & que les aphélies de ces orbites répondent constamment aux mêmes points du ciel, pendant un tems assez long: que ces mêmes aphélies, dans les orbites des planetes, placées entre le soleil & saturne, ont cependant un petit mouvement réel selon l'ordre des signes, lequel devient sensible au bout d'un certain nombre de révolutions: que cette lente progression des aphélies, est plus grande dans jupiter, quand il est en conjonction avec saturne; plus petite, quand il est en opposition. Ces phénomenes découlent encore de la loi générale d'une attraction mutuelle & réciproque entre tous les corps de notre monde planétaire, & achevent de lui donner le dernier & le plus haut degré de certitude.

I°. *Les orbites des planetes, dans les principes de Newton, doivent être, comme elles le sont en effet, sensiblement fixes & immobiles dans le ciel, pendant un tems assez long.* Car il est clair que chaque planete, en passant du périhélie à l'aphélie, ou de l'aphélie au périhélie, doit parcourir toujours la même route, décrire la même courbe, avoir ses périhélies & ses aphélies dans les mêmes points du ciel; si dans tous les points également éloignés de l'aphélie, par exemple, elle est toujours uniquement en prise, & à la même force projectile propre à l'emporter par la tangente, & à la même force centrale propre à l'emporter par le rayon. Or dans chaque point

également éloigné de l'aphélie de part & d'autre, ſoit en montant, ſoit en deſcendant, chaque planete eſt en priſe, & à la même force projectile, & à la même force centrale née de l'attraction du ſoleil; ſans qu'aucune autre cauſe agiſſe ou puiſſe agir ſur elle dans le vuide immenſe des cieux : donc ſon mouvement projectile & central, qu'aucune cauſe étrangere n'altere, la portera toujours par la même route & lui fera décrire la même courbe, ſans qu'on puiſſe y appercevoir aucun changement pendant un tems aſſez long.

II°. *Les aphélies des planetes placées entre le ſoleil & ſaturne, doivent cependant avoir un très-petit mouvement direct ſelon l'ordre des ſignes, lequel pourra être ſenſible au bout d'un aſſez grand nombre de révolutions.* Car l'attraction étant mutuelle & réciproque entre tous les corps, il eſt clair que lorſque la terre eſt placée entre jupiter & le ſoleil, elle doit être attirée d'une part par le ſoleil, & de l'autre par jupiter : ce qui diminue un peu ſa peſanteur ou ſa tendance vers le ſoleil ; & ainſi des autres planetes. Or, quoique l'attraction active du ſoleil ſoit immenſément plus grande que celle de chaque planete en particulier, que celle de toutes les planetes priſes enſemble; cette attraction active des planetes entre elles, eſt cependant poſitive & réelle : puiſqu'elle eſt toujours le produit de leur maſſe diviſé par le quarré de leur diſtance au corps qu'elles attirent. Ainſi cette attraction active des planetes entr'elles doit toujours avoir un effet réel; & cet effet réel eſt la lente progreſſion des aphélies & des périhélies, comme nous allons l'expliquer. (*fig.* 55.)

Soit S le ſoleil; A jupiter; B ſaturne, en conjonction avec jupiter, étant vus l'un & l'autre du ſoleil; M l'aphélie précédent de jupiter; N l'aphélie précédent de ſaturne. Selon la théorie établie & démontrée de l'attraction, jupiter en A, eſt attiré par ſaturne; & cette action attractive de ſaturne ſur jupiter, diminue la peſanteur ou la tendance de jupiter vers le ſoleil: ſaturne en B, eſt attiré par jupiter; & cette action attractive de jupiter ſur ſaturne, augmente la peſanteur de ſaturne vers le ſoleil. En vertu de cette attraction mutuelle & réciproque, ſaturne doit s'abaiſſer au-deſſous de ſon orbite BN; jupiter doit s'élever au-deſſus de la ſienne AM. Car,

D'abord, ſi la force centrale de jupiter n'étoit altérée en rien par l'action de ſaturne, jupiter parcourroit ſimplement l'arc AM, ſans ſortir de ſa courbe: en M, ſon mouvement projectile auroit acquis, comme dans la révolution précédente, l'inflexion qui donne l'angle droit ſur le rayon vecteur: il ſeroit dans ſon aphélie; & cet aphélie M, vu du ſoleil, ſeroit rapporté en V. Mais comme la force centrale de jupiter eſt altérée & diminuée par l'action attractive de ſaturne placé au-deſſus & auprès de lui, le mouvement projectile de jupiter eſt ſans ceſſe moins infléchi par la force centrale devenue plus foible; & ce mouvement projectile a beſoin de durer plus long-tems, d'eſſuyer un plus grand nombre de ſecouſſes, de parcourir un eſpace ou un arc plus conſidérable, pour arriver au degré d'inflexion qui donnera & l'angle droit & l'aphélie en *m*: cet aphélie *m*, qui eſt toujours le point où le mouvement projectile fait un angle droit ſur le

rayon vecteur le plus grand, vu du soleil, sera rapporté en X, dans un point du ciel plus oriental & plus avancé selon l'ordre des signes PQRTVXP.

On conçoit que jupiter doit produire sur mars, mars & jupiter sur la terre, la terre sur vénus, vénus sur mercure, des effets semblables à celui que nous venons d'expliquer, une progression directe & plus ou moins lente dans les aphélies, & par-là même dans les périhélies de leurs orbites.

Ensuite, par la raison contraire, saturne, au lieu de parcourir l'arc BN, ne parcourra que l'arc B*n*, pour arriver à son aphélie *n* qui sera vu en T. La raison en est, que le mouvement projectile de saturne, qui est sans cesse infléchi avec plus de force par l'attraction conjointe du soleil & de jupiter, a besoin de moins de tems & de moins de secousses, pour acquérir le degré d'inflexion qui donnera, & l'aphélie, & l'angle droit sur le rayon vecteur en *n* : de sorte que son aphélie, au lieu d'avoir avancé, comme celui de jupiter, aura au contraire rétrogradé.

Si jupiter étant en A, saturne étoit en D, leur attraction réciproque, diminuée en raison inverse des quarrés de leur distance, seroit trop foible pour opérer sur eux le trouble & l'altération que les astronomes y ont observé, & que nous venons d'expliquer.

1446. OBJECTION. Puisque l'attraction de jupiter fait rétrograder l'aphélie de saturne, l'attraction de la terre doit de même, & par la même raison, faire rétrograder l'aphélie de mars; l'attraction de vénus fera aussi rétrograder l'aphélie de la terre; l'attraction de mercure, l'aphélie

de vénus. Donc l'attraction des planetes plus éloignées étant contre-balancée par l'attraction des planetes moins éloignées, leurs aphélies ne doivent ni avancer ni reculer.

RÉPONSE. Si toutes les attractions actives des planetes entr'elles étoient égales, leurs actions attractives se détruiroient réciproquement : elles seroient toutes sans effet, & ne produiroient point la lente progression des aphélies que nous venons d'expliquer. Mais ces attractions mutuelles entre deux planetes quelconques, sont inégales; puisqu'elles sont le produit de deux masses inégales divisé par le quarré de deux distances égales (1418) : elles doivent donc produire un effet réel, l'effet dont nous venons de faire mention. Par exemple, jupiter attire plus saturne qu'il n'est attiré par saturne : parce que jupiter a plus de masse que saturne. De même jupiter est plus attiré par saturne, que par mars plus petit : mars est plus attiré par jupiter plus grand, que par la terre plus petite : la terre est plus attirée par jupiter & par mars, que par vénus & par mercure : vénus est plus attirée par la terre, que par mercure. Delà le phénomene de la lente progression des aphélies & des périhélies, qui se fait à la fin remarquer dans les orbites des planetes placées entre le soleil & saturne, au bout d'un nombre plus ou moins grand de révolutions périodiques.

1447. EXPLICATION IV. La loi d'attraction étant mutuelle & réciproque entre tous les corps qui composent notre monde planétaire; il s'ensuit que *les planetes doivent attirer à elles le soleil*, ainsi que le soleil attire à lui les planetes. Delà un mouvement de révolution dans le centre

du ſoleil, autour d'un centre ou d'un foyer pris non loin du centre même de cet aſtre.

I°. Le ſoleil étant immenſément plus grand que la terre, incomparablement plus grand que toutes les planetes priſes enſemble (1190) ; il s'enſuit que ſa vertu attractive à l'égard des planetes, vertu proportionnelle à la maſſe attirante, eſt incomparablement plus grande que celle des planetes à l'égard du ſoleil; & par conſéquent, que cette action attractive des planetes, pendant leur révolution autour du ſoleil, ne peut que très-peu écarter & éloigner cet aſtre de ſon centre.

II°. Selon les calculs de Newton, quand même toutes les planetes, pendant leur révolution autour du ſoleil, ſeroient toujours rangées dans une même ligne droite menée par leurs centres & par le centre de cet aſtre; la ſomme de toutes leurs forces attractives réunies, n'attireroit pas le ſoleil vers elles, d'une quantité égale à un de ſes demi-diametres d'environ 150 mille lieues (1190). Mais comme les planetes, pendant leur révolution autour du ſoleil, ſe trouvent preſque toujours placées ſous des points du ciel tout différents, l'une ſous le bélier, l'autre ſous la balance, celle-là ſous le cancer, celle-ci ſous le capricorne, & ainſi du reſte; il eſt clair que leur action attractive ſur le ſoleil, ſe contrarie preſque ſans ceſſe, & doit incomparablement moins éloigner cet aſtre du centre ou du foyer autour duquel il fait ſa très-petite révolution périodique (*fig.* 4 & 30.)

III°. Comme toutes les planetes vont d'occident en orient, ſelon l'ordre des ſignes, & que l'action attractive des planetes ſur le ſoleil ſuit

néceſſairement leur marche ; il s'enſuit que ce centre du ſoleil, où aboutiſſent toutes les attractions des planetes, doit avoir ſa petite révolution & décrire ſa petite courbe vraiſemblablement fort irréguliere, d'occident en orient & ſelon l'ordre des ſignes.

CHAPITRE TROISIEME.

LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

1448. DÉFINITION. Le flux & le reflux de la mer, conſiſte en un hauſſement & en un abaiſſement alternatif des eaux de la mer dans un même lieu terreſtre, de ſix heures en ſix heures environ. On nomme *flux* le hauſſement, & *reflux* l'abaiſſement des eaux. Par exemple (*fig.* 56):

Soit ABCDA, le globe terraquée; B & D, deux rocs élevés à la moyenne hauteur de la mer, & éloignés l'un de l'autre de 180 degrés; L, la lune dans le méridien des deux rocs B & D, que nous ſuppoſerons placés, ou ſous l'équateur, ou non loin de l'équateur, & au milieu d'une immenſe mer.

Environ trois heures après que la lune a paſſé par le méridien des deux rocs B & D, allant d'orient en occident, ou de L en N; les eaux de la mer, que nous ſuppoſerons ici dans un calme parfait, s'éleveront à cinq ou ſix pieds au-deſſus des deux rocs B & D. Environ ſix heures après ce hauſſement, ou environ neuf heures après le paſſage de la lune par le méridien du lieu B, les eaux de la mer toujours paiſible s'abaiſſeront de cinq ou ſix pieds au-deſſous des deux rocs B & D. Environ ſix heures après cet abaiſſement des

eaux, ou environ trois heures après le paſſage de la lune par le méridien du lieu D, les mêmes eaux s'éleveront de nouveau au-deſſus des rocs B & D, d'environ cinq ou ſix pieds, pour s'abaiſſer environ ſix heures après d'une égale quantité au-deſſous des mêmes rocs ; & ainſi de ſuite après chaque paſſage de la lune par le méridien des rocs B & D.

Ce flux & ce reflux, ce hauſſement & cet abaiſſement alternatifs des eaux dans les lieux où ce phénomene eſt dans ſa plus grande force, produit dans la mer une différence de hauteur d'environ dix ou douze pieds, de ſix heures en ſix heures environ : ce qui alonge la mer comme en un double promontoire obliquement dirigé vers la lune ; & lui donne à peu près la figure d'un ſphéroïde alongé *a b c d a*, dont le grand axe *d* T *b* ſuit toujours le cours de la lune N, ſoit pendant ſa révolution diurne & apparente LN d'orient en occident, ſoit dans ſa révolution réelle NLK, d'occident en orient.

CAUSE PRINCIPALE DU FLUX ET REFLUX.

1449. OBSERVATION. Le flux & le reflux de la mer eſt tellement lié avec le mouvement de la lune, que tous les philoſophes l'ont toujours regardé avec raiſon dans tous les ſiecles, comme un des effets de la lune ſur la terre. Ainſi il eſt certain que l'action de la lune ſur la terre, produit le phénomene du flux & du reflux de la mer ; autant qu'il eſt certain que la preſſion de l'athmoſphere produit la ſuſpenſion du mercure dans le barometre : puiſque les marées ne ſont pas moins liées avec l'action & avec le mouvement de la lune, que la ſuſpenſion du mercure dans le

barometre, eſt liée avec l'action de l'air, dont elle ſuit dans ſon hauſſement & dans ſon abaiſſement, toutes les variations. (738.)

Et en effet, les *marées*, c'eſt-à-dire le hauſſement & l'abaiſſement alternatifs des eaux de la mer dans un même lieu, ſont toujours d'autant plus grandes, que la lune eſt plus près de la terre; d'autant plus petites, que la lune en eſt plus éloignée. Elles retardent tous les jours dans un même lieu, de la même quantité que le paſſage de la lune par le méridien de ce lieu, c'eſt-à-dire, d'environ 50 minutes de tems; & c'eſt toujours environ trois heures après que la lune a paſſé par ce méridien, que le plus haut point de la marée arrive. De ſorte que dans l'eſpace d'un jour lunaire, qui ſurpaſſe le jour naturel ou ſolaire d'environ 50 minutes, les eaux de la mer s'élevent & s'abaiſſent alternativement deux fois, dans tous les lieux de la terre, excepté au voiſinage des poles & au-delà du ſoixante-cinquieme degré de latitude auſtrale & boréale, où les marées ſont inſenſibles, & où l'action de la lune doit être nulle; comme nous le ferons voir bientôt. Ainſi il n'y a point de doute que *la lune eſt la cauſe principale du flux & du reflux des eaux de la mer :* il ne s'agit donc plus que de fixer & de déterminer la nature & la maniere de cette action.

Selon les cartéſiens, la lune produit ce phénomene *par voie de preſſion* dans le plein: ſelon Newton, la lune & le ſoleil produiſent ce phénomene *par voie d'attraction* dans le vuide; en telle ſorte cependant que la lune en eſt la principale cauſe. Après avoir déja pulvériſé en mille manieres la chimere des tourbillons & du plein, il ne nous reſte qu'à faire voir avec quelle fa-

cilité Newton déduit de ses principes toutes les particularités & toutes les irrégularités apparentes de ce grand & permanent phénomene de la nature : l'action attractive de la lune sur les eaux de la mer, en produit le fond & la substance : l'action attractive du soleil, en se combinant avec celle de la lune, le modifie en plus & en moins, en produit les principales irrégularités.

ORIGINE ET CHIMERE DES INFLUENCES LUNAIRES.

1450. OBSERVATION. Il est assez vraisemblable que c'est principalement à cette action de la lune sur les eaux de la mer, action réelle & sensible, quelles qu'en soient la cause & la nature, qu'est due l'ancienne & absurde opinion des influences salutaires ou nuisibles de la lune, sur toutes les substances animales & végétales qu'on voit naître, se former, & se détruire, sur la surface du globe terrestre. On a vu la lune agir évidemment sur les eaux de la mer, tantôt avec plus & tantôt avec moins de force ; & cette action, connue dans son existence, inconnue dans sa nature & dans son méchanisme physique, a donné occasion à la multitude, toujours peu philosophe, toujours propre à confondre & à dénaturer les principes, à mal envisager les causes & les effets, à adopter & à répandre obstinément les aveugles préjugés, de penser & de se persuader que la lune avoit une influence réelle & physique, tantôt favorable & tantôt défavorable, selon la diversité de ses aspects, sur toute l'économie animale & végétale, & peut-être morale, de notre globe.

I°. Les différentes expériences qu'on a faites en plusieurs contrées dans ces derniers siecles sur

ces influences de la lune, ont enfin appris & démontré au monde pensant, que l'action de cette planete sur la terre, n'a rien de commun avec le développement plus ou moins rapide des germes, avec la végétation plus ou moins heureuse des plantes, avec la coupe plus ou moins favorable des bois, avec la conservation plus ou moins longue ou la destruction plus ou moins prompte des êtres animés ou inanimés. On a observé & reconnu, que telles substances, qui doivent être semées ou plantées en telle saison relativement à tel climat, par exemple vers le commencement du printems, viennent toujours également bien, pourvu qu'elles soient semées ou plantées en un tems & en un lieu favorables, au commencement du printems; soit au tems de la nouvelle lune, soit au tems de la pleine lune, soit au tems du premier ou du dernier quartier: car la lune peut avoir & a en effet toutes ces différentes phases vers le commencement du printems, en différentes années. On a observé & reconnu de même que la coupe des bois étoit totalement indépendante de la lune: que telle espece de bois qui exigeoit d'être coupée en tel climat, dans telle saison convenable, par exemple, vers le commencement de novembre, étoit toujours également bonne; quoique la coupe eût eté faite tantôt dans la nouvelle lune, tantôt dans la pleine lune, tantôt dans le premier, & tantôt dans le dernier quartier, toujours au tems convenable qui répond successivement à toutes les différentes phases de la lune. On peut dire la même chose de tous les autres effets que le préjugé populaire attribue aux influences de la lune, au changement de ses phases: l'expérience a prouvé &

démontré que tous ces effets, ſans en excepter aucun, étoient imaginaires & fabuleux; & que l'action de la lune n'altere & n'améliore en rien l'ordre phyſique & moral autour de nous, non plus que les cometes & les autres planetes. (1203.)

II°. La phyſique eſt en tout parfaitement d'accord avec ces obſervations: puiſque la phyſique nous apprend que l'action de la lune ſur la terre, ſoit qu'elle agiſſe par preſſion, ſoit qu'elle agiſſe par attraction, ſe borne uniquement à produire quelques petites variations dans la peſanteur des corps vers le centre de la terre; variations qui évidemment ne produiſent & ne peuvent produire aucun changement en bien ou en mal dans la conſtitution, dans l'accroiſſement, dans le dépériſſement des êtres animés ou inanimés. Telle eſt uniquement toute l'influence lunaire, qu'un aveugle préjugé avoit abſurdement transformé en une influence à vertus chimériques; & que la ſaine philoſophie a enfin réduite à ſa juſte valeur; ſavoir, à une vertu propre à élever de quelques pieds les eaux de la mer placées ſous la lune, un peu à l'orient de cette planete: comme nous allons l'expliquer, après avoir fait connoître & les phénomenes généraux & les phénomenes particuliers des marées ou du flux & du reflux.

Phénomenes généraux des marées.

1451. Observation I. Le flux & le reflux de la mer préſente & renferme des phénomenes propres à chaque révolution de la terre ſur ſon axe, à chaque révolution de la lune autour de

la terre, à chaque révolution de la terre autour du ſoleil. (*fig.* 56.)

I°. Les premiers, les *phénomenes diurnes*, conſiſtent en ce que dans l'eſpace de 24 heures & 50 minutes environ (c'eſt le tems qui s'écoule entre le paſſage d'un méridien ſur la lune & le retour de ce même méridien ſur la lune plus avancée ſelon l'ordre des ſignes), les eaux de la mer s'élevent & s'abaiſſent deux fois, dans les mêmes lieux diamétralement oppoſés B & D, par exemple : en telle ſorte que le plus haut point du flux en B, arrive environ trois heures après le paſſage de la lune par le méridien de ce lieu ; & le plus bas point du reflux en B, environ neuf heures après le paſſage de la lune par le même méridien.

On appelle *flux du matin*, celui qui arrive trois heures après le paſſage de la lune par le méridien au-deſſous de l'horiſon ; & *flux du ſoir*, celui qui arrive trois heures après le paſſage de la lune par le méridien au-deſſus de l'horiſon. Le flux du matin & le flux du ſoir ſont toujours éloignés l'un de l'autre, d'environ 12 heures & 25 minutes : on peut dire la même choſe du reflux du matin & du ſoir.

II°. Les ſeconds, les *phénomenes de mois*, conſiſtent en ce que, tout étant égal d'ailleurs, les marées ont plus de force, plus d'élévation & d'abaiſſement, quand la lune eſt dans les ſyzigies, que quand elle eſt dans les quadratures : en telle ſorte cependant que les plus grandes marées n'arrivent que deux ou trois jours après les nouvelles & les pleines lunes ; & que les marées les plus foibles n'arrivent que deux ou trois jours après le premier & le dernier quartier.

III°. Les troiſiemes, les *phénomenes annuels*,

consistent en ce que, toutes choses étant égales d'ailleurs, les marées sont les plus grandes au tems des équinoxes; les plus petites, au tems des deux solstices.

Variations dans ces phénomenes.

1452. OBSERVATION II. Il conste par les différentes observations qu'on a faites sur le flux & le reflux pendant un grand nombre d'années, que les phénomenes généraux dont nous venons de donner une idée, sont sujets à certaines variations périodiques, qui les modifient, qu'il faut connoître, & dont il faudra assigner la cause physique. Selon ces observations, toutes choses étant égales d'ailleurs,

I°. Les marées sont plus grandes & plus fortes, quand la lune est périgée, que quand elle est apogée.

II°. Les marées sont encore plus grandes & plus fortes, quand la lune est dans l'équateur, que quand elle est dans les tropiques.

III°. Dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'été, le flux du jour est plus grand que celui de la nuit : dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'hiver, le flux du jour est plus petit que celui de la nuit.

IV°. Toutes choses étant toujours égales d'ailleurs, les marées sont plus grandes sur les rivages qui regardent l'orient, que sur les rivages qui regardent l'occident, quoique la latitude soit la même; par exemple, sur les côtes du Brésil, que vers les côtes du Pérou.

PROPOSITION.

1453. *Tous les phénomenes du flux & du reflux*

de la mer, toutes les particularités & toutes les variations de ces phénomenes, ſont une dépendance de la loi générale d'attraction ; & ont pour cauſe l'action combinée de la lune & du ſoleil ſur les eaux de la mer.

DÉMONSTRATION. Cette propoſition ſera établie & démontrée, ſi l'on fait voir qu'il n'y a aucun des phénomenes généraux & particuliers qu'on vient d'expoſer, qui ne découle de la loi générale d'attraction ; qui ne ſoit une ſimple dépendance ou de l'action attractive de la lune, au de l'action attractive du ſoleil, ou de l'action combinée de ces deux aſtres, ſur les eaux de la mer. Or tels ſont les phénomenes en queſtion : comme on le verra par l'explication que nous allons donner de ces différents phénomenes.

Pour ſimplifier les choſes, nous examinerons d'abord la ſeule attraction de la lune qui eſt la principale cauſe de ce phénomene ; enſuite l'attraction du ſoleil, qui le modifie en ſe combinant avec l'attraction de la lune.

PARAGRAPHE PREMIER.

ATTRACTION DE LA LUNE.

1454. OBSERVATION. En ne conſidérant ici d'abord que l'attraction de la lune ſur les eaux de la mer ; il eſt clair que chaque goutte d'eau, à raiſon de ſon infinie mobilité au ſein d'une mer immenſe, eſt en priſe à l'action attractive de la lune, à peu près comme la lune elle-même, en roulant dans ſon orbite autour de la terre, eſt en priſe à l'action attractive du ſoleil ; qui tantôt accélere & tantôt retarde ſa vîteſſe, tantôt

augmente & tantôt diminue ſa peſanteur ou ſa tendance vers le centre de la terre. (1237.)

Ainſi on peut conſidérer chaque goutte d'eau à part, comme un petit globe, comme une petite lune, qui feroit en liberté ſes révolutions périodiques dans le vuide autour de la terre, d'occident en orient, dans l'eſpace de 24 heures, reſtant toujours plus ou moins en priſe à l'action attractive de la lune. (*fig.* 56.)

Cette goutte d'eau *a*, chaque goutte d'eau *b* ou *d*, pendant ſa révolution diurne *a b c d a* autour de la terre T, obéira perſévéramment à l'action attractive de la lune L, laquelle tantôt accélérera & tantôt retardera ſa vîteſſe, tantôt augmentera & tantôt diminuera ſa peſanteur vers le centre de la terre; ſelon que la goutte d'eau quelconque *a*, étant vue du centre de la terre, ſe trouvera ou en conjonction ou en oppoſition ou en quadrature avec la lune L mobile dans ſon orbite. Par exemple, la lune étant en L, la goutte d'eau *a*, ſera en conjonction en *b*; en en oppoſition douze heures après en *d*; en quadrature en *a* & en *c*, environ ſix heures après l'oppoſition & la conjonction.

1455. PHÉNOMENE I. *En vertu de l'action attractive de la lune, les eaux de la mer doivent s'élever de part & d'autre ſous la lune, en forme d'un double petit promontoire, ou d'un ſphéroïde alongé.* (fig. 56.)

EXPLICATION. Suppoſons d'abord la lune en L & la terre en T, l'une & l'autre immobiles: nous verrons dans l'explication ſuivante, quel changement opere dans ce phénomene, le mouvement de ces deux globes.

I°. Il eſt clair que l'action attractive de la lune, toujours

toujours en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, attire plus fortement les eaux B moins éloignées, que les eaux A & C plus éloignées. Il eſt clair que les eaux A & C, placées à 90 degrés BA & BC de celles qui ſont immédiatement ſous la lune, doivent être attirées obliquement par cette planete ; tandis que les eaux B ſont attirées directement. Cette action oblique LA ou LC, ſe décompoſe en deux forces, l'une AL ou CL, qui diminue leur peſanteur vers le centre de la terre ; l'autre AT ou CT, qui augmente leur peſanteur vers le centre de la terre : comme nous l'avons expliqué ailleurs, en parlant de l'action oblique du ſoleil ſur l'orbite lunaire. (1236.)

L'action attractive de la lune ſur l'hémiſphere aqueux tourné vers elle, eſt donc employée toute entiere & avec toute ſa force à élever vers elle les eaux B : ce qui diminue notablement leur peſanteur ou leur tendance vers le centre T de la terre. La même action attractive de la lune, déja un peu plus foible en A & en C qu'en B, eſt employée en partie à diminuer & en partie à augmenter la peſanteur des eaux A & C : ces eaux A & C ont donc plus de peſanteur vers le centre de la terre, que les eaux B. Donc, pour que l'équilibre hydroſtatique ſubſiſte entre les eaux B moins peſantes, & les eaux A & C plus peſantes, il faut néceſſairement que les eaux moins peſantes B prennent plus de hauteur & s'élevent en *b* ; que les eaux plus peſantes A & C prennent moins de hauteur & s'abaiſſent en *a* & en *c*. (502, IV°.)

II°. La même choſe doit arriver dans l'hémiſphere aqueux ADC, placé ſous le globe terreſtre

à l'oppoſite de la lune L. Les eaux D, plus éloignées de la lune que n'en eſt éloigné le centre T de la terre, ſont attirées vers la lune avec moins de force que ce centre T; & ce moins d'attraction dans les eaux D, devient dans elles un moins de peſanteur ou de tendance vers le centre de la terre, lequel s'approche plus qu'elles, de la lune L. Ainſi les eaux D, devenues plus légeres ou moins peſantes que les eaux A & C, que les eaux G & H, ſeront obligées de s'élever & de ſe ſoutenir à une plus grande hauteur T *d*, pour établir l'équilibre de gravitation entre toutes les colonnes aqueuſes TA, TG, T *d*, TH, TC: ce qui donnera un promontoire aqueux *a d c*, oppoſé au promontoire aqueux *a b c*.

III°. En ſuppoſant toujours la lune & la terre immobiles en tout ſens; il réſulte de cette théorie de l'action attractive de la lune ſur les eaux infiniment mobiles, action ici plus & là moins éloignée, ici directe & là plus ou moins oblique, que les eaux placées immédiatement ſous la lune en B & en D, doivent s'élever le plus: que *les eaux collatérales doivent de toute part s'abaiſſer de plus en plus, juſqu'à 90 degrés des points* B & D, où l'action de la lune eſt dans ſa plus grande obliquité poſſible à l'égard des eaux qui enveloppent le globe terreſtre, & qu'on ſuppoſe vues du centre de la terre.

On voit ici comment & pourquoi les mers placées ſous les poles, ou près des poles, n'ont point de flux & de reflux ſenſible, étant toujours dans un état d'affaiſſement. La raiſon en eſt qu'elles ſont toujours par rapport à la lune qui ne ſort pas du zodiaque, dans la poſition des eaux *a* & *c*, où la lune L preſſe les eaux, tandis qu'elle les éleve en *b* & *d*.

1456. PHÉNOMENE II. *Le grand axe du ſphéroïde ou du double promontoire aqueux doit être dirigé, non directement vers la lune, mais à environ 45 degrés à l'orient de la lune, à peu près dans le plan de ſon cercle diurne.*

EXPLICATION. Si la terre & la lune étoient parfaitement immobiles en tout ſens, le double promontoire aqueux *abcda* ſeroit toujours dirigé vers le lieu de la lune & vers l'oppoſite de ce lieu, comme on vient de l'expliquer; & le grand axe prolongé du ſphéroïde aqueux paſſeroit toujours par les centres de la terre & de la lune, & répondroit toujours aux mêmes points du ciel. Mais comme la terre & la lune ont un mouvement réel d'occident en orient; il eſt clair que le ſphéroïde aqueux doit néceſſairement participer à ce double mouvement.

Pour ſimplifier les choſes, faiſons ici abſtraction du mouvement qui emporte conjointement la terre & la lune autour du ſoleil en un an; & ne conſidérons que la révolution de la terre ſur ſon axe en un jour, & la révolution de la lune autour de la terre en un mois. Comme la révolution de la lune autour de la terre eſt fort lente en comparaiſon de la révolution diurne de la terre autour de ſon centre, conſidérons la lune comme immobile en L pendant un jour, tandis que la terre fait une révolution entiere autour de ſon centre dans la direction ABCDA.

I°. Dès que la terre viendra à tourner ſur ſon axe, les lieux B & D des deux promontoires aqueux, paſſeront de B en C & de D en A, en ſix heures de tems, s'écartant ſucceſſivement de plus en plus du méridien LTO de la lune.

II°. Les eaux *b* & *d*, gonflées ſous la lune, tendront à prendre le mouvement des lieux ou des baſſins où elles ſont placées: elles tendront donc à ſe poter de *b* en *c*, & de *d* en *a*, en ſix heures de tems. Mais, à cauſe de leur infinie mobilité dans une immenſe mer, elles obéiront à l'action de la lune pendant ce trajet; & leur gonflement s'écartera moins du méridien de la lune qui s'enfuit ou ſemble s'enfuir vers l'occident, que les baſſins ou les lieux qui les ſoutiennent.

Car ſemblables à la lune allant de la conjonction au premier quartier (1237, III°.), les eaux *bc* ſeront retardées par l'action de la lune; & elles ſeront contraintes de réfluer un peu vers cette planete ſous laquelle le grand axe du ſphéroïde aqueux tâche toujours de ſe placer. Pendant ce même tems le mouvement des eaux *ab*, qui viennent de la ſeconde quadrature, eſt accéléré. De même les eaux *da* ſont retardées, & les eaux *cd* ſont accélérées dans leur mouvement.

III°. Il y a donc entre la conjonction B & la premiere quadrature C, entre l'oppoſition D & la ſeconde quadrature A, deux mouvements contraires dans les eaux de la mer, ſoumiſes à l'attraction de la lune, à peu près comme nous avons vu que la lune eſt ſoumiſe à l'attraction du ſoleil: ce qui doit notablement augmenter les deux promontoires formés par l'action attractive de la lune, de maniere que le plus haut point de leur élévation arrive, non ſous la lune même, mais à peu près dans les octans, ou à 45 degrés à l'orient du méridien où ſe trouve la lune.

Ainſi quand la lune, pendant ſon mouvement diurne & apparent d'orient en occident, eſt en

L ; le plus haut point d'élévation des eaux de la mer eſt en R & en G : quand la lune, trois heures après, a paſſé en N, le plus haut point d'élévation eſt en *b* & en *d :* quand la lune, encore trois heures après, a paſſé au-deſſus de A, le plus haut point des eaux eſt en X & en H : & ainſi de ſuite. De ſorte que le promontoire aqueux *b* & *d*, toujours écarté d'environ 45 degrés à l'orient du méridien de la lune, ſuit toujours cette planete, pendant qu'elle tourne ou paroît tourner chaque jour autour de la terre, d'orient en occident.

On voit ici comment & pourquoi le double promontoire aqueux *b* & *d*, en tournant chaque jour autour de la terre d'orient en occident à la ſuite de la lune, doit ſe faire ſentir avec plus de force & s'élever à une plus grande hauteur ſur un rivage tourné vers l'orient, où il ſe porte librement & ſans obſtacle par ſon mouvement direct ; que ſur un rivage tourné vers l'occident, où il ne peut ſe porter que par un mouvement indirect & répercuté, en enflant les mers voiſines & en refluant le long des côtes.

IV°. Si la lune étoit toujours immobile en N dans le même méridien, le double promontoire aqueux *b* & *d*, toujours dirigé vers les octans de la lune, feroit ſes révolutions diurnes autour de la terre d'orient en occident, dans le même tems précis que la terre fait ſes révolutions diurnes ſur ſon axe en un ſens oppoſé & d'occident en orient ; & le double promontoire aqueux feroit en B & en D, en D & en B, deux fois en 24 heures.

Mais comme dans cet intervalle de 24 heures, la lune avance ſans ceſſe dans ſon orbite, d'oc-

cident en orient, de N en M, d'environ 12 degrés ; il s'ensuit que ce double promontoire aqueux doit chaque jour arriver d'autant plus tard en B & en D, que la lune arrive plus tard dans leur méridien : c'est-à-dire, environ 50 minutes plus tard ; puisque chaque lieu terrestre B parcourt environ douze degrés dans la direction BR, en 50 minutes de tems. Delà le retard diurne & périodique des marées dans un même lieu terrestre B ou D, d'un jour à l'autre. (1451.)

PARAGRAPHE SECOND.

ATTRACTION DU SOLEIL.

1457. OBSERVATION. Chaque goutte d'eau, à raison de son infinie mobilité au sein d'une mer immense, est en prise à l'action attractive du soleil, à peu près comme la lune est en prise à la même action au sein du vuide immense. Or comme l'action attractive du soleil sur la lune, pendant sa révolution périodique autour de la terre, tantôt accélere & tantôt retarde sa vîtesse dans son orbite, tantôt augmente & tantôt diminue sa pesanteur vers la terre (1237) : de même l'action attractive du soleil sur une goutte d'eau quelconque, pendant sa révolution diurne & périodique autour de la terre, doit tantôt accélérer & tantôt retarder sa vîtesse autour de la terre, tantôt augmenter & tantôt diminuer sa pesanteur vers le centre de la terre. Delà dans le soleil, une force attractive, qui tantôt favorise & tantôt contrarie la force attractive de la lune sur une même portion du fluide aqueux.

I°. *Quoique l'action attractive du soleil soit plus grande que l'action attractive de la lune à l'égard de*

la terre ; la lune ne laiſſera pas d'être la principale cauſe du flux & du reflux. La raiſon en eſt, que l'agitation périodique des eaux de la mer dans leur hauſſement & dans leur abaiſſement, ne vient pas de la grandeur des forces qui les attirent ou vers la lune ou vers le ſoleil, mais uniquement des *inégalités qui arrivent aux forces attractives* relativement à la différente poſition des différentes gouttes d'eau. Par exemple,

Si toutes les parties de la terre & de la mer étoient tirées à la fois par des forces égales & paralleles en un ſens quelconque, par exemple, vers Syrius ; ce mouvement commun ne changeroit en rien la figure de la mer : parce que toutes les parties de la terre & de la mer obéiroient également & uniformément aux forces attractives, & conſerveroient entr'elles leur même poſition reſpective dans un point quelconque de l'eſpace immenſe où les porteroient les forces égales & paralleles. Ainſi la mer reſteroit ſphérique, ſi elle avoit auparavant cette figure.

Mais ſi parmi ces forces attractives, les unes reſtent paralleles & les autres deviennent obliques entr'elles ; les gouttes d'eau en priſe aux *forces paralleles* & non affoiblies s'éloigneront plus du centre de la terre ; & les gouttes d'eau en priſe aux *forces obliques* & affoiblies s'éloigneront moins du centre de la terre ; & alors la mer prendra une figure alongée d'un côté, & applatie de l'autre.

II°. Ainſi *les eaux de la mer ne ſe forment en un double promontoire entre les forces attractives de la lune & du ſoleil, que parce que, parmi ces forces attractives de la lune ou du ſoleil, les unes tirent directement & les autres tirent obliquement les eaux,*

ou vers la lune, ou vers le ſoleil. Or, à cauſe de l'immenſe diſtance du ſoleil à la terre, les différentes directions ſelon leſquelles cet aſtre tire à lui les diverſes gouttes d'eau, s'éloignent très-peu du parallélisme; tandis que les différentes directions ſelon leſquelles la lune incomparablement moins éloignée de la terre, tire à elle les même gouttes d'eau, s'éloignent incomparablement plus du parallélisme.

Une fort grande différence de parallélisme dans les actions attractives de la lune ſur les diverſes petites portions d'eau de la mer, doit donc produire une grande différence dans leur tendance vers la lune: au lieu qu'une très-petite différence de parallélisme dans les actions attractives du ſoleil ſur les mêmes petites portions d'eau de la mer, ne doit produire qu'une très-petite différence dans leur tendance vers le ſoleil. Delà beaucoup d'action dans la lune & fort peu d'action dans le ſoleil, à l'égard du flux & du reflux; lequel naît uniquement, ou d'une inégalité de tendance vers la lune, ou d'une inégalité de tendance vers le ſoleil, dans les différentes gouttes d'eau qui forment la mer & qui enveloppent la plus grande partie du globe terreſtre. De cette théorie ainſi développée découlent les deux corollaires ſuivants.

1458. COROLLAIRE I. *La lune, nonobſtant la grande force attractive du ſoleil ſur la terre, doit avoir beaucoup plus de part aux marées, que cet aſtre.*

EXPLICATION. Ce qui fait que les eaux de la mer s'élevent en forme d'un double petit promontoire vers l'aſtre qui les attire; c'eſt que

dans l'hémiſphere tourné vers l'aſtre, elles ſont plus fortement attirées que le centre de la terre; & que dans l'hémiſphere oppoſé, elles ſont moins fortement attirées que le même centre.

Or le rayon de la terre étant comme inſenſible par rapport à la diſtance du ſoleil, puiſque ce rayon n'eſt que la vingt millieme partie de cette diſtance (1186); il eſt clair que les eaux placées dans l'hémiſphere tourné vers le ſoleil, ne doivent être guere plus attirées que le centre de la terre; & que les eaux placées dans l'hémiſphere oppoſé, ne doivent être guere moins attirées que ce même centre: puiſque ces différentes attractions du ſoleil ſont entr'elles comme les quarrés des nombre 20000, 20000 — 1, 20000 + 1, dont les différences ſont très-petites.

Au lieu que le rayon de la terre étant fort comparable à la diſtance de la lune, puiſque ce rayon eſt un ſoixantieme de cette diſtance; il eſt clair que cette planete doit attirer les eaux qui lui répondent, beaucoup plus fortement que le centre de la terre; & attirer ce même centre de la terre, beaucoup plus fortement que les eaux de l'hémiſphere oppoſé: puiſque ces différentes attractions de la lune ſont entr'elles comme les quarrés de 60, 60 — 1, 60 + 1; & que les quarrés des nombres qui different d'une unité, different d'autant plus entr'eux, que ces nombres ſont plus petits: 2 & 3 ont pour quarrés 4 & 9 qui different de plus de moitié; 100 & 101 ont pour quarrés 10000 & 10100 qui ne different que d'environ un centieme.

La lune produira donc un renflement dans les eaux placées ſous elle de part & d'autre, & un applatiſſement dans les eaux qui vues du centre

de la terre, ſont en quadrature avec elle; & ce renflement & cet applatiſſement produits par l'action de la lune, ſeront plus grands que le renflement & l'applatiſſement que produiroit ſur les mêmes eaux l'action moins inégale du ſoleil.

1459. COROLLAIRE II. *L'action attractive de la lune & du ſoleil, diverſement combinées entr'elles, doivent produire bien des variations, & toutes les variations périodiques qu'on obſerve dans les phénomenes du flux & du reflux de la mer.*

EXPLICATION. I°. Cette action du ſoleil ſur les eaux de la mer, pour être moindre que l'action de la lune ſur les mêmes eaux, n'eſt pas totalement nulle, n'eſt jamais détruite & anéantie: elle a donc toujours un effet réel, qui conſiſte à favoriſer ou à contrarier l'action prédominante de la lune.

II°. Pour établir & pour faire ſentir la vérité de ce corollaire, nous allons ſuccinctement faire paſſer comme en revue les principales particularités qu'on obſerve dans les marées (1452); & montrer comment elles découlent naturellement de l'attraction combinée de la lune & du ſoleil ſur les différentes portions du fluide aqueux, qui enveloppe la plus grande partie de la ſurface de notre globe.

1460. PHÉNOMENE III. *Les marées doivent être plus grandes, quand la lune eſt dans les ſyzigies, que quand elle eſt dans les quadratures.* (fig. 56.)

EXPLICATION. La raiſon en eſt, que *dans les ſyzigies*, la lune N ou P, & le ſoleil S ou T, agiſſent dans le même ſens; augmentent & dimi-

nuent la vîteſſe & la peſanteur des mêmes eaux (1457); concourent enſemble à produire le plus grand abaiſſement en *a* & en *c*, le plus grand hauſſement en *b* & en *d*:

Au lieu que *dans les quadratures*, quand le ſoleil étant en S, la lune eſt en I ou en K; la lune éleve les eaux que le ſoleil abaiſſe; la lune retarde les eaux que le ſoleil accélere. Ainſi, dans les ſyzigies, ou dans les nouvelles & pleines lunes, la marée répond à la ſomme des deux forces attractives; & dans les quadratures, elle répond ſimplement à leur différence.

1461. PHÉNOMENE IV. *Les plus grandes marées n'arriveront pas cependant le jour même de la nouvelle ou pleine lune, mais deux ou trois jours après.*

EXPLICATION. La raiſon en eſt, que l'eau ayant de l'inertie, elle n'acquiert pas & ne perd pas ſubitement & tout à coup, ſon mouvement: donc, forcée de s'élever de plus en plus en paſſant de la quadrature à la conjonction, elle continuera de s'élever en vertu de toutes ces impulſions, quelque tems encore après la conjonction.

Par exemple, ſi l'attraction de la lune N & du ſoleil S, venoient à ceſſer tout à coup; les eaux renflées & accumulées en *b* & en *d*, ſe porteroient avec un mouvement accéléré ſur les eaux plus baſſes *a* & *c*. Là, comme dans leur confluent, elles s'accumuleroient & formeroient un petit promontoire, d'où elles s'affaiſſeroient & ſe porteroient de nouveau vers B & vers D, pour refluer de nouveau avec une force toujours décroiſſante, vers A & vers C: & ainſi

de ſuite, juſqu'à l'épuiſement de leur mouvement.

Donc, quoiqu'après les ſyzigies, les forces du ſoleil & de la lune ſoient moins conſpirantes qu'au moment même des ſyzigies ; les eaux qu'elles ont conjointement élevées de plus en plus pendant ſept à huit jours, doivent continuer encore pendant quelques jours à s'élever, en vertu des impreſſions répétées & accumulées qu'elles ont reçues en paſſant des quadratures aux ſyzigies. Donc la plus grande élévation de la marée, ne doit pas arriver le jour même de la nouvelle ou pleine lune, mais deux ou trois jours après. C'eſt ainſi, & pour une raiſon aſſez ſemblable, que le plus grand froid n'arrive pas au ſolſtice d'hiver, ni le plus grand chaud au ſolſtice d'été, mais quelque tems après : de même que la plus grande chaleur du jour n'eſt pas à midi, mais environ deux ou trois heures après midi.

1462. REMARQUE. De même, & pour la même raiſon auſſi, les marées les plus baſſes n'arrivent pas au moment même du premier ou du dernier quartier de la lune ; mais environ deux jours après. Ainſi le ſoleil étant en V & la lune en N ou en P ; les marées s'éleveront le moins & s'abaiſſeront le moins en B & en D, environ deux jours après que la lune ſera entrée dans ſon premier ou dans ſon dernier quartier. Les marées les plus foibles ſont un peu moins éloignées des quadratures, que les marées les plus fortes ne le ſont des ſyzigies : parce que l'agitation étant plus grande dans le ſecond cas que dans le premier ; elle conſerve plus long-tems ſon action.

1463. PHÉNOMENE V. *Toutes choſes étant égales d'ailleurs, les marées doivent être plus grandes quand la lune eſt périgée, que quand elle eſt apogée.*

EXPLICATION. La raiſon en eſt, que la lune eſt la principale cauſe du flux & du reflux (1457); & que cette cauſe principale a d'autant plus de force pour élever & pour abaiſſer, pour accélérer & pour retarder les eaux, qu'elle eſt plus voiſine de ces eaux (1416): ce qui arrive lorſqu'elle eſt périgée, ou dans ſa plus grande proximité de la terre.

1464. PHÉNOMENE VI. *Les marées doivent être plus grandes aux nouvelles & pleines lunes des équinoxes, qu'aux nouvelles & pleines lunes des ſolſtices.* (fig. 57.)

EXPLICATION. Ce phénomene dépend en partie de deux cauſes, qu'il faut montrer ſéparément: la ſeconde eſt la principale.

Soit PSP, l'axe du monde; XSL, l'équateur céleſte; T, la terre au tems des équinoxes; D, la terre au tems du ſolſtice d'hiver; C, la terre au tems du ſolſtice d'été; HL, la nouvelle ou pleine lune de l'équinoxe; RV, la nouvelle ou pleine lune du ſolſtice d'hiver; MN, la nouvelle ou pleine lune du ſolſtice d'été. Le promontoire aqueux, dans ces différentes poſitions de la terre, eſt toujours dirigé vers les deux aſtres qui l'occaſionnent.

I°. Une des cauſes du phénomene à expliquer, c'eſt qu'au tems des équinoxes, la terre étant en T; le double promontoire aqueux AB, pendant

les ſyzigies, eſt dans le plan de l'équateur terreſtre, où les eaux ont le moins de peſanteur (251). Or moins les eaux A & B ont de peſanteur, moins elles doivent réſiſter à l'action conjointe du ſoleil & de la lune qui les attirent dans le même ſens; & par conſéquent, plus elles doivent s'élever de part & d'autre, vers ces deux aſtres.

La même choſe n'aura point lieu quand la terre ſera en C ou en D, au tems des ſolſtices: car alors le ſphéroïde aqueux, au tems des ſyzigies, ſera oblique à l'équateur terreſtre AB, & répondra à des eaux plus voiſines des poles de la terre, & par conſéquent plus peſantes & plus propres à réſiſter à l'action conjointe du ſoleil & de la lune, qui les élevera moins qu'elle n'éleveroit les eaux moins peſantes & moins réſiſtantes de l'équateur terreſtre AB.

II°. L'autre cauſe, & la principale cauſe de ce même phénomene, c'eſt qu'au tems des nouvelles & pleines lunes des ſolſtices, le ſoleil & la lune déclinent notablement vers les poles de la terre; & que l'action attractive en vertu de laquelle le ſoleil & la lune élevent les eaux, devient d'autant moindre, qu'elle s'éloigne plus de l'équateur.

Car il eſt évident, comme l'obſerve Newton, que ſi la lune & le ſoleil étoient placés ſous le même pole ou ſous les deux poles P, alors l'axe *pZp* du ſphéroïde aqueux ſe confondroit avec l'axe des révolutions diurnes; & que toutes les ſections AZB, *aba*, *mnm*, du ſphéroïde aqueux, paralleles à l'équateur, ſeroient perſévéramment de vrais cercles, où il ne ſe feroit aucune marée, où il n'y auroit aucune alternative de hauſſement & d'abaiſſement.

Mais ſi la lune & le ſoleil quittent le pole & s'avancent vers l'équateur XSH, comme on les voit placés quand la terre eſt en T ou en D ou en C; il eſt clair que les alternatives de hauſſement & d'abaiſſement dans les eaux, doivent recommencer : puiſque pendant la révolution diurne de la terre ſur ſon axe, les mêmes points terreſtres ſont tantôt en dedans & tantôt en dehors de la partie ſaillante du ſphéroïde aqueux.

Or comme il n'y auroit point de marée, ſi la lune & le ſoleil étoient ſous les poles ; & que les marées doivent commencer & s'augmenter, à meſure que ces deux aſtres s'éloignent des poles ; il s'enſuit que les marées doivent être *d'autant plus grandes*, que ces deux aſtres ſont plus éloignés des poles ; ce qui arrive dans les nouvelles & pleines lunes des équinoxes, la terre étant en T ; *d'autant plus petites*, que ces deux mêmes aſtres ſont plus voiſins des poles ; ce qui arrive dans les nouvelles & pleines lunes des ſolſtices, la terre étant en D ou en C.

1465. PHÉNOMENE VII. *Dans les nouvelles & pleines lunes des équinoxes, les marées du matin ſont égales à celles du ſoir dans le même lieu terreſtre.* (fig. 57.)

EXPLICATION. La terre étant en T, le ſoleil en S, la lune en L ou en H ; le ſphéroïde aqueux a ſa direction & ſon grand axe dans le plan de l'équateur terreſtre AB. Or il eſt viſible qu'alors les points quelconques *a*, A, *m*, ſeront également plongés dans la partie ſaillante du ſphéroïde aqueux, ſoit en *a* & en *m*, pendant le flux du ſoir ; ſoit en *b* & en *n*, pendant le flux du matin. La même choſe n'aura point lieu, quand la terre ſera en D ou en C.

Le flux du soir est celui qui arrive environ trois heures après que la lune a passé par le méridien H, au-dessus de l'horison : le flux du matin est celui qui arrive environ trois heures après que la lune a passé par le méridien L sous l'horison ; ou par un méridien éloigné de 180 degrés, du méridien du lieu où l'on essuie le flux.

1466. PHÉNOMENE VIII. *Dans les nouvelles & pleines lunes du solstice d'été, les marées du jour, en-deçà de l'équateur, sont plus grandes que celles de la nuit.*

EXPLICATION. Dans le solstice d'été, la terre est en C sous le capricorne ; la nouvelle ou pleine lune est en M ou en N : & alors le sphéroïde aqueux a la direction *v*C*m*. L'axe de ce sphéroïde répond aux deux tropiques : pendant la révolution diurne de la terre C, le point *m*, en conjonction avec la nouvelle lune M, parcourt le tropique du cancer ; & le point *v*, en conjonction avec la pleine lune N, parcourt le tropique du capricorne.

I°. Si la lune est nouvelle en M, elle est sur l'horison avec le soleil, pendant la révolution diurne de la terre. Alors le point terrestre *a*, en faisant sa révolution diurne *aba*, est plongé plus profondément dans le sphéroïde aqueux en *am*, qu'en *bn* : or le flux *am* est celui du jour, qui arrive environ trois heures après que la lune M a passé par le méridien sur l'horison ; comme le flux *bn* est celui de la nuit, qui arrive environ trois heures après que la lune M a passé par le méridien sous l'horison.

Il est visible que le flux *am* du jour est plus grand que le flux *bn* de la nuit, pour le point *a*

en

en-deçà de l'équateur vers le pole boréal. Le contraire arrive en *e*, en-delà de l'équateur, vers le pole auſtral : pendant la révolution diurne *ede* du point *e*, le flux nocturne *dv* eſt plus grand que le flux diurne *et*.

II°. Si la lune eſt pleine en N, elle eſt ſous l'horiſon, quand le ſoleil eſt ſur l'horiſon. Alors le point terreſtre *a* eſt encore plus profondément plongé dans le ſphéroïde aqueux en *am*, qu'en *bn*: or la lune étant en N, le point *a* ſe trouve avoir le flux du jour en *am*, quand le ſoleil eſt ſur l'horiſon ; & le flux de la nuit en *bn*, quand le ſoleil eſt ſous l'horiſon. Le contraire arrive en *e*, où le flux diurne *et* eſt plus petit que le flux nocturne *dv*.

1467. PHÉNOMENE IX. *Dans les nouvelles & pleines lunes du ſolſtice d'hiver, le flux diurne eſt plus petit que le flux nocturne, en-deçà de l'équateur.* (fig. 57.)

EXPLICATION. Au ſolſtice d'hiver, la terre eſt en D ſous le cancer ; la nouvelle ou pleine lune eſt en R ou en V : & alors le ſphéroïde aqueux a la direction *h* D *k* vers les deux tropiques.

I°. Si la lune eſt nouvelle en R, elle eſt en conjonction avec le ſoleil, & fait ſa révolution diurne avec cet aſtre. Alors le point *a*, en faiſant ſa révolution diurne *aba*, éprouve le flux plus grand *ak*, pendant la nuit ; le flux plus petit *bn*, pendant le jour.

II°. Si la lune eſt pleine en V, elle eſt en oppoſition avec le ſoleil ; & le point *a* éprouve encore le flux plus petit *bn*, quand le ſoleil eſt ſur ſon horiſon ; le flux plus grand *ak*, quand

le soleil est sous son horison. Le contraire arrive en-delà de l'équateur, vers le pole austral.

En regardant la terre comme immobile en D, & la pleine lune V comme faisant une révolution diurne autour de la terre ; on remarquera que le promontoire aqueux *ak* suit toujours la lune d'orient en occident dans son cercle diurne VQV, qui répond au tropique du cancer ; & que ce promontoire aqueux *ak* passe en *bn*, en 12 heures & 25 minutes, tandis que la partie *nb* passe en *ak* : & alors le point immobile *a* aura le plus grand flux *ak*, quand la lune sera sur son horison, pendant la nuit ; le plus petit flux *bn*, quand la lune sera sous son horison, ce qui arrivera pendant le jour.

1468. PHÉNOMENE X. *Les marées n'ont leur plein & entier effet, que dans les mers qui ont au moins 90 degrés d'étendue d'orient en occident.* (fig. 56.)

EXPLICATION. La raison en est que l'action de la lune L, s'étend dans tout l'arc BXA, pour abaisser les eaux en *a* & pour les élever en *b*. Mais si la mer n'a que l'étendue BX, l'action de la lune est en pure perte pour tout l'arc XA : il n'y a point d'eaux en AX, qui par leur abaissement X*a*, puissent contribuer au haussement des eaux X*b* : ainsi les eaux s'éleveront beaucoup moins en *b*.

D'ailleurs l'action de la lune étant successive, ainsi que toute action méchanique ; il faut que les eaux soient exposées pendant un tems assez long aux impulsions attractives de la lune, pour acquérir successivement & peu à peu, en vertu de toutes ces actions répetées & accumulées, le

degré de mouvement accéléré qui les abaiſſe d'une part & les éleve de l'autre : ce qui ne peut avoir lieu ſuffiſamment & ſenſiblement, ni dans une petite mer de quelques centaines de lieues d'étendue, ni dans les pleines mers trop voiſines des poles, où les eaux doivent être conſtamment & perſévéramment dans un état de compreſſion uniforme. (1455, III°.)

Ainſi les plus grandes marées doivent arriver dans l'immenſe mer Pacifique, entre la côte occidentale de l'Amérique & la côte orientale de l'Aſie. Quant à la mer Atlantique, entre l'Afrique & l'Amérique, les marées doivent être moins grandes dans la zone torride, où la mer a moins d'étendue : elles doivent être plus grandes dans les zones tempérées, où la mer s'étend davantage, ſur-tout du côté du midi : & l'expérience apprend que ces conſéquences ſont très-conformes à la nature en ce genre.

Dans quelques iſles ſituées au milieu de l'Océan & non loin des côtes, les marées ne s'élevent ſouvent qu'à trois ou quatre pieds, étant contrariées par le voiſinage des rivages, des bancs de ſable, des rochers ſaillants en différents ſens au ſein des mers, leſquels les détournent de leur direction, & les portent ailleurs : elles s'élevent trois ou quatre fois plus ſur les côtes des grands continents, où elles agiſſent en pleine liberté.

1469. REMARQUE. Le phénomene permanent du flux & du reflux, dépend toujours en grande partie de la poſition des mers à l'égard de l'équateur, de la direction de leurs rivages, de la configuration de leurs baſſins, de mille & mille cauſes particulieres, qui peuvent ou favoriſer ou contrarier le renflement & l'affaiſement

alternatifs des eaux en tel & tel lieu. Ainsi on ne doit point s'attendre à voir arriver par-tout uniformément les effets que nous avons annoncés ; tels qu'ils arriveroient toujours si le fond de la mer étoit un bassin par-tout parfaitement uni, par-tout également profond, par-tout dirigé parallélement à l'équateur & aux tropiques. Voici sur cet objet quelques observations générales, dont on pourra faire une foule d'applications particulieres.

I°. Les puits, les lacs, les étangs, les rivieres, les fleuves, tous les amas d'eau qui ne communiquent point avec la grande mer, n'ont point de flux & de reflux : parce que ces eaux n'ont pas assez d'étendue, pour être pressées d'un côté & exaltées de l'autre par l'action attractive de la lune & du soleil. Les forces attractives qui agissent sur ces petits amas d'eau, soit au milieu, soit aux deux extrêmités, sont toutes sensiblement égales & paralleles : elles ne doivent donc produire dans les différentes petites portions d'eau qu'elles affectent, aucune inégalité de pesanteur ; comme nous l'avons expliqué & fait sentir ailleurs. (1457.)

II°. Les petites mers qui communiquent avec la grande mer, devroient toujours participer à son flux & reflux : puisque les eaux alternativement élevées & abaissées par l'action inégalement attractive du soleil & de la lune dans la grande mer, devroient tantôt refluer des grandes mers dans les petites, tantôt des petites dans les grandes. Mais différentes causes peuvent opposer un obstacle invincible à cette communication alternative de flux & de reflux, entre les grandes & les petites mers. Par exemple,

La *mer Baltique* n'a point de flux & de reflux : ſoit parce qu'elle eſt dans une latitude de 55 degrés, où le flux & le reflux doit être déja très-foible (1455) ; ſoit parce que le détroit par où elle communique avec l'Océan, eſt & ſi étroit & ſi tortueux & ſi embarraſſé d'une foule de bancs de ſable, que dans l'intervalle du flux au reflux, l'accroiſſement & la diminution des eaux par-tout arrêtées & répercutées en mille manieres, ne peut pas s'y faire ſentir ; à cauſe de la très-petite quantité qui peut ou y entrer au tems du flux, ou en ſortir au tems du reflux.

Dans la *Méditerranée*, le flux & le reflux eſt très-foible & preſque inſenſible, du moins ſur la plus grande partie de ſes côtes : d'abord, parce que cette mer entre-coupée d'eſpace en eſpace par différentes iſles conſidérables, qui en font comme divers petits baſſins iſolés, n'eſt guere plus capable de recevoir le flux & le reflux par elle-même, que les lacs & les autres petits amas d'eau, dont nous venons de parler : enſuite, parce que le détroit de Gibraltar, par lequel elle communique avec l'Océan & qui n'a qu'environ quatre ou cinq lieues de large, eſt trop petit pour lui donner ou pour lui ôter dans l'intervalle du flux au reflux, un volume d'eau capable d'augmenter ou de diminuer ſenſiblement ſa hauteur, dans une longueur d'environ 900 lieues, ſur une largeur moyennne d'environ 130 lieues.

Dans la *mer Rouge*, le flux & le reflux eſt très-conſidérable : parce que cette mer aſſez droite, communiquant avec la grande mer des Indes par une large ouverture tournée vers l'orient, eſt très propre à recevoir librement les eaux ſurabondantes que le flux de l'Océan Indien y accu-

mule ; & à laiſſer échapper librement les eaux enflées & accumulées, que le reflux rappelle dans le même Océan.

Dans le *golfe de Veniſe*, le flux & le reflux ſe fait un peu plus ſentir que dans le reſte de la Méditerranée : parce que ce golfe, formé & ſitué, à l'égard de la plus grande capacité de la Méditerranée, à peu près comme le golfe de la mer Rouge eſt formé & ſitué à l'égard de l'Océan Indien, donne une facile entrée au petit renflement des eaux que la lune éleve & entraîne à ſa ſuite, pendant le flux ; & que les côtes de Tunis, de la Sicile, de la Calabre ultérieure, de la Morée, & de l'Épire, répercutent de toute part, & tendent à accumuler dans ſon ſein.

Objections a réfuter.

1470. OBJECTION I. Si l'action attractive du ſoleil & de la lune augmente la peſanteur des eaux en quadrature, diminue la peſanteur des eaux en conjonction & en oppoſition, avec ces deux aſtres ; ces mêmes cauſes devroient de même, augmenter & diminuer alternativement la peſanteur du reſte des corps, de ſix en ſix heures ; & cette alternative de peſanteur tantôt augmentée & tantôt diminuée, devroit ſe faire appercevoir, ſur-tout au tems des grandes marées, dans les oſcillations ou vibrations des pendules, qui dépendent de la peſanteur, & qui varient, quand la peſanteur ſouffre des variations (251). Or on n'obſerve point de changement dans les oſcillations ou vibrations d'un pendule, quoique ce pendule, ainſi que les eaux de la mer, ſoit tantôt en quadrature, tantôt en conjonction &

en oppoſition, avec les deux aſtres auxquels nous attribuons le flux & le reflux : donc la lune & le ſoleil ne produiſent aucun changement de peſanteur dans ce pendule : donc ils n'en produiſent pas davantage dans les eaux de la mer. Donc toute la théorie de Newton ſur le flux & le reflux, eſt contraire à l'expérience, eſt fabuleuſe & ruineuſe.

RÉPONSE. Nous avouons ſans peine, avec Newton, que l'action attractive du ſoleil & de la lune, augmente & diminue alternativement, de ſix en ſix heures & quelques minutes, la peſanteur de tous les corps terreſtres indifférement, dans les zones torrides & aſſez avant dans les zones tempérées : qu'un boulet de canon, qu'un pendule, placés ſous la lune en conjonction ou en oppoſition avec le ſoleil, ont réellement un peu plus de peſanteur, que quand ſix heures ou dix-huit heures après, ils ſeront en quadrature avec ces deux aſtres.

S'enſuit-il delà qu'un pendule doive donner des vibrations plus rapides ſous ces deux aſtres, des vibrations plus lentes à 90 degrés de ces deux aſtres? La conſéquence ſeroit juſte, ſi la quantité réelle de peſanteur que l'action attractive de ces deux aſtres ajoute ou retranche au pendule, étoit aſſez conſidérable pour produire un effet ſenſible, pour accélérer ou retarder ſenſiblement les vibrations du pendule.

Mais la choſe n'eſt point & ne doit point être ainſi. Car il conſte par l'expérience, que ſi ſur les deux baſſins d'une balance la plus exacte & la plus mobile, on met de part & d'autre un poids de 4000 grains, on aura l'équilibre; & que ſi l'on ajoute d'un côté, un grain ou un

quatre millieme du poids total, l'équilibre restera encore, sans que ce grain ajouté produise aucun effet sensible dans le poids qu'il augmente. D'où il résulte que l'augmentation de pesanteur dans un corps ne peut se faire appercevoir par ses effets, qu'autant qu'elle excede la quatre millieme partie de la pesanteur naturelle de ce corps.

Or selon les calculs de Newton, la quantité de pesanteur qu'ajoute aux corps terrestres l'action conjointe de la lune & du soleil en conjonction ou en opposition avec eux; que retranche aux mêmes corps terrestres l'action conjointe de la lune & du soleil en quadrature avec eux, est à leur pesanteur naturelle, comme 1 est à 2032890. Cette quantité de pesanteur ajoutée ou retranchée $= \frac{1}{2032890}$, beaucoup moindre que la quantité ajoutée ou retranchée à la balance $= \frac{1}{4000}$, ne doit donc produire aucun effet qu'on puisse appercevoir dans les vibrations d'un pendule, quoiqu'elle soit toujours une quantité réelle.

Les personnes qui souhaiteroient de connoître comment & sur quels principes physico-mathématiques, Newton a pu fixer & déterminer cette quantité de pesanteur alternativement ajoutée & retranchée à un même corps, pourront trouver de quoi satisfaire leur curiosité en ce point, ou dans les ouvrages même de Newton, ou dans les Institutions Newtonienes du savant & profond abbé Sigorgne.

1471. OBJECTION II. Pour se tirer ici d'un abyme, ne se précipite-t-on pas dans un abyme opposé? Comment une si petite différence de pesanteur dans les eaux en conjonction & dans les eaux en quadrature avec la lune, peut-elle

produire un effet auſſi ſenſible & auſſi frappant que celui du renflement & de l'affaiſſement alternatifs de la mer ; renflement & affaiſſement de dix ou douze pieds, & quelquefois davantage ?

RÉPONSE. On conçoit facilement qu'une force vive (278), quoique très-foible en elle-même, en multipliant comme à l'infini ſes impulſions attractives ſur des molécules d'eau infiniment mobiles, peut au bout d'un certain tems, produire un effet très-ſenſible dans ces molécules d'eau. Démontrons que la force trouvée & déterminée par Newton $= \frac{1}{2032890}$, peut élever les eaux de la mer d'environ 10 ou 12 pieds ſous la lune.

I°. On ſait que la peſanteur des corps quelconques, & par conſéquent des eaux de la mer, eſt plus grande ſous les poles, que ſous l'équateur ; & que la peſanteur d'un corps quelconque ſous les poles, eſt à la peſanteur du même corps ſous l'équateur, à peu près comme 202 eſt à 201 (252) : la différence de peſanteur ſous l'équateur & ſous les poles eſt donc environ $\frac{1}{202}$.

II°. On ſait que la terre eſt renflée vers l'équateur & applatie vers les poles ; & que les eaux de la mer ont ſix ou ſept lieues de plus en hauteur ſous l'équateur, que ſous les poles (1375). Une diminution de peſanteur égale à $\frac{1}{202}$, produit donc dans ces eaux ſous l'équateur, un renflement égal à environ ſix lieues, qui font 82332 pieds.

III°. Que l'on cherche maintenant par une regle de trois, quel changement doit produire dans la hauteur naturelle & moyenne des eaux, une augmentation de peſanteur $= \frac{1}{2032890}$: en

faiſant cette proportion $\frac{1}{202} . \frac{1}{2032890} :: \frac{82332}{1} . x$; on trouvera (*Math.* 212) pour quatrieme terme, environ 8 ; & ce quatrieme terme 8 exprimera le nombre de pieds dont les eaux de la mer doivent s'élever au-deſſus de leur hauteur naturelle, quand leur peſanteur eſt diminuée d'une quantité $= \frac{1}{2032890}$.

Telle feroit la quantité dont s'éleveroient toujours au-deſſus de leur hauteur naturelle, les eaux en conjonction avec la lune & le ſoleil, en vertu de l'action attractive de ces deux aſtres; ſi cette action attractive agiſſoit toujours en plein & ſans obſtacle ſur ces eaux. Telle ſeroit auſſi la quantité dont elles s'abaiſſeroient au-deſſous de leur hauteur naturelle, environ ſix heures après, ſi l'action qui les abaiſſe étoit égale à celle qui les éleve : mais celle-là n'eſt qu'environ la moitié de celle-ci (1237, II°). Delà, dans les plus grandes marées, une différence d'élévation d'environ 12 pieds, entre le plus haut point du flux & le plus bas point du reflux. S'il arrive quelquefois que la mer s'éleve davantage ſur les côtes, cela vient de ce que frappant le rivage avec force, elle eſt obligée de s'élever davantage par cela même.

IV°. Au reſte ce phénomene, produit par une cauſe qui paroît comme infiniment petite, ne doit pas être plus ſurprenant qu'une infinité d'autres qui n'étonnent point. Ne voit-on pas très-fréquemment les eaux de la mer fort agitées, lors même que le calme regne ſur la terre ferme ? Cela vient de la grande mobilité des eaux de la mer, qui s'agitent par les petites impulſions ſucceſſives du moindre ſoufle; & qui conſervant

par leur inertie, par leur résistance au mouvement & au repos, la vîtesse qu'elles ont reçue, ont à la fin un mouvement très-sensible ; quoique la cause qui le produit ne soit presque rien dans son origine.

1472. OBJECTION III. Il est certain, & tout le monde éclairé convient unanimement, que le phénomene du flux & du reflux a principalement pour cause l'action de la lune sur les eaux de la mer. Mais cette action de la lune, au lieu d'être une attraction, ne pourroit-elle pas être une pression ? Cette idée accommoderoit beaucoup mieux l'imagination, qu'il sera toujours difficile de reconcilier parfaitement avec l'attraction.

RÉPONSE. L'imagination a droit d'être flattée & courtisée dans un roman, dans un poëme, dans un tableau de fantaisie ; c'est son empire ; & non dans la théorie des causes physiques, où elle ne peut rien mettre du sien, à l'exception peut-être de l'expression & du coloris, sans tout gâter. Ainsi il ne dépend pas du caprice du physicien, d'attribuer le phénomene du flux & du reflux, à la cause qui flatte le plus ou qui révolte le moins l'imagination : puisque ce phénomene ne doit & ne peut être raisonnablement attribué, qu'à la cause qui le produit réellement, & dont l'influence est démontrée par ses effets, soit généraux, soit particuliers. Or il est évident que le phénomene du flux & du reflux, n'est point dû à une pression de la lune sur les eaux de la mer, distinguée de son attraction dans le vuide.

I°. La lune ne peut agir par pression sur les eaux de la mer, sans qu'il y ait entre la mer &

la lune, une matiere compreſſible, aſſez denſe pour réſiſter puiſſamment à la preſſion de la lune; aſſez réagiſſante pour tranſmettre efficacement & très-rapidement la preſſion de cette planete aux eaux de la mer; une matiere aſſez ſemblable à celle des tourbillons cartéſiens, dont nous avons démontré tant de fois & la fable & la chimere. Or il conſte évidemment, par toute la théorie du mouvement, par toute la théorie des cauſes phyſiques, qu'une telle matiere n'exiſte point entre la terre & la lune (1398): elle ne peut donc tranſmettre à la mer, une preſſion de la lune.

II°. S'il y avoit, entre la terre & la lune, une matiere compreſſible, propre à tranſmettre à la mer la preſſion de la lune; il eſt évident que cette matiere, preſſée & affaiſſée par la lune, devroit principalement preſſer & affaiſſer les eaux qui ſont en conjonction & en oppoſition avec elle; les faire refluer au loin & les élever de toute part vers les points terreſtres qui ſont en quadrature avec elle, c'eſt-à-dire, vers les poles de la terre & vers tous les points d'une circonférence terreſtre dont le rayon vecteur de la lune feroit l'axe: ce qui eſt évidemment contraire à toute la théorie expérimentale du flux & du reflux.

Il eſt donc évident que le phénomene du flux & du reflux n'a point pour cauſe une preſſion de la lune; & que la théorie du plein & des tourbillons ne quadreroit pas plus heureuſement avec le phénomene du flux & du reflux, qu'avec les phénomenes du mouvement des planetes & des cometes. (1399).

PARAGRAPHE TROISIEME.

DÉPENDANCES DU FLUX ET DU REFLUX.

1473. OBSERVATION. Quelle que ſoit la cauſe phyſique du flux & du reflux, il eſt certain que *le ſphéroïde aqueux, toujours principalement dirigé vers la lune, ſuit perſévéramment le mouvement diurne, réel ou apparent, de cette planete;* faiſant chaque jour une révolution de part & d'autre, d'orient en occident, autour de la terre; élevant & abaiſſant ſucceſſivement les mêmes eaux, ſoit dans l'hémiſphere tourné vers la lune, ſoit dans l'hémiſphere oppoſé. Quand la lune eſt dans le plan de l'équateur, le ſphéroïde aqueux fait ſa révolution diurne, d'orient en occident, dans le plan de l'équateur. Quand la lune eſt hors du plan de l'équateur, la double pointe oppoſée du ſphéroïde aqueux décrit en-deçà & en-delà de l'équateur, une double circonférence ſenſiblement parallele au cercle diurne que décrit, ou ſemble décrire la lune dans le même tems. Sur quoi voici quelques remarques eſſentielles à faire. (*fig.* 56).

I°. Quand l'axe du ſphéroïde aqueux eſt dans le plan de l'équateur; le ſommet *b* de ce ſphéroïde fait en 24 heures & 50 minutes environ, la révolution *badcb*, toujours ſaillant comme en *b*, toujours éloigné de la lune d'environ 45 degrés vers l'orient, élevant toujours les eaux à la ſuite de la lune, d'abord en B, enſuite en X, enſuite en A, enſuite en G, enſuite en D, enſuite en H, en C, en R, & de nouveau en B.

Mais il ne s'enſuit pas delà que les eaux indi-

viduelles *b* ſuivent le mouvement diurne de la lune, ainſi que la partie ſaillante du promontoire aqueux. Ces eaux individuelles *b*, alternativement élevées de B en *b*, & abaiſſées de *b* en B, reſtent toujours ſenſiblement dans le même lieu; répondent toujours à peu près aux mêmes points du baſſin qui les ſoutient; ſont toujours, du moins dans un tems de calme, placées ſur le même rayon vecteur terreſtre TB; ſans ſe porter de B en X à la ſuite de la lune, par un mouvement progreſſif d'orient en occident. La raiſon en eſt, que ſi maintenant la lune en N, les attire dans la direction BX; dans 18 heures, la lune en K, les attirera dans la direction oppoſée BR: & ainſi du reſte. Ces attractions égales & oppoſées BX & BR ſe détruiſent; & les eaux *b* ne ſont ſenſiblement attirées ni d'un côté ni de l'autre. Ainſi l'*attraction de la lune ne donne aux eaux qu'elle éleve & qu'elle abaiſſe alternativement, ni un mouvement d'orient en occident, ni un mouvement d'occident en orient.* On peut & on doit dire la même choſe de l'attraction du ſoleil.

II°. Comme la partie ſaillante du ſphéroïde aqueux eſt toujours principalement dirigée vers la lune, & que la lune paſſe alternativement de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur; il s'enſuit que *la partie ſaillante du ſphéroïde aqueux doit tantôt ſe promener ſur les mers de l'équateur, tantôt s'écarter plus ou moins de part & d'autre vers les deux tropiques.*

Quand cette partie ſaillante du ſphéroïde aqueux ſera de part & d'autre dans le plan de l'équateur; les mers des tropiques reflueront vers l'équateur, pour y former ou pour y

augmenter le double promontoire aqueux. Quand ensuite la partie saillante du sphéroïde aqueux sera de part & d'autre sous les tropiques; les mers de l'équateur seront forcées de refluer vers les tropiques, pour y former ou pour y augmenter de part & d'autre le double promontoire aqueux. *Delà un déplacement alternatif & périodique dans une portion assez considérable des eaux de la mer ;* déplacement qui peut & qui doit opérer nécessairement dans la mer, bien des phénomenes remarquables, parmi lesquels nous ne ferons ici attention qu'aux courants marins.

III°. En vain diroit-on que la partie saillante du sphéroïde aqueux, est peu de chose par rapport à l'immense volume des eaux de la mer. Il est facile de faire sentir que *cette partie saillante & mobile du sphéroïde aqueux, renferme un très-grand volume d'eau.* Car elle consiste de part & d'autre autour de la terre & sous la lune, en une double couche ou calotte aqueuse, dont l'épaisseur, d'environ dix ou douze pieds dans son milieu & dans son plus grand renflement, va en diminuant insensiblement jusqu'à 54 degrés & 44 minutes en tout sens (1237, VII°); c'est-à-dire, jusqu'à plus de 1350 lieues vers l'orient, vers le couchant, vers le nord, & vers le midi, autour du lieu où est la plus grande hauteur des eaux saillantes qui la forment. Un tel volume d'eau, au-dessus & au-dessous de la terre, en se transportant alternativement de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur, pourroit-il manquer de produire des effets sensibles & remarquables sur les différentes portions de la mer où il fait constamment & périodiquement ses évolutions?

LES COURANTS MARINS.

1474. DÉFINITION. On nomme *courants marins*, certains torrents, conſtans ou accidentels, plus ou moins rapides, plus ou moins volumineux, qui ont au ſein de la mer, tranquille ou agitée, un mouvement progreſſif, aſſez ſemblable à celui qu'ont nos torrents & nos rivieres au ſein des continents : avec cette différence, que nos torrents & nos rivieres coulent toujours dans le même ſens au ſein des terres; au lieu que les mêmes courants marins coulent aſſez ſouvent en des ſens oppoſés au ſein des mers. Parmi les courants qu'on a obſervés en différents tems & en différents lieux, au ſein de la mer :

I°. Il y en a de conſtants, qui vont toujours dans le même ſens. Tel eſt le courant qui coule ſans ceſſe de la mer Noire dans la Méditerranée, par le détroit de Conſtantinople. Tels ſont auſſi les courants qui coulent ſans ceſſe, à ce qu'on prétend, des côtes d'Afrique vers les côtes d'Amérique.

II°. Il y en a d'accidentels, qui dépendent d'une agitation actuelle dans telle & telle mer, & qui ceſſent ou changent avec la cauſe qui les produit.

III°. Il y en a qui ſont doubles & qui vont en des ſens oppoſés l'un au-deſſus de l'autre : comme on voit deux nuages aller l'un du midi au nord, l'autre du nord au midi, au ſein de deux courants aériens mus en des ſens oppoſés l'un au-deſſus de l'autre. Tels ſont, ſelon quelques obſervateurs, les deux courants oppoſés du détroit de Gibraltar, où le courant ſupérieur

entre

entre dans la Méditerranée, tandis que le courant inférieur en ſort. Ces ſortes de courants ne ſauroient être conſtants & permanents.

1475. ASSERTION. *Les courants marins paroiſſent avoir pour cauſe, ou les eaux des fleuves, qui enflent certaines mers; ou l'impulſion des vents, qui accumule les eaux ſur certaines côtes; ou l'attraction de la lune & du ſoleil, qui tranſporte un aſſez grand volume d'eau, tantôt de l'équateur vers les tropiques, tantôt des tropiques vers l'équateur.*

EXPLICATION. I°. Il y a des courants marins qui paroiſſent avoir uniquement pour cauſe conſtante, la ſurabondance des eaux que les fleuves déchargent au ſein de certaines petites mers. Tel eſt le courant du détroit de Conſtantinople. La mer Noire, de peu d'étendue, reçoit ſans ceſſe dans ſon ſein une énorme quantité d'eau, qu'y viennent décharger une foule de grands fleuves, tels que le Danube, le Nieper, le Nieſter, le Don ou le Tanaïs. L'évaporation ne ſuffit pas pour délivrer & décharger cette mer, de l'immenſe quantité d'eau qu'elle reçoit inceſſamment; & qui lui donnant plus de hauteur que n'en a la Méditerranée, la force à décharger ſans ceſſe ſes eaux ſurabondantes dans cette derniere mer.

II°. Il y a des courants marins qui paroiſſent avoir uniquement pour cauſe l'impulſion des vents. Car ils n'ont lieu qu'au tems où la mer eſt agitée & ſoulevée par certaines tempêtes plus ou moins violentes, qui accumulant les eaux tantôt ſur un rivage, tantôt ſur un rivage

oppofé, leur donnent différentes directions relatives & au vent qui les agite, & au rivage qui les arrête & les répercute.

III°. Il y a des courants qui paroiffent avoir principalement & primitivement pour caufe phyfique, l'action conftante qui produit & qui promene le flux & le reflux fur les différentes parties de la mer (1473, II°). Car les eaux de la mer, en refluant d'abord de part & d'autre de l'équateur vers les tropiques, en refluant enfuite de part & d'autre des tropiques vers l'équateur, ne peuvent manquer d'être très-fréquemment arrêtées ou détournées dans leur cours, tantôt par de grandes ifles, tantôt par les côtes des grands continents, tantôt par les fonds irréguliérement inégaux des baffins qui les contiennent. Ne doivent-elles donc pas, felon les loix de l'impulfion & de la réaction des liquides, former en une infinité d'endroits, de grands courants marins, qui auront tous pour caufe générale & primitive, la caufe même du flux & du reflux; mais dont la direction, la force, la durée, l'étendue, dépendront d'une infinité de caufes particulieres, qui quelquefois fe dévoileront au premier coup-d'œil, & quelquefois fe cacheront obftinément à toute la fagacité du plus attentif obfervateur?

Par exemple, on peut rendre raifon des courants qui ont leur direction des côtes d'Afrique vers les côtes de l'Amérique, en cette maniere. Que l'on conçoive fous l'équateur terreftre, entre l'Afrique & l'Amérique, une longue chaîne de montagnes cachées fous la mer à une affez grande profondeur. Quand le double promontoire aqueux fe portera de l'équateur vers les

deux tropiques; les eaux qui refluent de l'équateur vers les tropiques, arrêtées en partie par cette chaîne de montagnes, couleront parallélement à l'obſtacle qui les captive, des côtes de la Guinée où elles ſont accumulées & arrêtées de toute part, vers les côtes du Bréſil & vers le golfe du Mexique, où les mers s'ouvrent davantage. Quand enſuite le double promontoire aqueux paſſera des tropiques vers l'équateur, les eaux qui ſe portent de l'équateur vers les tropiques, après s'être gonflées & accumulées vers les côtes de la Guinée qui les reſſerrent & les arrêtent, ſeront obligées de refluer le long de la même chaîne de montagnes, vers l'Amérique où elles peuvent s'étendre en plus grande liberté.

LE FLUX ET LE REFLUX DANS L'ATHMOSPHERE.

1476. ASSERTION. *L'athmoſphere terreſtre doit eſſuyer un flux & un reflux aſſez ſemblable à celui de la mer.*

EXPLICATION. I°. Il eſt plus que vraiſemblable, il eſt même abſolument certain que l'athmoſphere terreſtre eſt en priſe à la cauſe phyſique qui produit le flux & le reflux dans les eaux de la mer: puiſque l'action de cette cauſe phyſique affecte indifféremment tous les corps quelconques; & que l'athmoſphere terreſtre eſt compoſée de parties intrinſéquement peſantes, de parties ſéparément mobiles, de parties qui ont une révolution diurne autour de la terre, ainſi que les eaux de la mer. Ainſi,

II°. La portion de l'athmoſphere terreſtre, qui vue du centre de la terre, eſt en conjonction ou en oppoſition avec la lune, doit perdre une partie de ſa peſanteur, ainſi que la portion de la mer ſur laquelle elle eſt appuyée : elle tendra donc à s'élever de part & d'autre en un double promontoire aérien, préciſément au-deſſus du double promontoire aqueux. Au contraire, toutes les portions de l'athmoſphere, qui vues du centre de la terre ſeront en quadrature avec la lune, doivent acquérir une augmentation de peſanteur, ainſi que les eaux qu'elles enveloppent : elles devront donc s'affaiſſer de toute part vers le centre de la terre, & former la partie applatie du ſphéroïde aérien, préciſément au-deſſus de la partie applatie ou affaiſſée du ſphéroïde aqueux.

III°. Ce ſphéroïde aérien, ayant toujours ſon grand axe dirigé vers la lune à environ 45 degrés à l'orient de cette planete, ſuivra ſes différents mouvements, de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur ; ainſi que le ſphéroïde aqueux : puiſqu'il dépend en tout & pour tout, de la même cauſe.

IV°. Le renflement du ſphéroïde aérien ſera plus grand que le renflement du ſphéroïde aqueux : ſoit parce que l'athmoſphere étant plus près de la lune que la mer, elle ſouffre une plus grande attraction ſous la lune (1416); ſoit parce que le diametre de l'athmoſphere étant plus grand que celui de la mer, elle eſt expoſée par-tout dans ſes quadratures à une plus grande obliquité d'attraction, qui fait que l'action de la lune eſt employée en plus grande partie à la preſſer vers le centre de la terre. (1457.)

V°. Quand la partie renflée & ſaillante du

ſphéroïde aérien gravite ſur un barometre, elle ne doit pas élever davantage la colonne de mercure : parce que, ſi cette colonne a plus de hauteur que la colonne éloignée de 90 degrés, elle a auſſi proportionnellement moins de peſanteur ; & qu'ainſi l'équilibre reſte & ſubſiſte entre l'une & l'autre.

VI°. Comme la partie ſaillante du ſphéroïde aérien ſe porte alternativement de part & d'autre, de l'équateur vers les tropiques, & des tropiques vers l'équateur ; il eſt viſible que ces évolutions permanentes doivent entretenir un petit mouvement perpétuel dans les molécules aériennes ; leſquelles refluant & ſe portant périodiquement tantôt du midi vers le nord, tantôt du nord vers le midi, peuvent & doivent par cela même, entrer pour quelque choſe dans la cauſe & dans l'origine des vents.

1477. REMARQUE. Comme une moitié de l'athmoſphere terreſtre eſt toujours tournée vers le ſoleil, & que la partie qui regarde cet aſtre eſt toujours plus échauffée & plus dilatée que la partie oppoſée ; il s'enſuit que la révolution diurne réelle ou apparente du ſoleil, peut & doit occaſionner une agitation perpétuelle dans l'athmoſphere, qu'il échauffe & qu'il dilate ſucceſſivement dans ſes différentes parties, en tournant chaque jour autour d'elle, d'orient en occident : ce qui pourroit bien produire dans les molécules qui compoſent cette athmoſphere, un petit mouvement d'orient en occident, toujours vers la partie la plus échauffée & la plus dilatée, laquelle a ce mouvement d'orient en occident.

Ce petit mouvement permanent de l'athmosphere, d'orient en occident à la ſuite du ſoleil, pourroit bien être la cauſe de certains vents très-foibles, mais conſtants, qui ſe font toujours ſentir principalement dans la mer Pacifique ; & qui font, comme nous l'apprennent les navigateurs, qu'un vaiſſeau va plus facilement d'orient en occident, que d'occident en orient.

Corollaire général, ou

1478. Conclusion. *Tout dépoſe donc dans la nature, en faveur de l'attraction newtoniene :* puiſque tout nous dévoile & nous démontre, & ſon exiſtence, & ſon influence. Elle ſe montre & ſe fait ſentir cette loi générale d'attraction, en raiſon directe des maſſes & en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, dans le phénomene permanent de la peſanteur des corps, dans les divers mouvements elliptiques des planetes & des cometes, dans les merveilles frappantes du flux & du reflux, dans tout le grand théatre de la Nature, dont elle eſt & le reſſort ſecret & le principal mobile.

Avant Newton, on commençoit à connoître la nature dans ſes effets : mais tout y paroiſſoit biſarre ; parce qu'on en ignoroit la principale cauſe. Newon, d'une main habile, déchira le voile qui nous cachoit le grand reſſort moteur de l'univers : & dès-lors toutes les apparentes biſarreries de la nature, telles que les irrégularités de la lune, le mouvement rétrograde de la terre autour d'un axe parallele à l'axe de l'écliptique, les vîteſſes croiſſantes & décroiſſantes

des planetes dans des courbes inégalement excentriques & toutes rentrantes ſur elles-mêmes, devinrent de ſimples dépendances d'une cauſe également ſimple & féconde, dont la théorie ſpéculative mene auſſi indéfectiblement à la connoiſſance du ciel, que les obſervations les plus exactes. Car plus on parvient à connoître exactement le ciel, plus les obſervations ſe rapprochent de la théorie de Newton, de la théorie de l'attraction.

Oſeroit-on ſoupçonner après cela, qu'un principe ſi ſimple & ſi fécond, qu'un principe qui quadre ſi parfaitement avec toute la théorie de la nature, qui s'accorde en tout & partout avec les phénomenes aſtronomiques & phyſiques, avec toutes leurs circonſtances, avec toutes leurs particularités, avec toutes leurs variations, pût n'être qu'une heureuſe & ingénieuſe fiction, qu'une cauſe idéale & ſans réalité, qu'un être purement imaginaire & métaphyſique? Ce ſeroit former un ſoupçon bien ſingulier & bien étrange : ce ſeroit porter le pyrrhoniſme à ſon dernier période ; & établir ſon abſurde empire ſur toutes les cauſes phyſiques, qui ne ſe dévoilent & ne ſe font connoître que par leurs effets, & dont aucune ne démontre plus ſplendidement & plus univerſellement ſon exiſtence & ſon influence, que l'attraction découverte & développée par Newton.

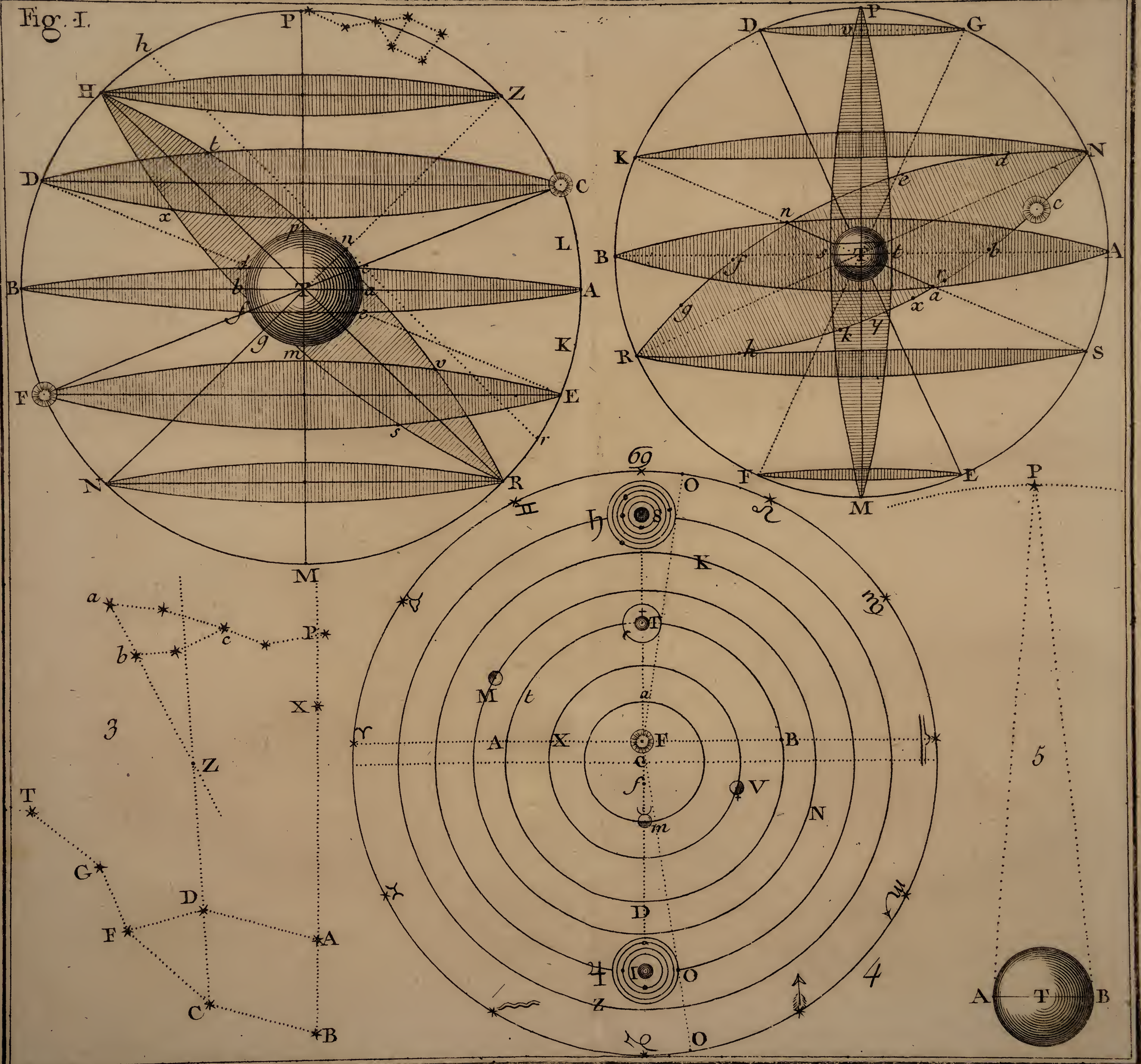
L'attraction, unie à l'impulſion ſur la terre, ſéparée de l'impulſion dans l'immenſité des cieux, eſt donc la principale *cauſe phyſique* des grands phénomenes que nous obſervons dans la nature

entiere; dans ce *grand Tout*, où ſe déploie de toute part & la ſageſſe & la puiſſance & l'action permanente d'un Être increé & créateur; & dont nous venons de montrer le riche tableau, & de développer l'intéreſſant méchaniſme, dans un Ouvrage qui embraſſe ſéparément & en détail toutes les parties de la Phyſique, & qui n'a d'autres bornes dans ſon objet, que celles de la Nature elle-même.

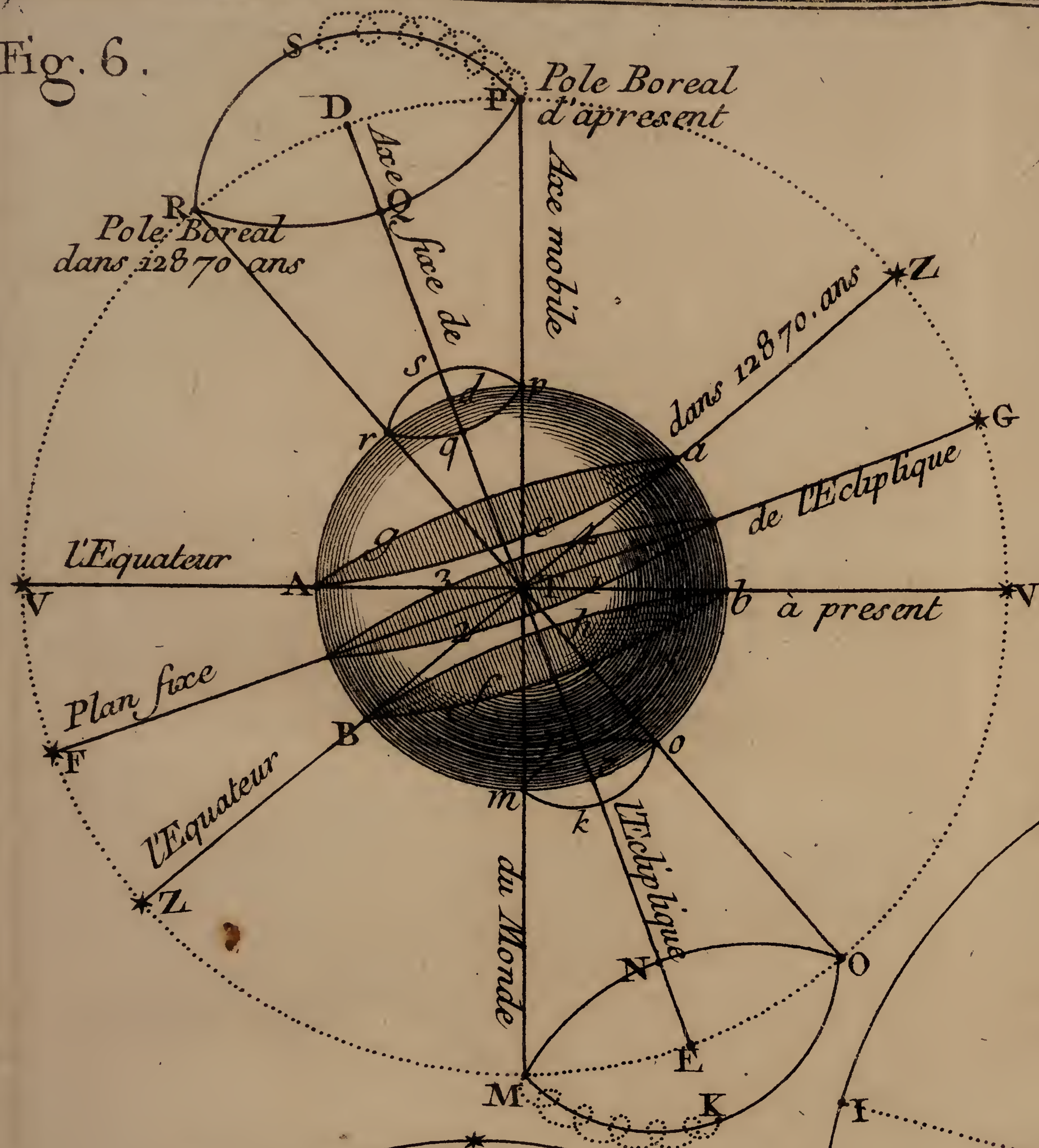
FIN.

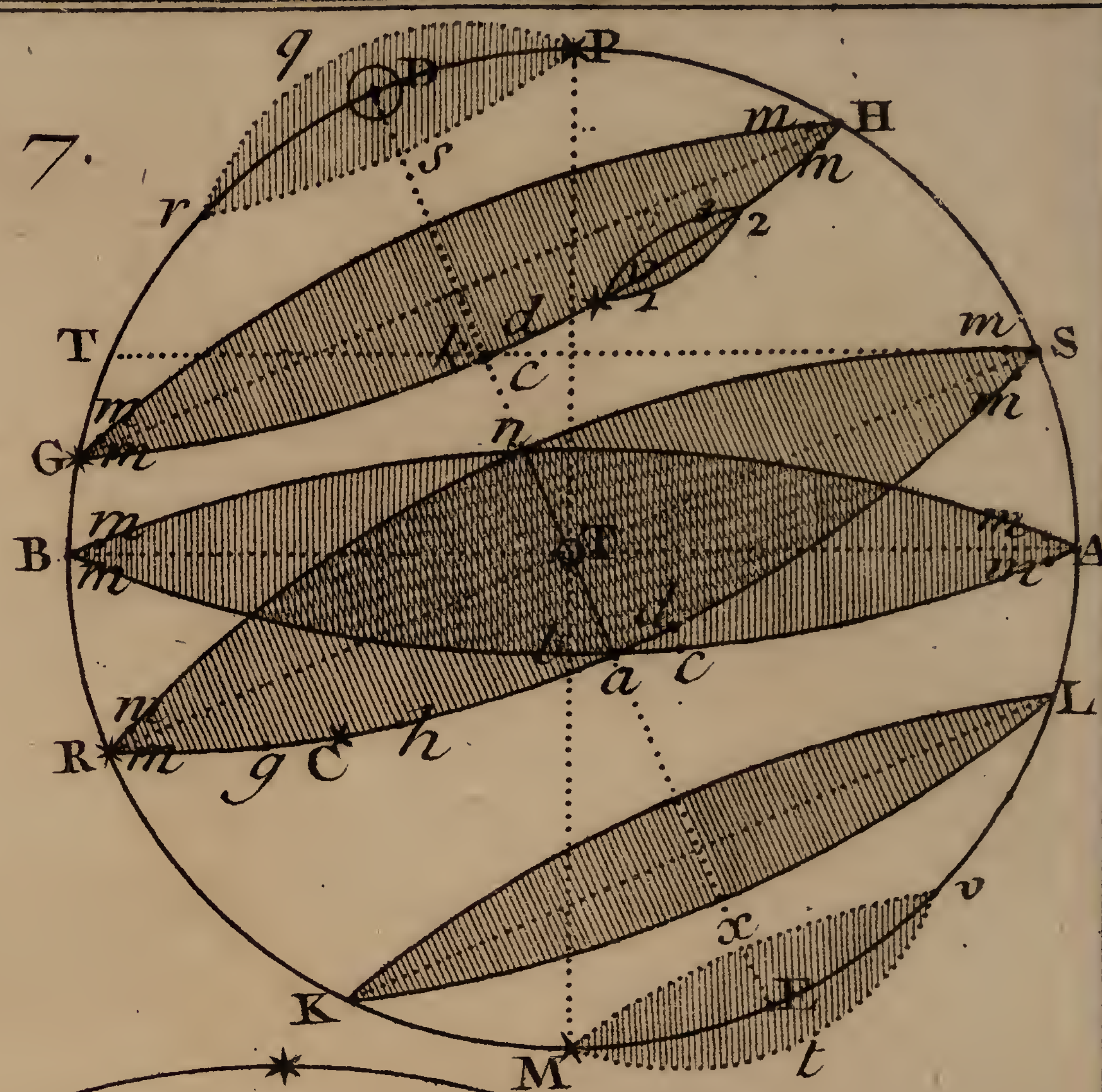
FAUTES A CORRIGER.

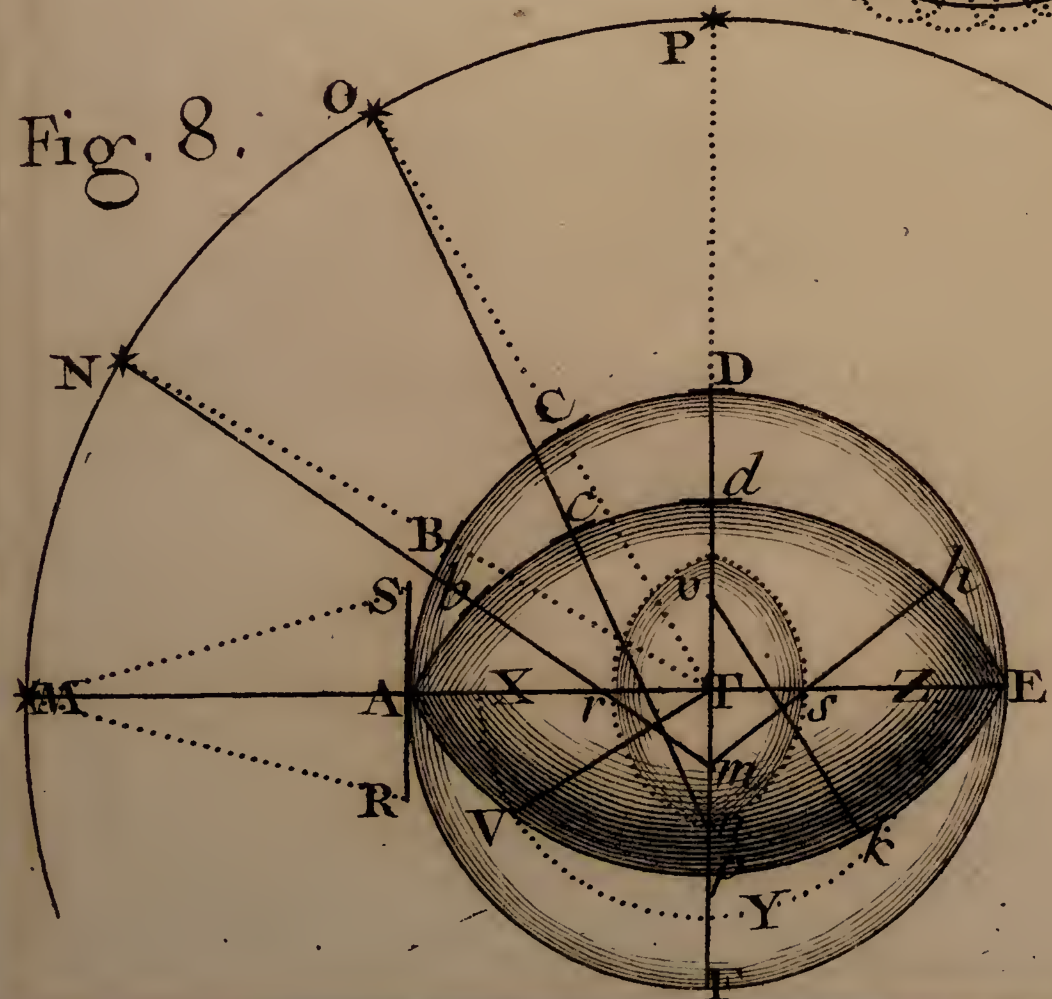
Pages	Lignes	*Fautes.*	*Lisez.*
37	5	solstice ; *stolstitium :*	solstice ; *solstitium :*
65	1	leur est commun,	leur est commune ;
96	26	plan indéfini (*fig.* 11),	plan indéfini (*fig.* 23).
99	32	ou du soleil : sont toutes	ou du soleil, sont toutes
112	25	petite distance (*fig.* 13).	petite distance (*fig.* 23).
121	4	de son axe D P B.	de son axe D P F.
123	12	conjonction inférieure *n*,	conjonction inférieure *a*,
126	19	*m o k m :* de sorte	*m n k m :* de sorte
247	23	même base B C = B X ;	même base B C = C X ;
275	12	que 1 divisé par 2.	que 1 divisé par *rr* = 2.
450	34	grand tourbillon I K C	grand tourbillon I K L
460	27	l'espace qui produit	l'espace que produit
474	12	près du soleil.	près du soleil. (*fig.* 54).
604	19	absurdement transformé	absurdement transformée

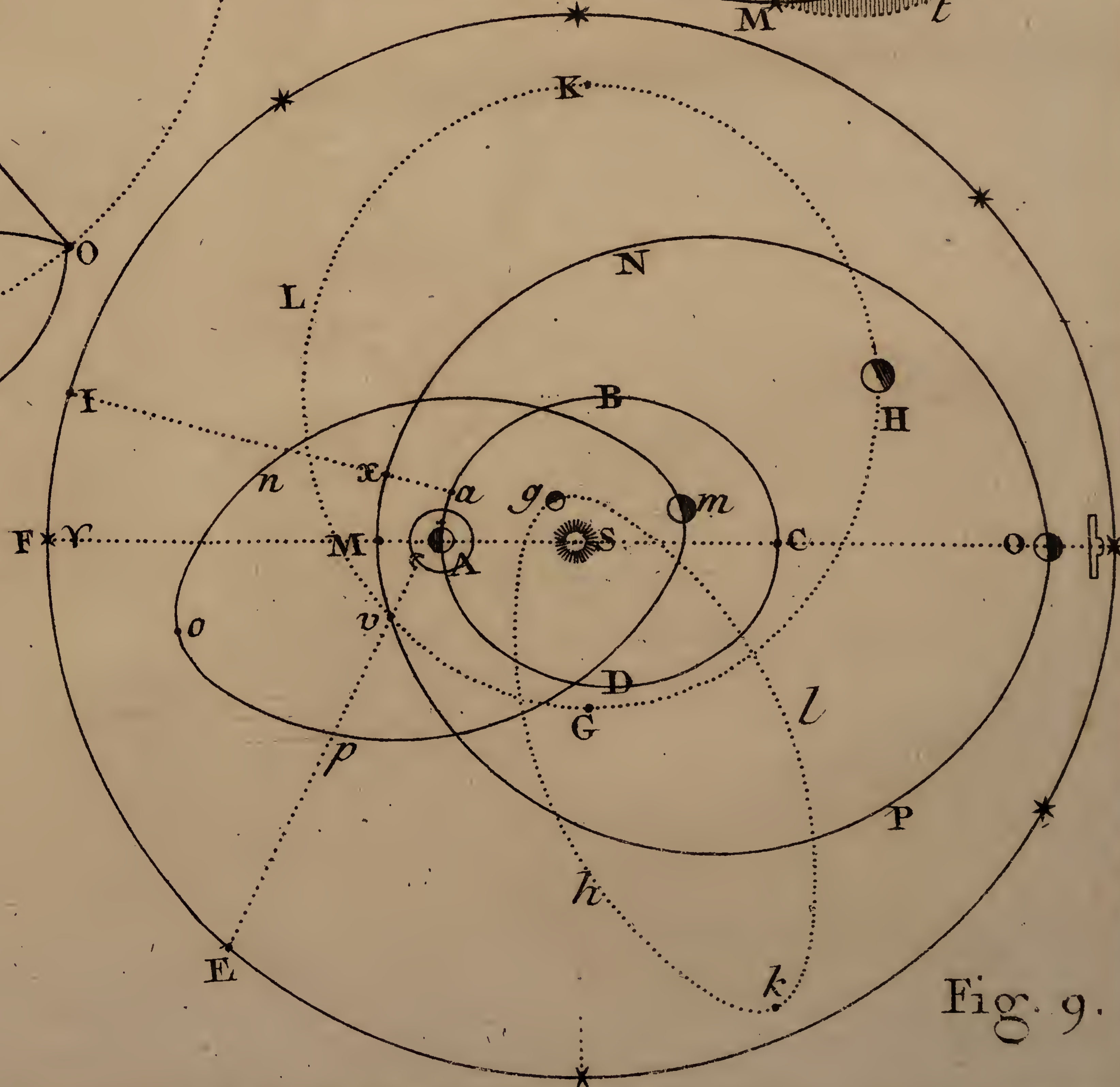


de la Gardette Sculp.

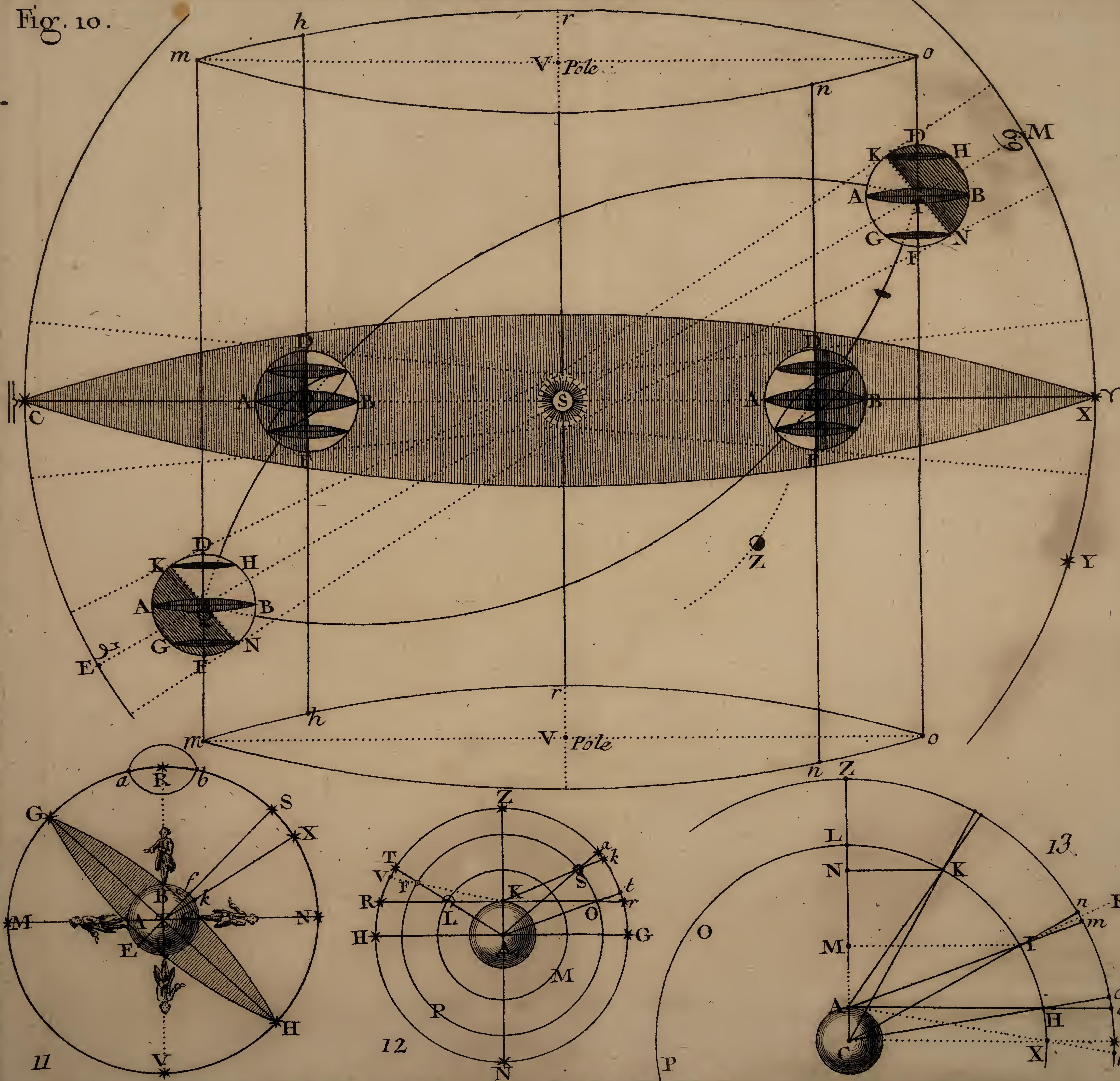




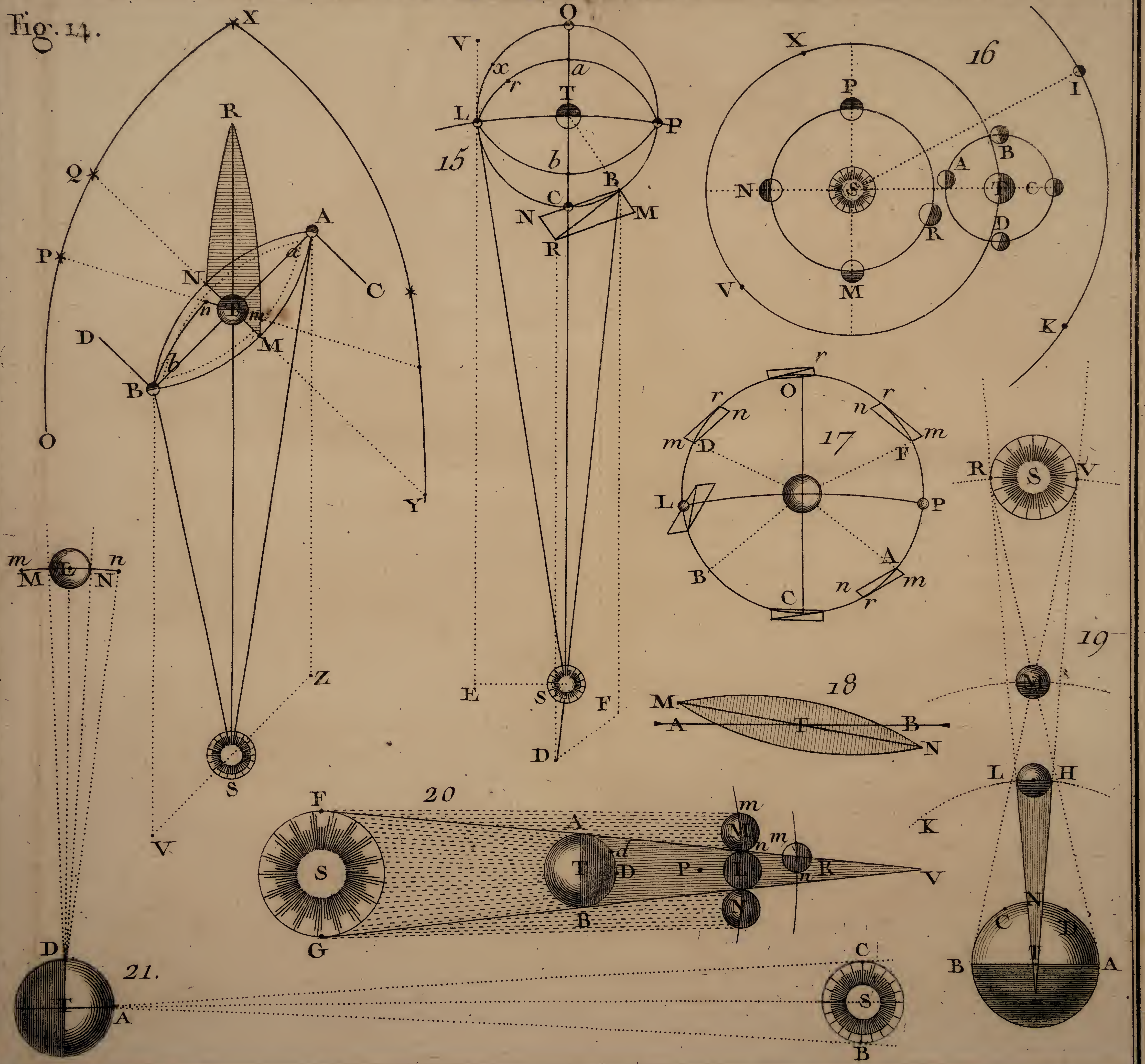




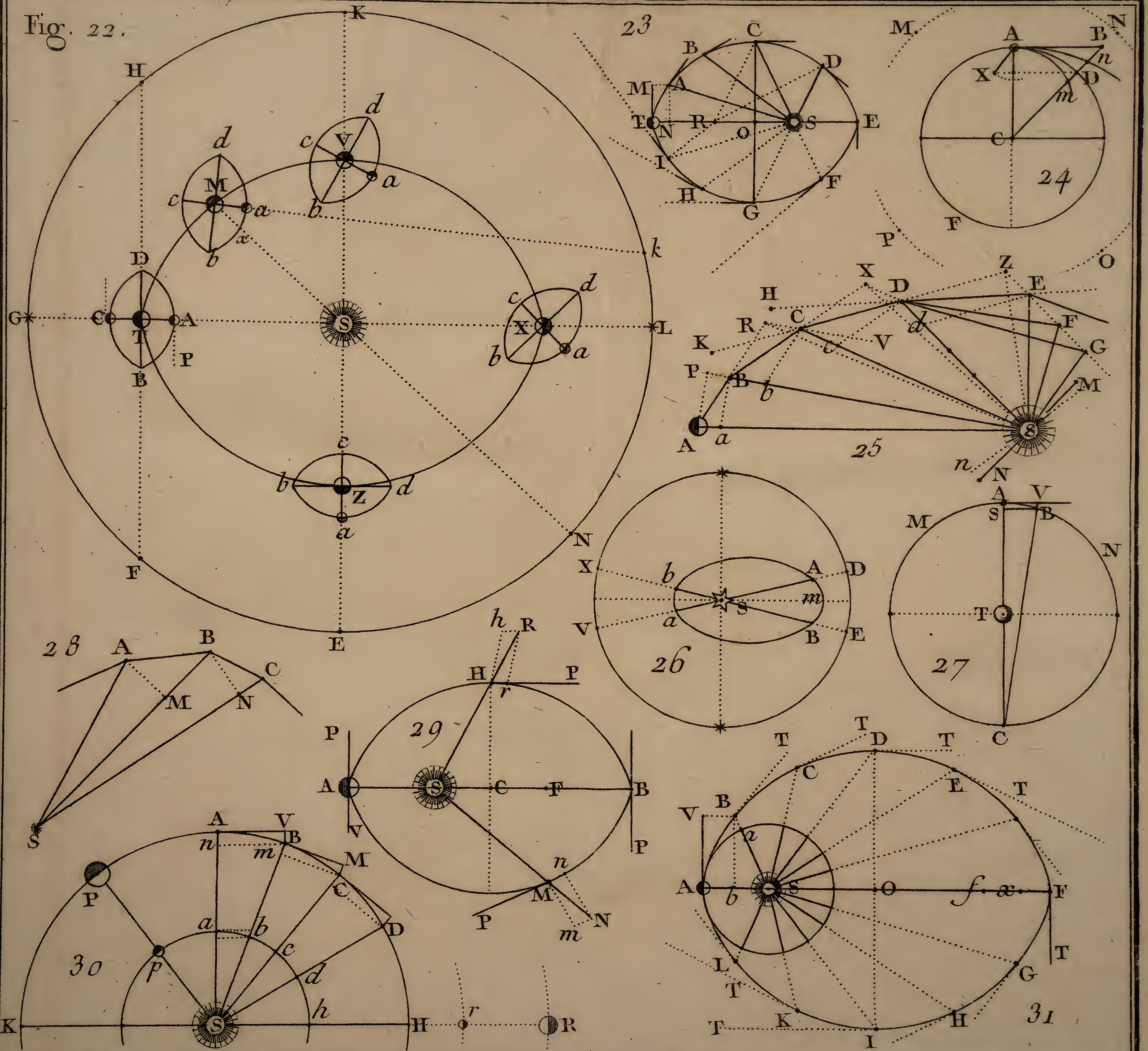
de la Gardette Sculp.


Fig. 10.
Pôle
Pôle
11
12
13

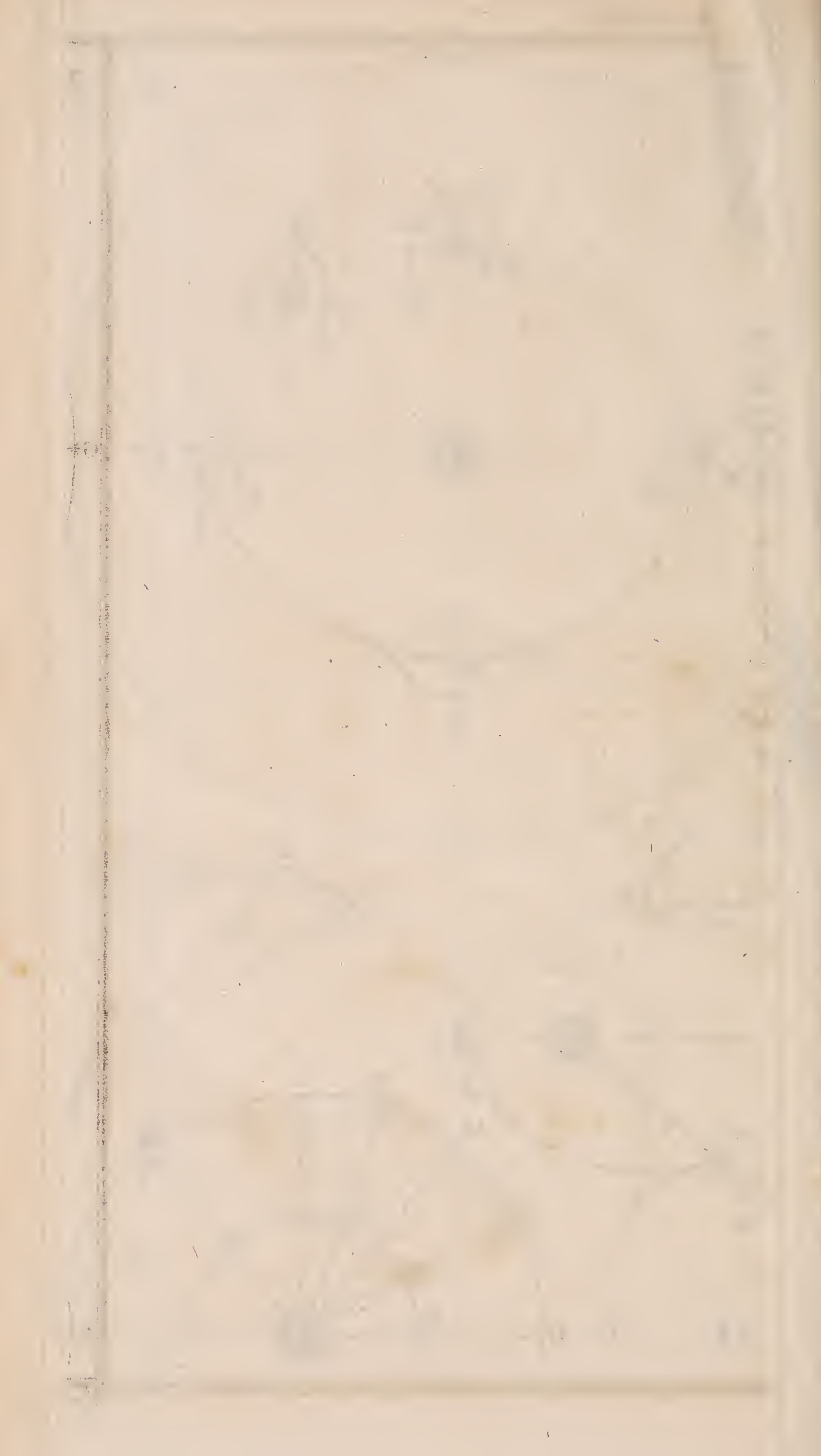


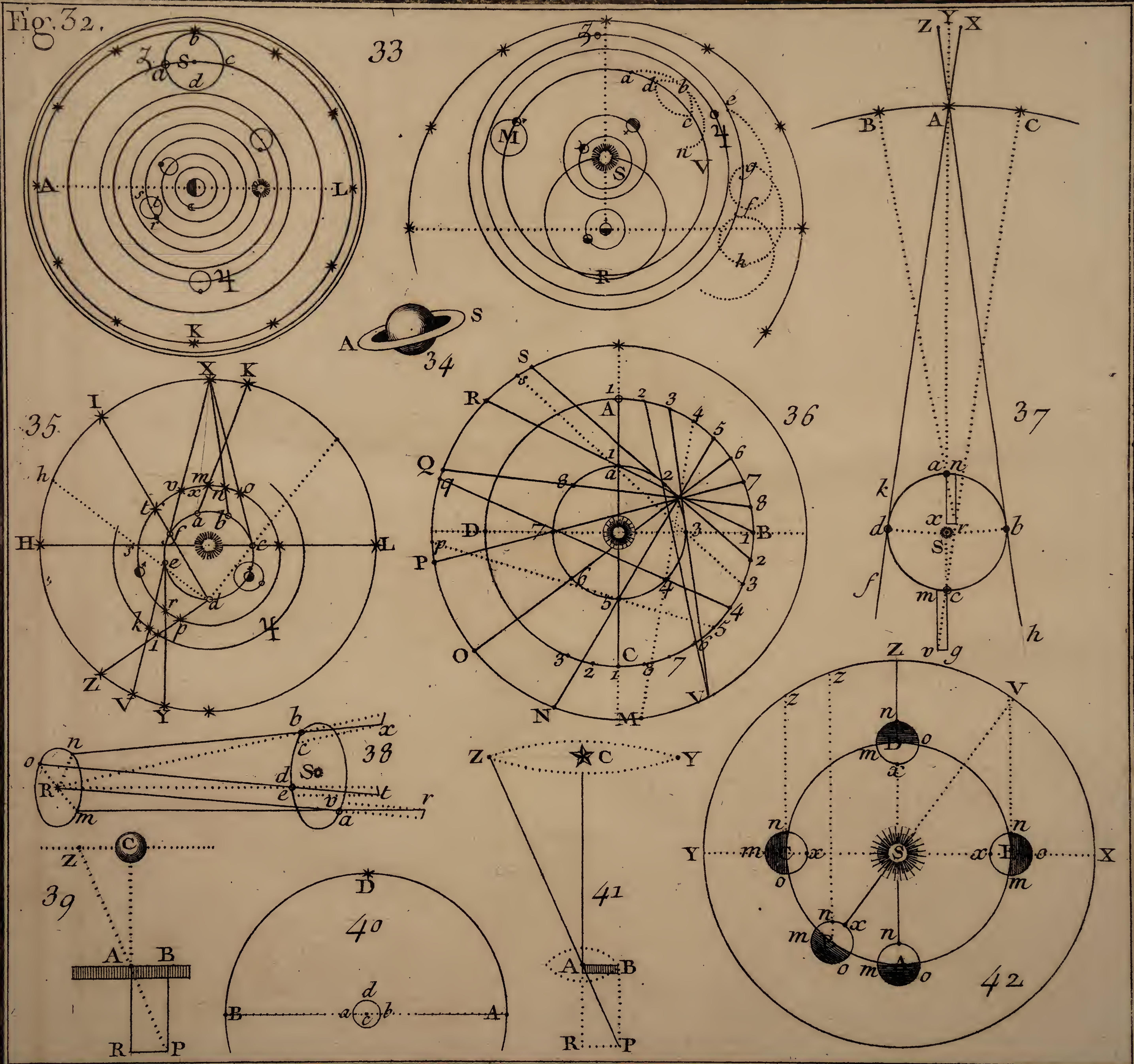


de la Gardette Sculp. 21.

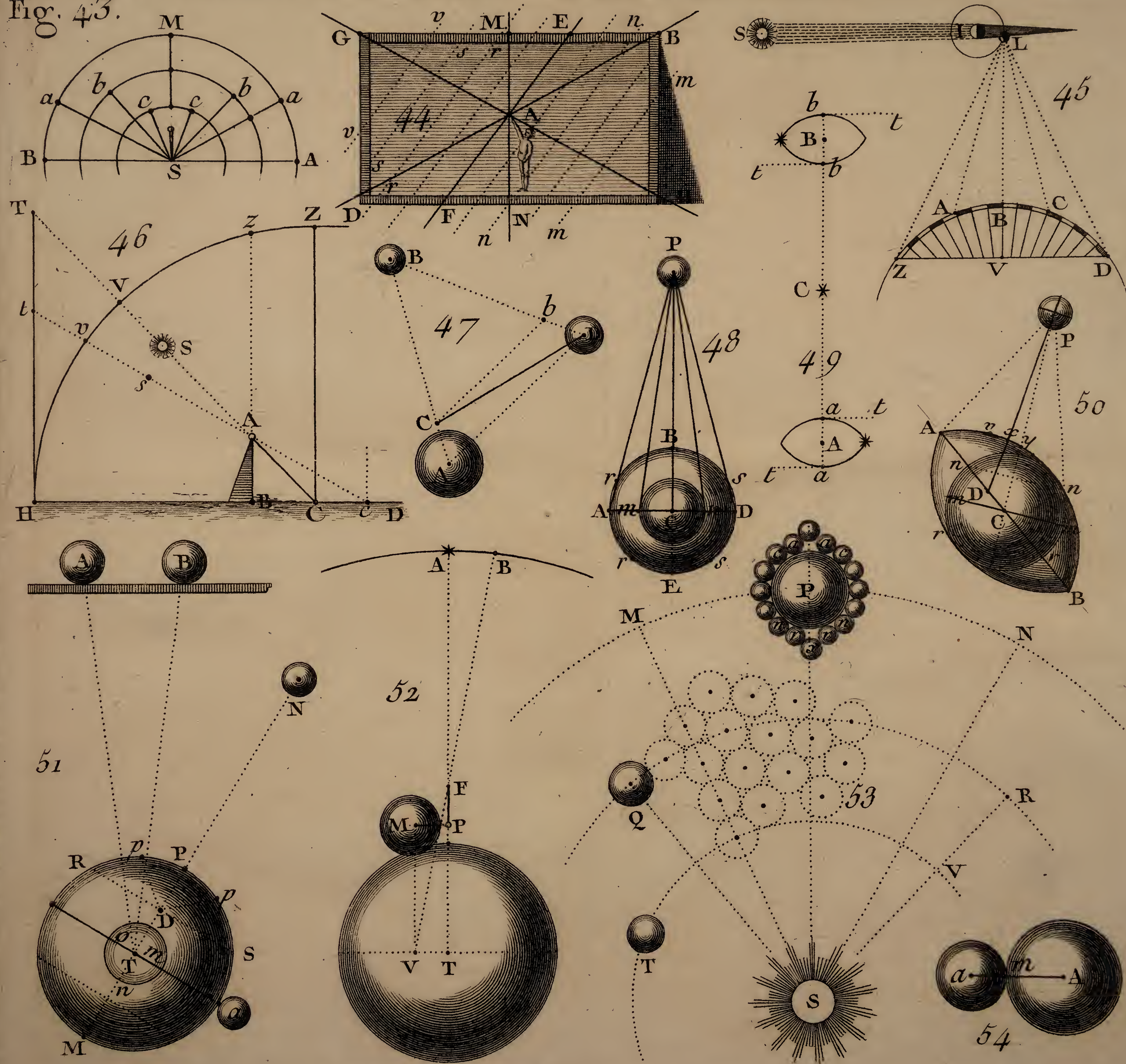


de la Gardette Sculp.

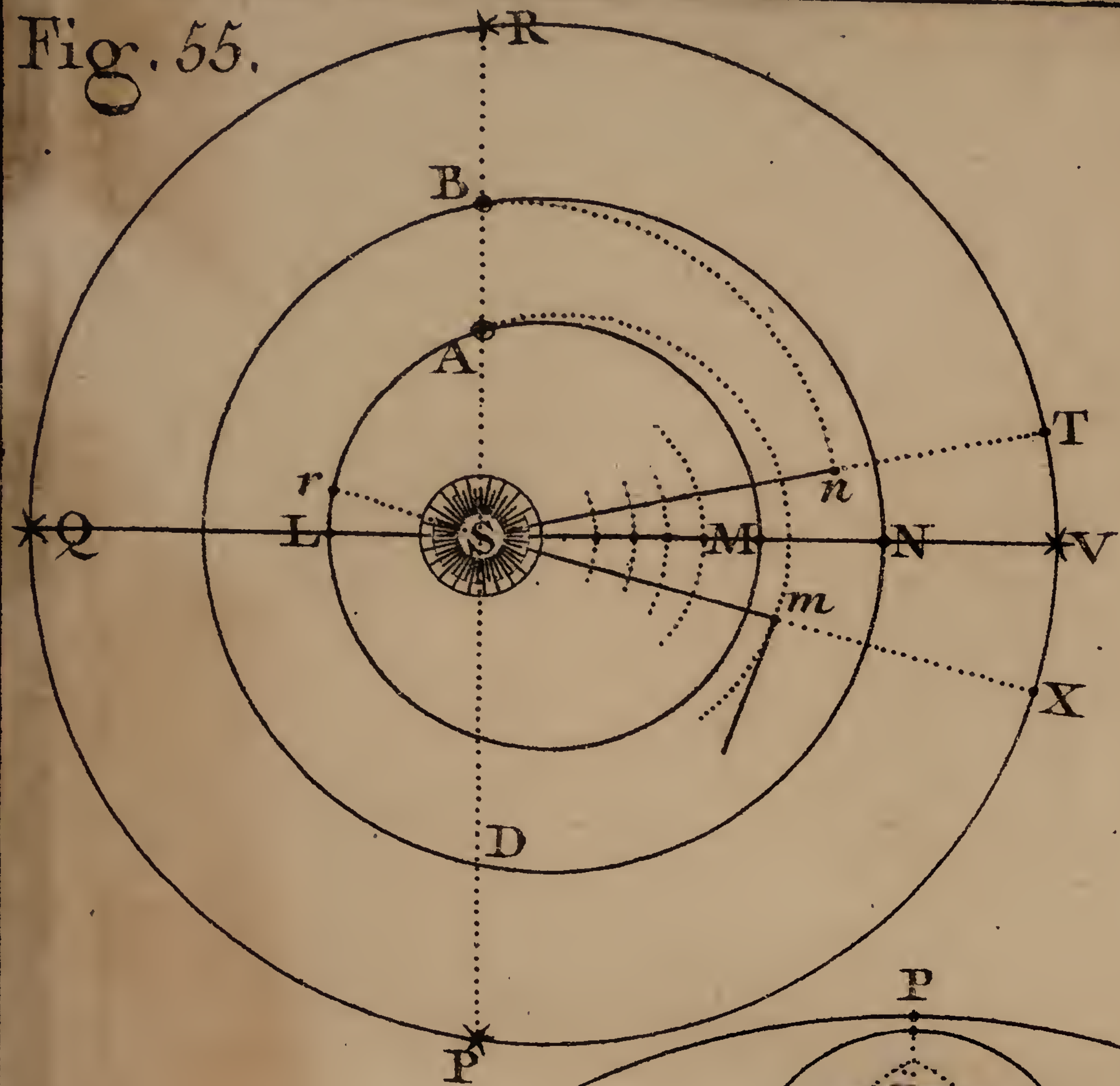


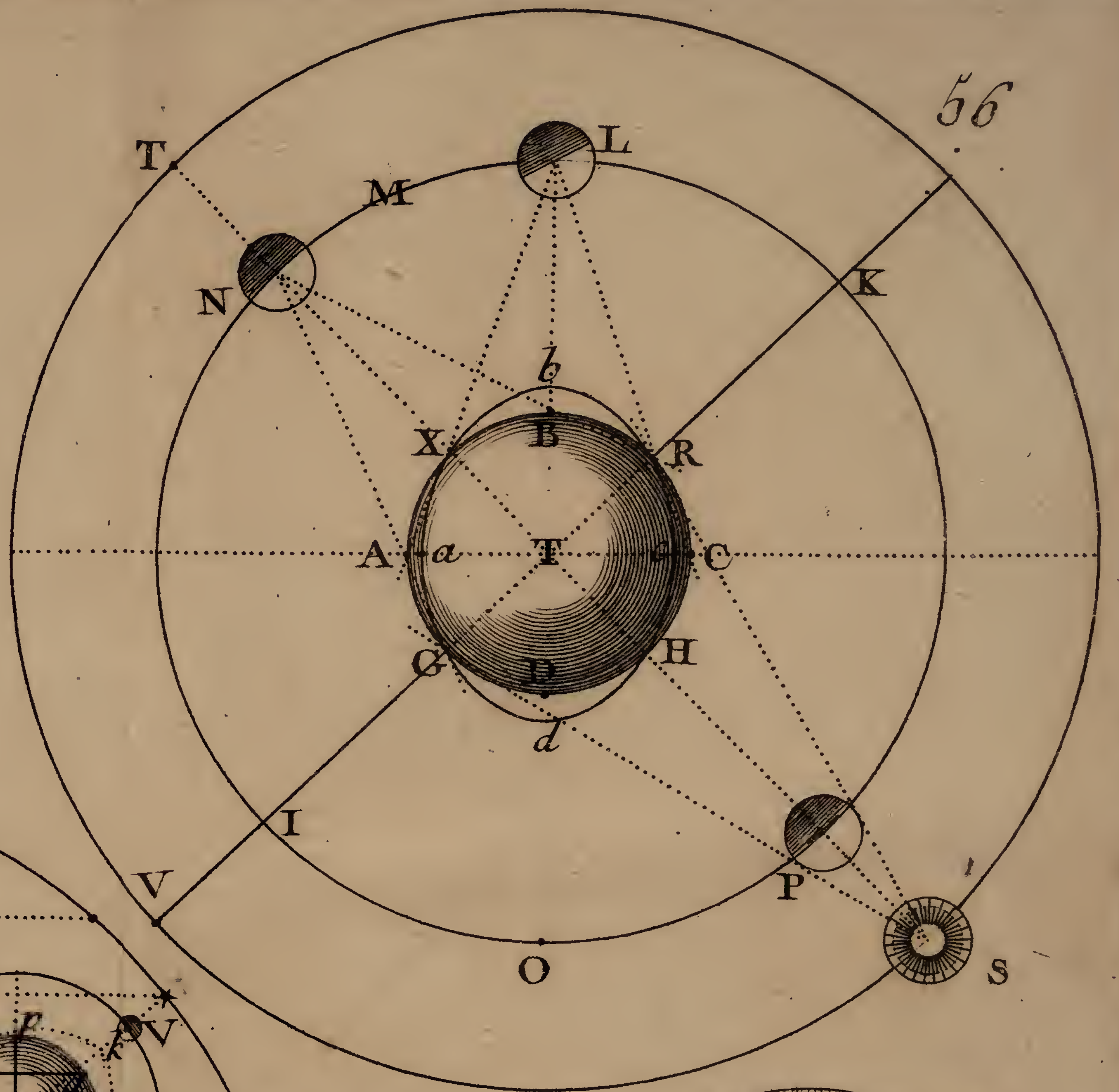

Fig. 32.
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42

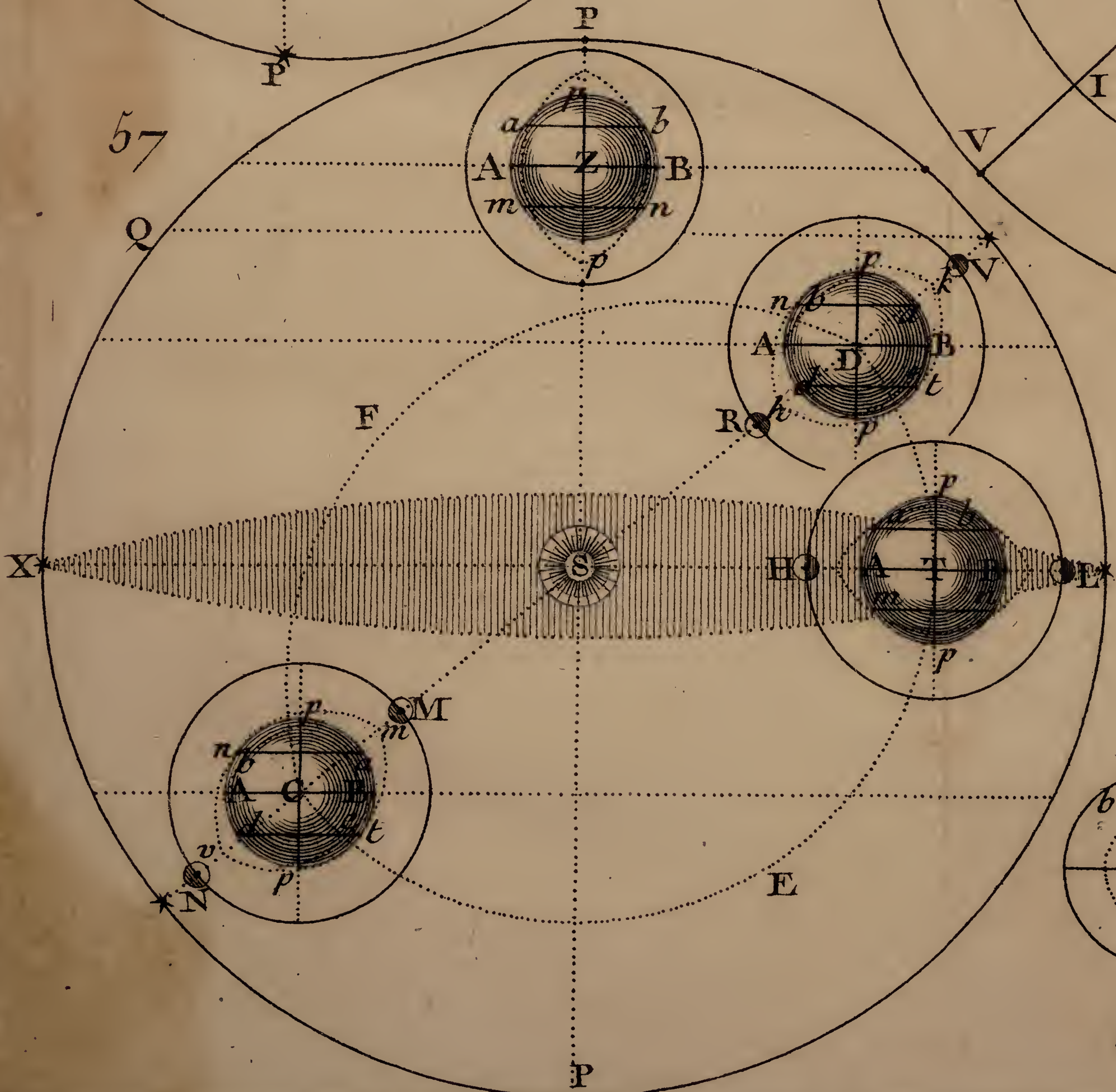


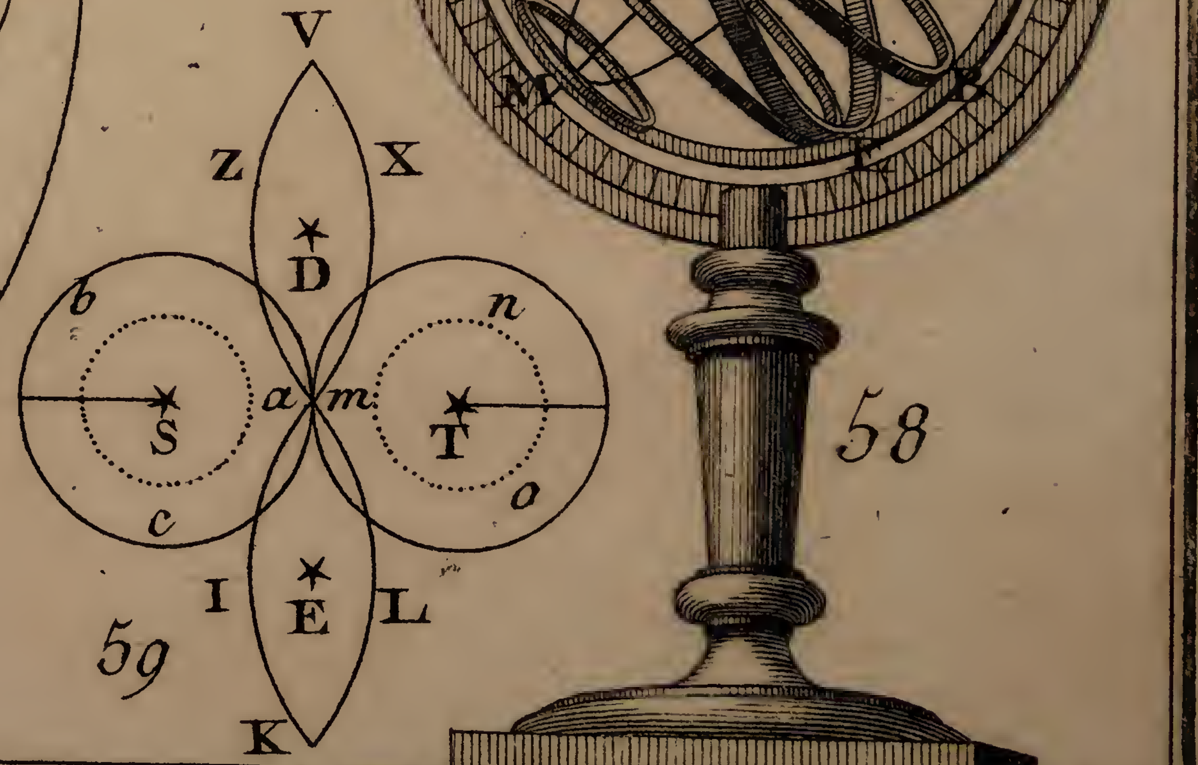


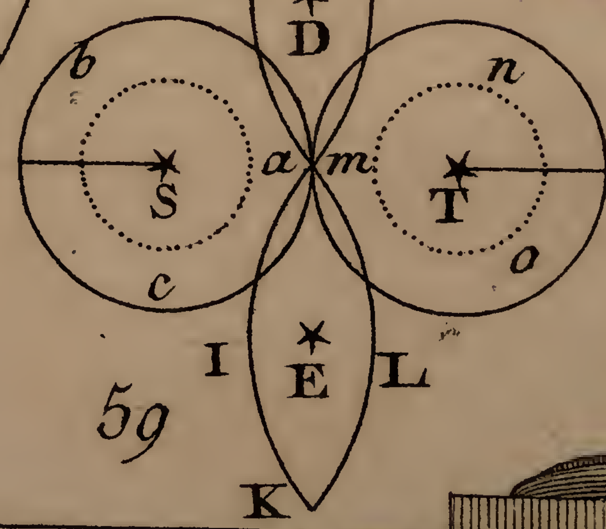
de la Gardette Sculp.


Fig. 55.
R
B
A
T
r
n
Q
L
S
M
N
V
m
X
D
P


56
T
L
M
N
K
b
X
B
R
A
a
T
C
G
D
H
d
I
V
P
O
S


57
P
a
b
A
Z
B
m
n
Q
V
p
D
R
F
X
S
H
T
L
M
N
v
t
E


D
A
I
S
H
H
M
B
58


V
Z
X
D
b
n
S
a
m
T
c
o
I
E
L
59
K



